

4 O Átomo de Bohr

4.1 Espectros Atômicos e Séries Espectrais

A partir de 1880, o estudo dos espectros da radiação visível emitida por chamas e posteriormente por descargas produzidas em gases ou em vapores metálicos tomou um grande impulso. Os espectros atômicos, tanto na região visível, quanto na do infravermelho e do ultravioleta, têm enorme importância ainda nos dias atuais, principalmente por sua aplicação em processos de análise de composição de materiais, composição da matéria estelar, etc., dada a enorme precisão com que se pode determinar os comprimentos de onda da radiação emitida pelos átomos.

Contrário à radiação térmica emitida por corpos aquecidos (radiação do corpo negro) que é contínua, o espectro de emissão dos átomos é *discreto*, ou seja, apenas alguns comprimentos de onda estão presente. Nos espectrômetros normalmente a luz produzida pela descarga no gás é colimada por uma fenda estreita antes de passar por um prisma ou rede de difração, para então ser registrada num filme fotográfico, como o visto na figura 4.1. Por isso espectro discreto é também chamado espectro de raias ou de linhas

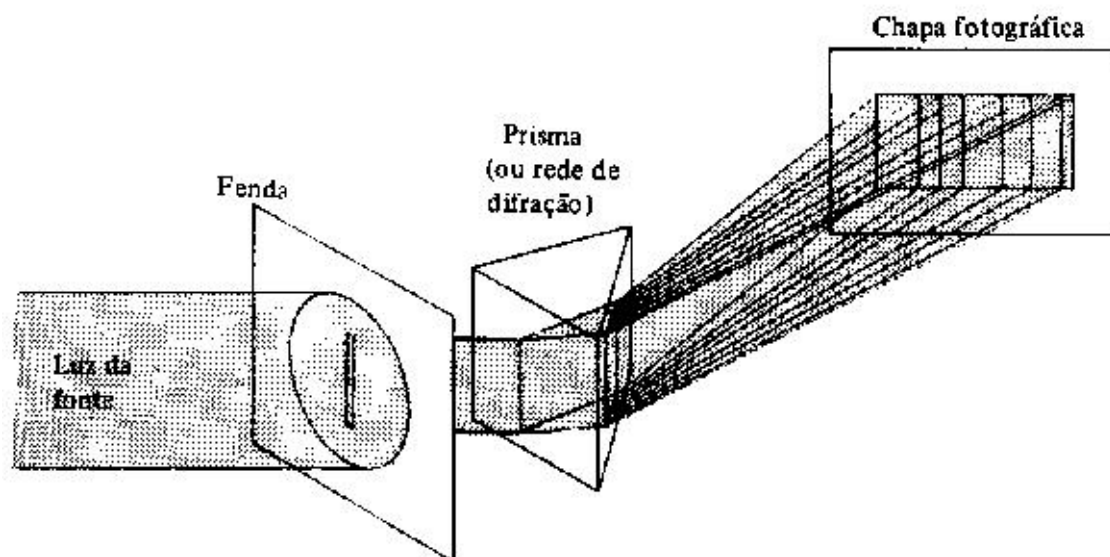


Figura 4.1: Diagrama esquemático de um espectrômetro. Em geral é empregado uma rede de difração ao invés do prisma.

4 O Átomo de Bohr

Embora os espectros observados sejam relativamente complexos, com um número muito grande de raias, elas podem em muitos casos ser classificadas em grupos, de acordo com suas características principais. No espectro do hidrogênio, por exemplo, o mais simples de todos, dado que o hidrogênio é também o átomo mais simples, duas séries eram conhecidas. Uma na faixa do visível e ultravioleta próximo e outra, observada posteriormente, na região do ultravioleta (hoje são conhecidas cinco séries distintas no espectro do hidrogênio, as outras três na região do infravermelho). Nos espectros dos materiais alcalinos, como o sódio, as raias mais intensas eram classificadas em três séries: a nítida (sharp), a principal e a difusa (s, p e d). Logo que essas regularidades foram identificadas, iniciou-se uma busca para a origem dessa ordem. Em 1885, Balmer descobriu que as raias da série do visível do átomo de hidrogênio podiam ser previstas por uma série numérica simples:

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}$$

onde $B = 3645.6\text{\AA}$ é uma constante (limite da série). O acordo dessas previsões com os dados experimentais é impressionante. Para as quatro primeiras raias a diferença entre o valor previsto e dados experimentais disponíveis na época é de cerca de 1/10000, chegando a cerca de 1/1000 para a 9ª raia, já no ultravioleta.

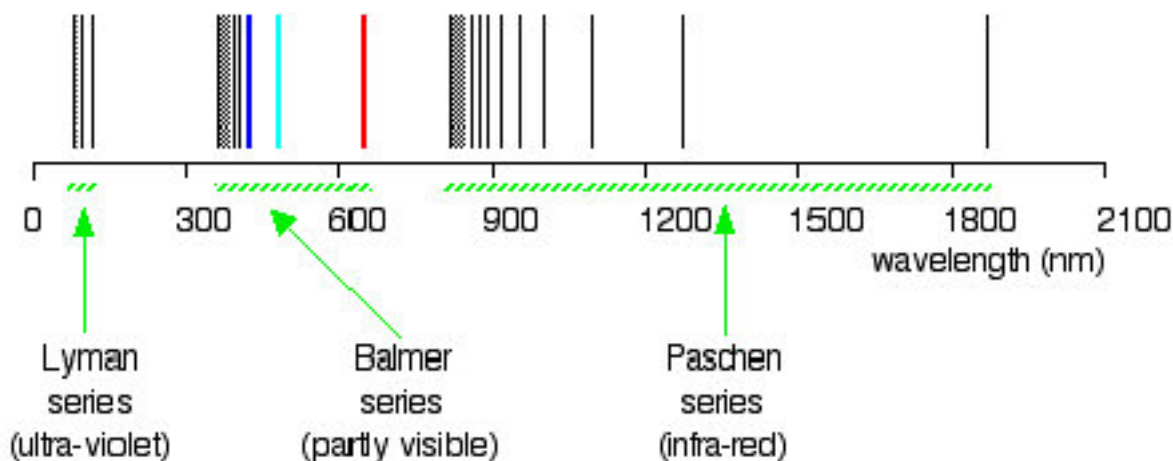


Figura 4.2: Espectro na região visível e ultravioleta próximo, para o átomo de hidrogênio (série de Balmer). No UV temos a série de Lyman e no IV a de Paschen

Balmer corretamente previu que a sua série seria um caso particular de uma expressão mais geral, que pudesse explicar outras séries conhecidas. Alguns anos depois, em 1890, Rydberg finalmente encontrou a formulação geral. A expressão encontrada por Rydberg pode ser visualizada da expressão de Balmer, se expressarmos esta, não em termos do comprimento de onda λ , mas em termos de seu inverso, o número de onda k :

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{B} \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{B} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

4.2 O Espalhamento Rutherford

onde $R_H = 4/B$ é chamada constante de Rydberg para o hidrogênio. A expressão geral obtida por Rydberg é:

$$k = R \left(\frac{1}{(m-a)^2} - \frac{1}{(n-b)^2} \right)$$

por exemplo, para as três primeiras séries do hidrogênio, temos:

$$k = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad \text{série de Lyman } (m = 1)$$

$$k = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad \text{série de Balmer } (m = 2)$$

$$k = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad \text{série de Paschen } (m = 3)$$

A constante de Rydberg varia ligeiramente de elemento para elemento, principalmente entre os elementos mais leves. A diferença entre R_H e o R para os átomos muito pesados é no entanto muito pequena ($\sim 0.05\%$). O valor atualmente aceito para R_H é $10967757.6 \pm 1.2m^{-1}$.

Para os átomos dos elementos alcalinos como Li, Na, K, as constantes a e b são não nulas (são conhecidas como *defeito quântico*).

4.2 O Espalhamento Rutherford

Como vimos na seção anterior, até o final da primeira década do século XX, uma quantidade enorme de informações sobre a estrutura da matéria havia sido acumulada, principalmente com base em medidas de espectroscopia e no espalhamento de raios-X. Embora se soubesse que os átomos fossem constituídos de elétrons (cuja massa, sabia-se, é muito menor que a dos átomos) e por uma “massa” de carga positiva, a organização desses elementos na estrutura atômica era desconhecida. O primeiro modelo para a estrutura do átomo foi proposta por J.J. Thomson, e ficou conhecido como o “modelo do pudim de ameixas”. Neste modelo, os elétrons (ameixas do pudim) se distribuíam no volume atômico ($\sim 10^{-10}$ m de raio) constituído por uma distribuição uniforme de carga positiva ocupando todo o volume atômico e contendo praticamente toda a massa do átomo (o pudim). Os elétrons ocupariam posições de equilíbrio nessa massa de carga positiva e poderiam eventualmente ser colocados em vibração, quando emitiriam radiação característica dos átomos. No caso de átomos com um só elétron, ele ocuparia o centro do átomo na situação de equilíbrio. Numa esfera com distribuição uniforme de carga positiva a força resultante num elétron é sempre voltada para o centro, sendo proporcional à distância do elétron ao centro. Esse elétron pode então fazer um movimento harmônico simples, com frequência dada pela relação entre a constante de força e sua massa. Se fizermos os cálculos vamos obter uma frequência característica para o átomo de um elétron (átomo de hidrogênio) próxima aos

4 O Átomo de Bohr

valores típicos dos espectros atômicos, mas somente uma frequência é possível, e o modelo não consegue explicar as inúmeras raias presentes no espectro do átomo de hidrogênio.

Dificuldades ainda maiores para o modelo apareceram por volta de 1909, quando Geiger e Marsden, que trabalhavam com Ernest Rutherford na Universidade de Manchester, na Inglaterra, apresentaram os resultados de suas medidas para o espalhamento de partículas α por átomos de ouro. Esses resultados eram incompatíveis com as previsões do modelo de Thomson, como veremos a seguir. A interpretação dada por Rutherford alguns anos depois para esses dados, introduziu o chamado átomo nucleado e a base para o desenvolvimento da teoria atômica e nuclear da matéria.

Átomos radioativos, como o tório, rádio, amerício, etc. emitem partículas de dois tipos, que na época que foram descobertas, foram chamadas de α e β por Rutherford. Já na época em que Geiger e Marsden faziam suas medidas se sabia que as partículas β são elétrons de alta energia e que as α são átomos de hélio duplamente ionizados. Nas experiências realizadas por Geiger e Marsden, alunos de Rutherford, eles faziam incidir um feixe colimado, de pequeno diâmetro, de partículas α em uma folha fina de ouro ($\sim 1 \mu m$ de espessura) e observavam as partículas espalhadas em função do ângulo de espalhamento. Tendo em vista a enorme massa das partículas α em relação à massa dos elétrons, a colisão dessas partículas com os elétrons não deve causar grandes deflexões na direção inicial da partícula α . No caso das cargas positivas, como no modelo de Thomson, a deflexão máxima pode ser facilmente estimada. Tomando a partícula α como uma carga puntiforme, a força elétrica devido à carga positiva do átomo de Au é dada por:

$$F(r) = k_1 r \text{ para } r \leq R$$

$$F(r) = k_2/r^2 \text{ para } r > R$$

onde R é o raio atômico. A força máxima agindo na partícula é portanto o valor de F para $r=R$: $F_m = k_1 R = k_2/R^2 = (Qq/4\pi\epsilon_0)/R^2$. Fazendo-se a aproximação em que a força máxima atua sobre a partícula durante um intervalo de tempo da ordem de grandeza do tempo de trânsito da partícula α pelo átomo ($\Delta t \sim 2R/v$), a variação do momento da partícula α pode ser obtida calculando-se o impulso desta força:

$$\Delta p = \bar{F} \cdot \Delta t = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{Rv}$$

Supondo-se ainda que $\vec{\Delta p}$ é perpendicular à direção do momento inicial, podemos estimar o ângulo máximo de espalhamento:

$$\tan \theta_{max} \cong \frac{\Delta p}{p} = \frac{2Qq}{4\pi\epsilon_0 M v^2 R} = \frac{79 \cdot 2 \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha R}$$

Em unidades convenientes, $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \cdot 10^{-9} eVm$ de modo que para uma partícula α de cerca de 5 MeV, como as emitidas pelos actínidos, temos $\tan \theta_{max} \approx 4.5 \cdot 10^{-4}$ ou $\theta_{max} \sim 0.025^\circ$.

4.2 O Espalhamento Rutherford

Espalhamentos com ângulos muito maiores que este podem ser obtidos por uma sucessão de colisões. Supondo que os átomos numa folha de Au se distribuam mais ou menos aleatoriamente, uma partícula α vai sofrer colisões ora em uma direção ora em outra, mais ou menos como no “passeio ao acaso” que vimos no estudo do movimento browniano. Da mesma maneira como obtivemos o resultado de que a distância quadrática média do bêbado em relação à porta do bar é dada por $\langle \Delta x^2 \rangle = Nl^2$ onde l é o tamanho do passo, no caso do espalhamento de partículas α , depois de N colisões cada uma com “passo” θ o valor quadrático médio do ângulo resultante será:

$$\langle \Theta^2 \rangle = N\theta^2$$

Onde θ pode ser aproximado por exemplo pelo valor estimado acima, obtendo-se, para espessuras de Au típicas usadas por Geiger e Marsden, $\Theta_{rms} = \sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} \sim 1^\circ$. O processo de colisões múltiplas não favorece a ocorrência de eventos com grandes ângulos de espalhamento total. Usando os princípios da mecânica estatística, Rutherford pode deduzir que, com base no modelo atômico de Thomson, o número de partículas α espalhadas em um ângulo maior ou igual a Θ , após atravessar uma folha de matéria é dado por:

$$N(\Theta) = N_o e^{-\Theta^2/\langle \Theta^2 \rangle}$$

Os dados experimentais de Geiger e Marsden mostravam que embora os valores obtidos para o ângulo médio de espalhamento fossem consistentes com os esperados pelo modelo de Thomson, eles observavam um número muito grande de partículas espalhadas em ângulos grandes. Para espalhamento com $\Theta \geq 90^\circ$, por exemplo, eles mediram cerca de uma partícula espalhada para cada 8000 partículas incidente, enquanto que a fração prevista pelo modelo de Thomson era $N/N_o = \exp[-(90/1)^2] \cong 10^{-3500}$. Em 1911, com base nesses resultados, Rutherford apresentou um novo modelo para o átomo, no qual a carga positiva estava concentrada num pequeno volume, de diâmetro de cerca de $10^{-14}m$, ou seja, cerca de dez mil vezes menor que o átomo. Demonstrou também a expressão para a distribuição angular das partículas espalhadas, que foi plenamente comprovada em experimentos mais detalhados realizados posteriormente por Geiger e Marsden.

Ernest Rutherford, um neozelandês que quando jovem foi à Inglaterra com uma bolsa para aperfeiçoamento de seus estudos, no Laboratório Cavendish. Posteriormente obteve uma posição na Universidade McGill em Montreal no Canadá (1898-1907), onde desenvolveu os trabalhos sobre o decaimento radioativo e a química das substâncias radioativas, que lhe deram o prêmio Nóbel de química, pois embora sendo físico, as atividades de pesquisa relacionadas com a radioatividade eram em geral atividades típicas de química. Só depois é que retornou à Inglaterra, na Universidade de Manchester onde desenvolveu os experimentos que o levaram, em 1911 a descobrir a estrutura nuclear para o átomo. Posteriormente retornou a Cambridge e ao Laboratório Cavendish, onde foi o diretor por muitos anos.

A figura 4.3 mostra a trajetória de uma partícula α , de massa M e carga ze , espalhada por um núcleo de Au de carga Ze , que tendo massa muito maior que a da partícula α vamos considerar que permaneça em repouso durante o processo de colisão. A distância b entre os centros das duas partículas é chamada *parâmetro de impacto* e o ângulo de espalhamento

4 O Átomo de Bohr

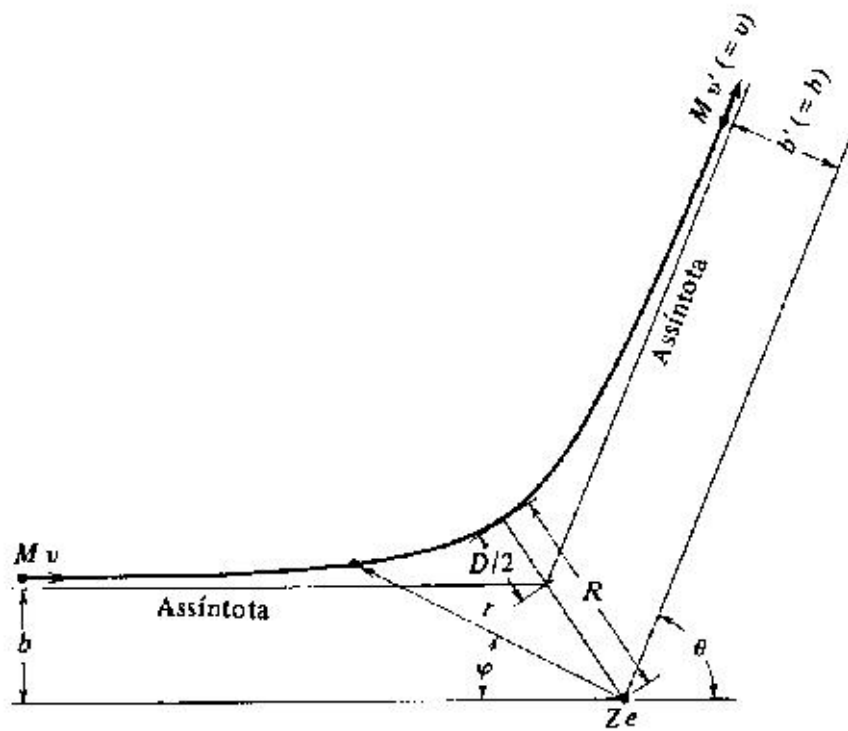


Figura 4.3: Trajetória da partícula α espalhada por um núcleo puntiforme de massa infinita e carga Ze .

4.2 O Espalhamento Rutherford

(θ) pode ser expresso em termos desse parâmetro. Uma vez que a força agindo entre as partículas é central, o momento angular do sistema formado pelos dois núcleos se conserva na colisão. Portanto, sendo b e v o parâmetro de impacto e a velocidade antes da colisão e b' e v' os correspondentes após a colisão, temos:

$$L = Mvb = Mv'b'$$

Supondo a colisão elástica e desprezando a energia cinética adquirida pelo núcleo de Au, temos que $\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}Mv'^2$ ou $v = v'$ e portanto o parâmetro de impacto também não é alterado pela colisão. A trajetória descrita pela partícula é uma hipérbole, o que pode ser deduzido utilizando-se as equações básicas da mecânica clássica (para a dedução completa, ver p. ex. o apêndice D do Eisberg-Resnick). Em termos das coordenadas polares r e φ da partícula α , a trajetória é descrita pela equação:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

onde D é a distância de maior aproximação, numa colisão frontal ($\theta = 180^\circ$) e pode ser facilmente obtida igualando-se a energia cinética inicial à energia potencial, uma vez que na distância de menor aproximação a partícula α inverte a direção do movimento, estando portanto com velocidade nula:

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{Mv^2/2}$$

onde ze é a carga da partícula α e Ze a do núcleo do átomo de Au. A relação entre o parâmetro de impacto b e o ângulo de espalhamento θ é obtido da expressão da trajetória fazendo-se $r \rightarrow \infty$ e usando-se a relação assintótica $\varphi = \pi - \theta$:

$$b = \frac{D}{2} \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} = \frac{D}{2} \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{D}{2} \cot \frac{\theta}{2}$$

onde foi usada a relação $\sin \theta = \tan \frac{\theta}{2} (1 + \cos \theta)$.

Para calcularmos o número de partículas entre θ e $\theta + d\theta$ podemos utilizar a relação acima e calcular o correspondente número entre de partículas com parâmetro de impacto entre b e $b+db$. Na figura 4.4 vemos esquematicamente um pedaço de folha de Au, de 1 cm^2 de área, mostrando os núcleos dos átomos representados por pontos, bem como as áreas correspondentes ao parâmetro de impacto entre b e $b+db$. Supondo que o fluxo de partículas α é uniforme nessa área, a fração de partículas α com parâmetro de impacto entre b e $b+db$ é basicamente dada pela razão entre a soma das áreas dos anéis mostrados na figura ($N2\pi bdb$) e a área total da folha. Sendo ρ a densidade do Au (número de átomos por cm^3) e t a espessura da folha, esta fração será dada por:

$$f = \rho t 2\pi bdb$$

Esta fração corresponde à probabilidade de se ter uma partícula α com parâmetro de impacto entre b e $b+db$:

4 O Átomo de Bohr

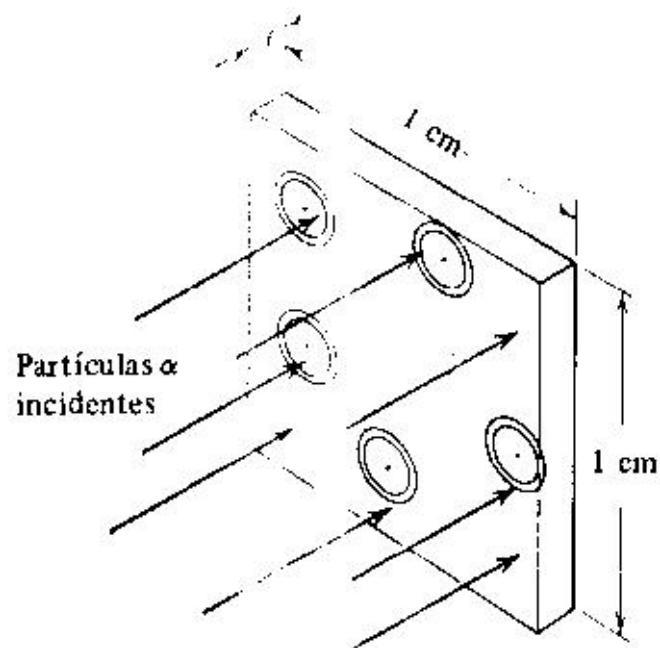


Figura 4.4: Representação pictorial de um feixe de partículas incidindo numa folha de Au de 1 cm^2 de área, mostrando as regiões em que o parâmetro de impacto tem valor entre b e $b+db$.

4.2 O Espalhamento Rutherford

$$P(b)db = f = \rho t 2\pi b db$$

Da expressão para b em função do ângulo de espalhamento, obtém-se:

$$\frac{db}{d(\frac{\theta}{2})} = \frac{D}{2} \frac{d}{d(\frac{\theta}{2})} \cot \frac{\theta}{2} = -\frac{D}{2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

de onde se obtém:

$$bdb = -\frac{D^2}{8} \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta = -\frac{D^2}{16} \frac{\sin \theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

(na última passagem foi utilizada a relação $2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \sin \theta$). Notando-se que, da relação entre o parâmetro de impacto e o ângulo de espalhamento, quando b aumenta θ diminui (ver figura 4.5), temos que a relação entre a probabilidade de colisão com parâmetro de impacto b e $b+db$ e o espalhamento entre θ e $\theta+d\theta$ é $P(\theta)d\theta = -P(b)db$ e portanto temos:

$$P(\theta)d\theta = \frac{\pi}{8} \rho t D^2 \frac{\sin \theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

Substituindo-se o valor de D e fazendo-se $N(\theta)d\theta = N_o P(\theta)d\theta$, onde N_o é o número total de partículas α incidindo na folha espalhadora, temos finalmente a expressão para a distribuição angular das partículas para o espalhamento Rutherford:

$$N(\theta)d\theta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \right)^2 \left(\frac{zZe^2}{2Mv^2} \right)^2 \frac{N_o \rho t 2\pi \sin \theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

A expressão para o espalhamento Rutherford, bem como outras semelhantes que ocorrem na física nuclear, são geralmente expressas em termos do que se chama *seção de choque*, ou *área efetiva de colisão*, definida pela expressão:

$$dN = \frac{d\sigma}{d\Omega} N_f N_a d\Omega$$

onde $dN = N(\theta)d\theta$ é o número de partículas espalhadas no ângulo sólido $d\Omega$, $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ a *seção de choque diferencial*, $N_f = N_o$ a intensidade do feixe de partículas e $N_a = \rho t$ o número de centros espalhadores (núcleos) por cm^2 do alvo. A definição do ângulo sólido $d\Omega$ pode ser visto na figura 4.5 .

Como $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ e da expressão para $N(\theta)$, temos:

$$dN = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \right)^2 \left(\frac{zZe^2}{2Mv^2} \right)^2 \frac{N_f N_a}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d\Omega$$

de onde se obtém a expressão para a seção de choque para o espalhamento Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \right)^2 \left(\frac{zZe^2}{2Mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

4 O Átomo de Bohr

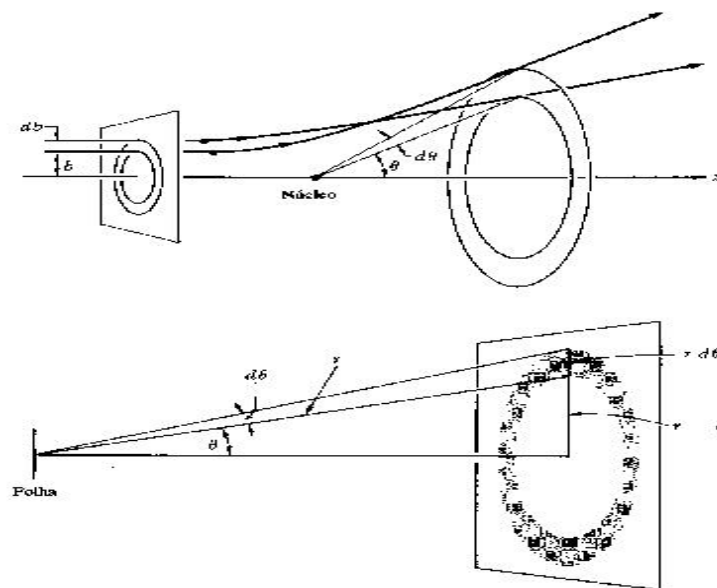


Figura 4.5: Diagrama mostrando a relação entre o parâmetro de impacto b e o ângulo de espalhamento θ . A região sombreada corresponde ao ângulo sólido $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$. A unidade de ângulo sólido é o esferoradiano (sr - steradian).

Na figura 4.6 vemos resultados experimentais para o espalhamento de partículas α em Au, publicados em 1913 por Geiger e Marsden, comprovando a descrição de Rutherford para o átomo. O ano de 1911, quando foi publicado o artigo de Rutherford (Phil. Mag. vol. 21, p. 669) é considerado o de nascimento da física nuclear.

O modelo de Rutherford, embora resolvesse o problema apresentado pelas medidas de espalhamento de partículas α , introduzia um outro. De acordo com a física clássica, não há como manter a estabilidade do átomo nessas condições. No caso de átomo com um só elétron, como o de hidrogênio, a condição do elétron orbitando em torno do núcleo, embora podendo ser estável do ponto de vista mecânico, tendo o elétron uma aceleração (centrípeta), ele deveria irradiar energia continuamente, de acordo com a teoria clássica do eletromagnetismo, terminando por colapsar no núcleo, após cerca de $10^{-12}s$.

4.3 O Modelo de Bohr para o átomo de Hidrogênio

No outono de 1911, Niels Bohr foi à Inglaterra para uma visita científica, inicialmente ao Laboratório Cavendish (com J.J. Thomson) e posteriormente à Universidade de Manchester onde trabalhou com Rutherford e seu grupo. Embora sendo um teórico, Bohr acompanhou de perto os trabalhos de Geiger e Marsden bem como o desenvolvimento do modelo do átomo nuclear proposto por Rutherford. Cerca de dois anos depois, Bohr apresentou um modelo para o átomo de hidrogênio, que incorporava as idéias de Rutherford, as originadas dos trabalhos de Planck para o corpo negro e as de Einstein para o efeito fotoelétrico: a

4.3 O Modelo de Bohr para o átomo de Hidrogênio

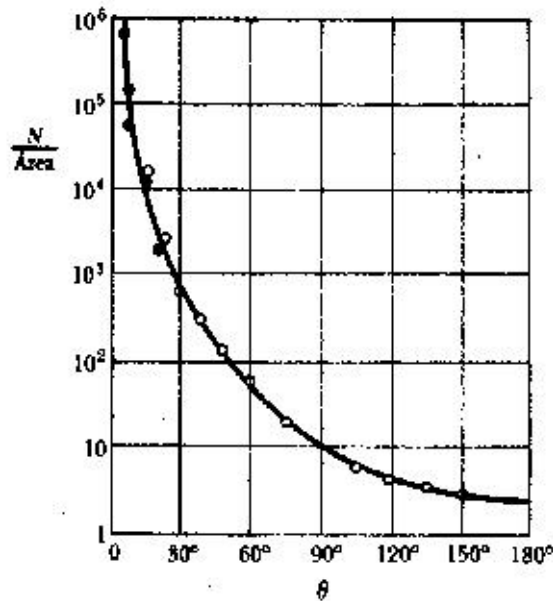


Figura 4.6: Resultados experimentais obtidos por Geiger e Marsden comparados com a previsão de Rutherford (curva sólida).

quantização da energia de sistemas mecânicos (osciladores) e da radiação eletromagnética. Introduzindo idéias revolucionárias em relação à física clássica, Bohr conseguiu desenvolver um modelo simples que garantia as características observadas no modelo de Rutherford, dava estabilidade ao átomo e previa as séries espectrais observadas para o átomo de hidrogênio, determinando portanto a origem das séries empíricas de Balmer e Rydberg. A fundamentação do chamado modelo de Bohr pode ser expressa em termos dos postulados de Bohr:

1. *No átomo, o elétron se move em órbitas circulares, cujo movimento é descrito em termos das leis gerais da mecânica e da eletrostática, com a limitação de que apenas algumas órbitas são possíveis, sendo essas determinadas pela imposição de que o momento angular do elétron deve ser um múltiplo inteiro de $h/2\pi$.*
2. *Enquanto descreve o movimento acelerado em sua órbita, o elétron não irradia energia como prevê a teoria eletromagnética clássica.*
3. *O elétron pode saltar de uma órbita para outra. Se ele “pula” espontaneamente de uma órbita em que sua energia total é E_i para uma outra de energia menor E_f , a energia perdida é emitida na forma de radiação, cuja frequência é dada pela relação $\nu = (E_i - E_f)/h$.*

O modelo de Bohr tem aplicação somente no caso de átomos com um só elétron, como o átomo de hidrogênio ou átomos ionizados de outros elementos, no qual somente um elétron

4 O Átomo de Bohr

permanece ligado ao núcleo. Consideremos então um átomo constituído de um núcleo de carga Ze e massa M ao qual permanece ligado um único elétron de carga $-e$ e massa m , girando ao redor do núcleo em uma órbita circular. Sendo v sua velocidade orbital, a condição de equilíbrio é obtida igualando-se a força eletrostática com o produto da massa do elétron por sua aceleração centrípeta:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

De acordo com o primeiro postulado de Bohr, temos ainda que os raios possíveis para essas órbitas devem ser determinados impondo-se a condição de quantização do momento angular para o elétron:

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

onde \hbar , a constante de Planck dividida por 2π é chamado “h cortado”. Substituindo v obtido da equação acima na equação de equilíbrio de forças, temos:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = \frac{n^2\hbar^2}{mr^2}$$

de forma que os raios das órbitas são dados por:

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{mZe^2}$$

e as velocidades orbitais podem ser então obtidas da expressão:

$$v = \frac{n\hbar}{mr} = \frac{n\hbar Ze^2}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 n\hbar}$$

A energia total de um elétron numa órbita é dada pela soma da energia cinética e da potencial eletrostática. Como $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$ e $E_p = -Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$, temos:

$$E = E_c + E_p = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

substituindo agora a expressão para o raio das órbitas obtida acima, temos finalmente a expressão para a energia dos elétrons em função de n :

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

De acordo com o terceiro postulado de Bohr, a energia emitida na forma de radiação (fóton) quando o elétron passa de uma órbita de energia E_n para uma outra de energia mais baixa E_m é dada por:

$$h\nu = E_n - E_m$$

4.3 O Modelo de Bohr para o átomo de Hidrogênio

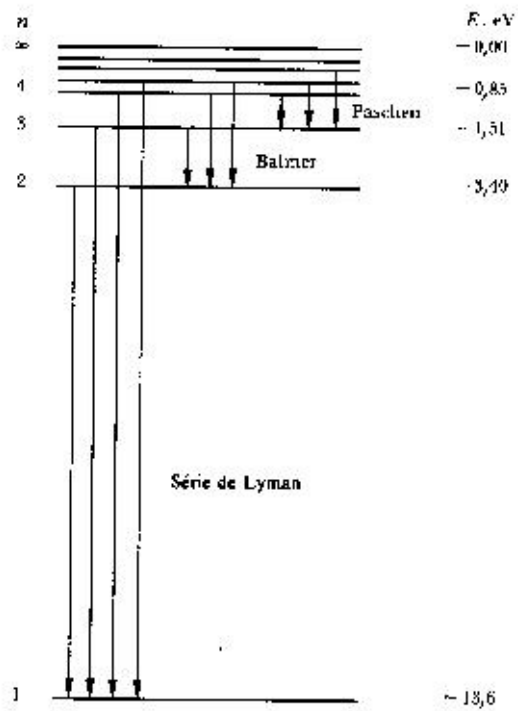


Figura 4.7: Diagrama de níveis de energia para o átomo de hidrogênio para diferentes números n , de acordo com o modelo de Bohr.

4 O Átomo de Bohr

de onde se pode obter a expressão para o número de onda $k = \nu/c$:

$$k = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{4\pi\hbar^3c} Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_\infty Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

onde

$$R_\infty = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{4\pi\hbar^3c}$$

é a constante de Rydberg para um átomo de massa infinita. Levando-se em conta a massa finita do átomo pode-se verificar que a expressão para o número de onda acima se altera substituindo-se R_∞ por:

$$R = R_\infty \frac{M}{m + M}$$

Com os valores das constantes físicas disponíveis na época, Bohr pode verificar que sua previsão estava em bom acordo com o valor experimental da constante de Rydberg. Com os valores atualmente aceitos das constantes fundamentais, a constante R calculada com o modelo de Bohr reproduz o valor atual da constante R dentro de 1 parte em 100000!

O raio do átomo de hidrogênio pode ser obtido tomando-se o n para o estado de menor energia:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \simeq 0.53A$$

O valor de a_0 , chamado raio de Bohr, está em muito bom acordo com as estimativas para o diâmetro atômico $\sim 1A$ que haviam na época.

Átomos alcalinos como o Li e o Na, podem ter seus primeiros níveis de energia dados pelo modelo de Bohr em forma aproximada (intruduzindo-se os tais defeitos quânticos, como mostrado na fórmula de Rydberg). A razão para isso só pode ser entendida com o desenvolvimento posterior da teoria quântica. Esses átomos têm sua estrutura definida com apenas 1 elétron após camadas atômicas fechadas para os elétrons mais internos. Numa primeira aproximação, esses elétrons mais internos, que são rigidamente ligados, podem ser incluídos num “núcleo” com carga total igual a $1e$ (Z prótons + $Z-1$ elétrons) e o último elétron se move em órbitas parecidas com a do elétron do átomo de hidrogênio.

4.4 A Experiência de Franck-Hertz

Embora o modelo atômico de Bohr tivesse um sucesso muito grande, dado a exatidão de suas previsões para os espectros atômicos, não havia outra indicação de que realmente os estados de energia do átomo eram quantizados. Em uma experiência muito simples, realizada em 1914 por James Franck e Gustav Hertz, o modelo de Bohr, ou mais precisamente a quantização dos estados de energia do átomo foi comprovada por um processo puramente mecânico - o espalhamento inelástico de elétrons por átomos de mercúrio. A importância

4.4 A Experiência de Franck-Hertz

desta comprovação foi demonstrada com o prêmio Nobel atribuído a Franck e Hertz alguns anos depois (1925).

Num depoimento dado por J. Franck no início dos anos 60 (na biblioteca do IFUSP há um vídeo com a demonstração do experimento de Franck-Hertz onde há também este depoimento), ele menciona que quando realizavam o experimento não sabiam ainda do modelo proposto por Bohr alguns meses antes. A motivação do experimento era determinar a energia de ionização do átomo e não verificar a quantização dos níveis de energia. A montagem experimental para o experimento de Franck-Hertz utilizada hoje em dia nos laboratórios didáticos é vista esquematicamente na figura 4.8.

Elétrons são emitidos pelo catodo aquecido C com energia cinética muito baixa. aplicando-se uma diferença de potencial V_0 entre o catodo e a grade G, o elétron é acelerado, tendo sua energia cinética aumentada progressivamente até atingir o valor eV_0 nas proximidades da grade. Entre a grade e a placa coletora P aplica-se uma pequena diferença de potencial retardadora ΔV , de modo que os elétrons devam ter, ao ultrapassar a grade G, uma energia cinética mínima ($= e\Delta V$) para poder chegar à placa P. Para pequenos valores do potencial acelerador V_0 , a corrente de elétrons que chegam na placa coletora, medida pelo amperímetro I é pequena. Isso é devido ao fato de que uma nuvem de elétrons lentos se forma nas proximidades do catodo, pelos próprios elétrons emitidos. Essa distribuição de carga negativa gera um potencial elétrico que impede que outros elétrons sejam ejetados do catodo. Ao se aumentar V_0 , elétrons da parte externa da nuvem são acelerados em direção à grade, diminuindo assim o tamanho da nevem e permitindo que mais elétrons sejam emitidos do catodo, de modo que a corrente medida na placa cresce à medida em que V_0 aumenta.

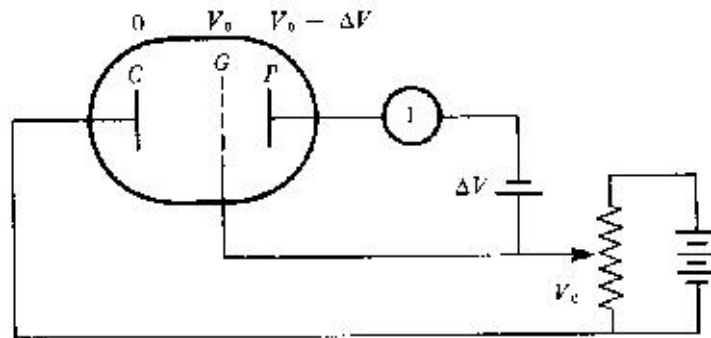


Figura 4.8: Diagrama esquemático do equipamento utilizado na experiência de Franck-Hertz

A realização da experiência se faz com a introdução de uma gota de mercúrio no interior do tubo, no qual se faz vácuo. Aquecendo-se o tubo a temperaturas de ~ 150 C, uma pequena fração do mercúrio fica em forma de vapor, preenchendo todo o volume do tubo. Os elétrons agora, entre o catodo e a grade, passam a colidir com os átomos de mercúrio ao longo do caminho. No caso de colisões elásticas, sendo o átomo de mercúrio muito

4 O Átomo de Bohr

mais pesado que o elétron, praticamente não há perda de energia dos elétrons nas colisões, não afetando portanto o número de elétrons que chegam por segundo à placa. Entretanto, na presença de vapor de mercúrio, ao se aumentar o potencial acelerador para um valor ligeiramente maior que 4.9 V, observa-se que a corrente cai bruscamente. A interpretação para esse fato é que os elétrons, ao atingirem a energia um pouco acima de 4.9 eV (o que ocorre nas proximidades da grade, para $V_o \sim 4.9V$) colidem inelasticamente com os átomos de mercúrio, cedendo praticamente toda sua energia cinética. Portanto não têm energia suficiente para atravessar a região de potencial freador e atingir a placa coletora. A conclusão inicial de Franck e Hertz é que o átomo estava sendo ionizado. Aumentando-se ainda mais o potencial acelerador V_o , os elétrons continuariam a “ionizar” os átomos de mercúrio, mas agora sobraria energia cinética suficiente para atravessar a região de potencial retardador e conseguiriam portanto chegar ao anodo. Portanto a corrente I voltaria a aumentar.

A surpresa foi descobrir que essa não era a energia de ionização do mercúrio, mas sim a de excitação do átomo de mercúrio. Realmente, a diferença de energia de 4.9 eV corresponde à entre o estado fundamental (estado de menor energia) e o próximo estado de energia (primeiro estado excitado) do Hg. Elétrons com energia menor que 4.9 eV não podem fazer colisões inelásticas pois não há um estado disponível para o átomo absorver essa quantidade de energia. No espectro do átomo de mercúrio, há inúmeras raias, mas a mais intensa, fonte principal da luz emitida pelas lâmpadas modernas de Hg, tem comprimento de onda de 2530 Å, bem conhecido na época. Utilizando-se a relação de Einstein, $E = hc/\lambda = 4.9$ eV para esta raia do Hg. Franck e Hertz colocaram ainda o tubo com vapor de Hg, com potencial acelerador $V_o = 4.9$ V num espectrômetro e observaram que o espectro continha somente uma raia, a de 2530 Å. A relação entre os estados de energia quantizados e as raias dos espectros atômicos estava definitivamente comprovada.

Na experiência de Franck-Hertz, se aumentarmos mais a tensão, como vimos a corrente recomeça a subir. Entretanto, quando $V_o \sim 10V$, ela começa a cair novamente. Os elétrons, saindo do catodo, ganham, em algum ponto entre o catodo e a grade, energia maior que 4.9 eV, suficiente para poder fazer uma colisão inelástica, transferindo 4.9 eV de sua energia para o átomo de Hg. Continuam então sendo acelerados e quando chegam às proximidades da grade, têm novamente energia cinética ligeiramente superior a 4.9 eV e colidindo novamente inelasticamente, a energia restante não é suficiente para atravessar a barreira de potencial, e a corrente cai novamente. Isso se repete cada vez que a tensão de aceleração é ligeiramente maior que um múltiplo de 4.9 V, conforme visto na figura 5.9.

Há dois fatos curiosos sobre a experiência de Franck-Hertz. Nos tubos de Franck-Hertz modernos, fabricados comercialmente para uso em laboratórios didáticos, as dimensões do tubo são bem menores que as do tubo original, construído por Franck e Hertz. Nestes, a pressão de operação do vapor de Hg é bem maior que a do tubo original. Nessa condição de pressão, a probabilidade de colisão elástica de elétrons lentos com átomos de Hg é enorme e o gás se torna “opaco” para esses elétrons, com energia ~ 0.5 eV. Com isso, elétrons com baixa energia próximos à grade, não conseguem chegar à placa, *mesmo que a diferença de potencial entre G e P seja aceleradora*. Esse fato sobre as colisões elásticas, desconhecido na época, poderiam ter causado muitos problemas para Franck e Hertz comprovarem o

4.4 A Experiência de Franck-Hertz

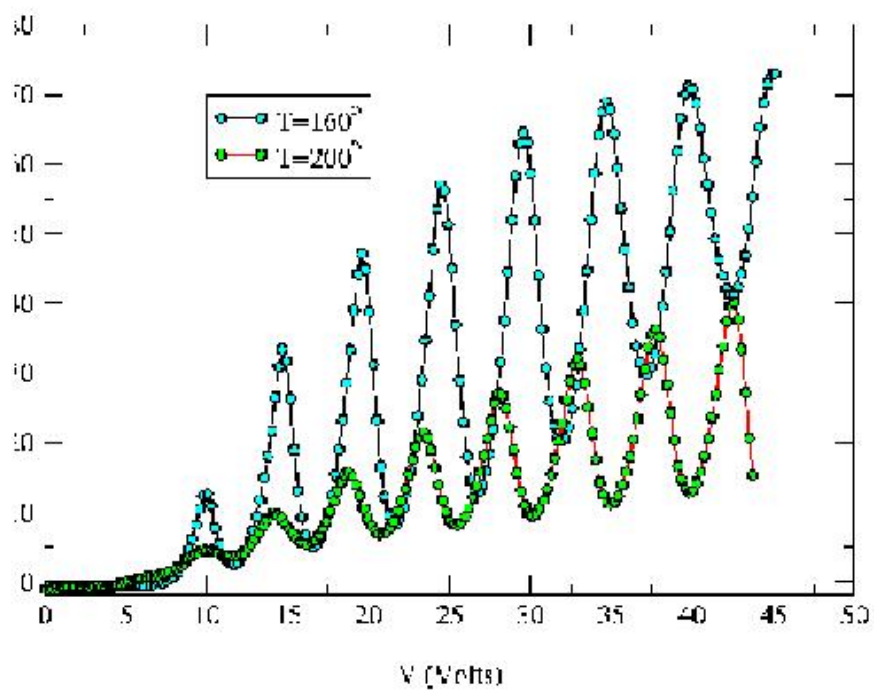


Figura 4.9: Curva experimental de corrente x tensão de aceleração no experimento de Franck-Hertz (dados obtidos no Laboratório de Estrutura da Matéria do IFUSP)

4 O Átomo de Bohr

funcionamento do método (ver D.R.A. McMahon - Am. J. Phys. 51, 1086 (1983)).

Outra curiosidade se relaciona com observações feitas pelos alunos da disciplina Laboratório de Estrutura da Matéria II do IFUSP em 1988, quando este que escreve era professor da disciplina. Neste ano, as medidas de IxV, antes feitas manualmente, foram automatizadas, introduzindo-se um graficador eletromecânico. Isso deu uma significativa melhoria na qualidade (precisão) dos dados experimentais e pudemos observar que a diferença de tensão entre os picos, como os da figura 4.9 não era constante, mas aumentava, à medida em que a tensão de aceleração aumentava. Passamos a coletar dados de todas as equipes, para se obter valores médios com bom significado estatístico. Estava convencido que o efeito era devido a erro sistemático introduzido pela inércia mecânica da pena do graficador. Logo a seguir, passamos a utilizar uma placa de digitalização acoplada um micro computador (Apple II - os primeiros a surgir na USP) e o efeito continuou, embora não houvesse mais o problema de inércia do sistema mecânico. Para satisfação de todos, no mesmo mês quem que observamos este efeito, foi publicado um artigo (G.F. Hanne - Am. J. Phys. 51, 810 (1988)) onde era previsto teoricamente a ocorrência de um efeito semelhante ao que observávamos. Uma explicação mais detalhada para este efeito será dada no Lab. de Estrutura da Matéria.

4.5 Regras de Quantização de Wilson-Sommerfeld

O impressionante acordo entre as previsões do modelo de Bohr e os resultados experimentais determinaram o imediato sucesso do mesmo. Entretanto, do ponto de vista de uma estrutura organizada do conhecimento como se conhecia com a mecânica e o eletromagnetismo, a situação da chamada “física quântica” era bastante caótica. Planck havia postulado a quantização da energia de um oscilador ($E = nh\nu$), Bohr agora introduzia a do momento angular $L = nh/2\pi$, fazendo com que as energias das órbitas atômicas fossem também quantizadas, mas com uma relação diferente daquela encontrada por Planck.

Uma ordenação parcial desse conjunto de novas idéias aparentemente desconexas foi introduzida em 1916, por Wilson e Sommerfeld. Então foi enunciada o postulado que ficou conhecido como a *regra de quantização de Wilson-Sommerfeld*:

Para qualquer sistema físico com movimento periódico, sendo \mathbf{p} o momento associado à coordenada de posição \mathbf{q} , tem-se a relação:

$$\oint pdq = n_q h$$

A integral acima já era conhecida da mecânica e é chamada *integral de ação* ou simplesmente *ação*. As variáveis q e p são por exemplo x e p_x , no caso de um oscilador harmônico ou φ e L , no caso de uma partícula descrevendo um movimento circular. Vejamos por exemplo, o caso de um oscilador harmônico de uma massa m sob ação de uma força $F = -kx$. A equação do movimento é dada pela aplicação da segunda lei de Newton:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

4.5 Regras de Quantização de Wilson-Sommerfeld

Cuja solução $x(t)$ é dada por:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

onde A é a amplitude do movimento, $\omega = \sqrt{k/m} = 2\pi\nu$ a frequência angular e φ uma fase que depende das condições iniciais. Por simplicidade vamos fazer $\varphi = 0$ no que segue. A velocidade da massa m é dada por:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$$

e portanto, $p_x = mv_x = mA\omega \cos \omega t$. A ação correspondente pode ser então calculada pela expressão:

$$\oint p_x dx = \oint (mA\omega \cos \omega t) A\omega \cos \omega t dt = mA^2\omega^2 \oint \cos^2 \omega t dt$$

observando que a energia do oscilador é dada por $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ e fazendo $\theta = \omega t$, de onde $d\theta = \omega dt$, temos:

$$\oint p dx = \frac{m\omega^2 A^2}{\omega} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \frac{2E}{\omega} \pi$$

utilizando então a regra de Wilson-Sommerfeld, temos

$$\frac{2\pi E}{\omega} = nh \Rightarrow E = nh\nu,$$

que é a relação de Planck.

Analogamente podemos obter a relação de Bohr. Um elétron descrevendo um movimento circular e uniforme como no modelo de Bohr tem momento angular constante $L = mvr$. A coordenada associada a esse momento é o ângulo de rotação φ :

$$\oint L d\varphi = L \oint d\varphi = 2\pi L = nh \Rightarrow L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

Essas regras de quantização propiciaram por exemplo a obtenção, pelo próprio Sommerfeld, da chamada constante de estrutura fina para os espectros atômicos. Espectros atômicos de alta resolução mostravam que algumas linhas eram na verdade duplas ou triplas, detalhes que são conhecidos como estrutura fina dos espectros. Sommerfeld admitiu a possibilidade de órbitas elípticas de diferentes excentricidades. Utilizando expressões relativísticas, uma vez que em órbitas de alta excentricidades os elétrons têm velocidades muito maiores ao passar próximo ao núcleo, Sommerfeld obteve para a chamada constante de estrutura fina:

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \cong \frac{1}{137}$$

(Nota: Recentemente, observações de detalhes de espectros atômicos produzidos por galáxias distantes, mostraram uma constante de estrutura fina ligeiramente diferente da

4 O Átomo de Bohr

que conhecemos, indicando que as constantes fundamentais, como ϵ_o, e, h, c , podem variar no tempo. Esses resultados precisam ainda ser confirmados).

Embora a regra de quantização de Wilson-Sommerfeld fosse ainda muito limitada (só é válida para sistemas com movimento periódico), foi um avanço na compreensão dos sistemas físicos de pequenas dimensões. Elas também não explicavam a razão da falha de parte da teoria clássica ou o sucesso de outras partes (por que, por exemplo no modelo de Bohr a lei de forças de Coulomb era válida, enquanto que as de radiação não o eram?). Uma relação entre os resultados clássicos e os da teoria quântica foi ainda introduzida por Bohr, por volta de 1923, segundo a qual “*As previsões da teoria quântica devem corresponder aos resultados das teorias clássicas no limite de grandes números quânticos*”, conhecido como *Princípio de Correspondência*. Vejamos por exemplo o caso do átomo de hidrogênio. A frequência de radiação clássica para o elétron em movimento circular é igual à sua frequência de rotação $\nu_o = v/2\pi r$. Das expressões que obtivemos anteriormente para v e r , temos:

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{e^2}{n\hbar}; \quad e \quad r = 4\pi\epsilon_o \frac{n^2\hbar^2}{me^2}$$

de onde se obtém:

$$\nu_o = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_o)^2} \frac{1}{2\pi\hbar^3 n^3}$$

A frequência prevista pela teoria quântica é dada pela diferença de energia entre os estados E_n e E_{n-1} :

$$\begin{aligned} \nu &= -\frac{me^4}{(4\pi\epsilon_o)^2} \frac{1}{2\hbar^2 h} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n-1)^2} \right) = \\ &= \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_o)^2} \frac{1}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \right) \end{aligned}$$

Para $n \gg 1$ ($\lim n \rightarrow \infty$) essa expressão fica:

$$\nu = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_o)^2} \frac{1}{2\pi\hbar^3 n^3}$$

como no caso clássico.

O conjunto de conhecimentos sobre a teoria quântica desde os postulados de Planck até o princípio de correspondência de Bohr é o que chamamos hoje de a “Velha Mecânica Quântica”. Veremos no próximo capítulo como as novas idéias introduzidas por Luis De Broglie desencadearam o desenvolvimento de uma teoria completa, a Mecânica Quântica ou Mecânica Ondulatória.

4.6 Exercícios

1.- Um feixe fino de partículas α de energia 4.8 MeV incide normalmente num alvo de Cu de 10^{-4} cm de espessura. A intensidade do feixe é de 10^6 partículas por segundo e a densidade do Cu é 8.9 g/cm^3 . Quantas cintilações por segundo serão produzidas pelas partículas espalhadas numa tela fluorescente de 2×2 mm, colocada a 5 cm do centro do alvo e numa direção fazendo um ângulo de 60° com a do feixe incidente? (Este foi um dos casos estudados por Geiger e Marsden).

2.- Uma bola de raio desprezível colide elasticamente com uma esfera rígida de raio R, sofrendo uma deflexão de ângulo θ com a direção de incidência. Sabe-se que em relação à normal no ponto de colisão, o ângulo de incidência é igual ao de emergência. a) Mostre que o parâmetro de impacto b e ângulo de espalhamento estão relacionados por $b = R \cos(\theta/2)$. b) Qual a seção de choque para espalhamento em ângulos maiores que θ ? c) Qual a seção de choque total?

3.- Mostre que o número de partículas espalhadas em um ângulo Θ ou maior no espalhamento Rutherford é dado por:

$$N(\Theta) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \pi I \rho t \left(\frac{zZe^2}{Mv^2} \right)^2 \cot^2(\Theta/2)$$

4.- A fração de prótons com 6 MeV espalhados por uma folha de Au, cuja densidade é 19.3 g/cm^3 , em ângulos maiores que 60° é igual a $2 \cdot 10^{-5}$. Calcule a espessura da folha de Au, usando os resultados do problema anterior.

5.- Usando a fórmula de Bohr, calcule os três maiores comprimentos de onda da série de Balmer. Entre que limites de comprimento de onda está a série de Balmer?

6.- Calcule o menor comprimento de onda da série de Lyman e o da série de Paschen.

7.- Utilizando o modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, mostre que durante a transição do estado n para o estado $n-1$, a frequência da luz emitida é dada por:

$$\nu = \left(\frac{2\pi^2 m k e^4}{\hbar^3} \right) \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2}$$

8.- À partir do resultado acima, mostre que quando n tende ao infinito, a expressão varia com $1/n^3$ e se reduz à frequência clássica emitida (sugestão: obtenha classicamente a frequência de revolução do elétron numa órbita circular).

9.- Mostre que no estado fundamental do átomo de hidrogênio, a velocidade do elétron pode ser escrita como $v = \alpha c$ onde $\alpha = (1/4\pi\epsilon_0)e^2/\hbar c \simeq 1/137$ é a constante de estrutura fina.

10.- Usando o modelo de Bohr, calcule a energia necessária para remover o elétron restante em um átomo de He ionizado.

11.- Mostre que a frequência de revolução de um elétron no modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio é dada por $\nu = 2|E|/hn$, onde E é a energia total do elétron.

12.- Observa-se que partículas α com energia cinética 13,9 MeV ou maior, incidindo em folhas de cobre não obedecem a lei de Rutherford ($\sim 1/\sin^4 \theta/2$). Estime o tamanho do

4 O Átomo de Bohr

núcleo de Cu à partir dessa observação, supondo que o núcleo de Cu permanece fixo na colisão com as partículas α . 6×10^{-15} m

13.- Calcule os comprimentos de onda das três primeiras raias da série de Lyman do átomo de hidrogênio.

14.- a) Construa o diagrama de níveis de energia para o íon He^+ ($Z=2$). b) Qual a energia de ionização para o He^+ ?

a) $E_n = -54,4/n^2$ eV b) 54,4 eV

15.- Qual o raio da primeira órbita de Bohr para a) He^+ , b) Li^{2+} e c) Be^{3+} ?

$r_{\text{He}^+} = 0,0265$ nm, $r_{\text{Li}^{2+}} = 0,0177$ nm, $r_{\text{Be}^{3+}} = 0,0132$ nm

16.- a) Calcule o maior e menor comprimento de onda para a série de Paschen. b) Determine as energias dos fótons correspondentes.

a) $\lambda_{\text{max}} = 1874$ nm $\lambda_{\text{min}} = 820$ nm b) $E_{\text{min}} = 0,663$ eV $E_{\text{max}} = 1,52$ eV

17.- Um átomo de hidrogênio está em seu estado fundamental ($n=1$). Usando o modelo de Bohr para o átomo, calcule a) o raio da órbita, b) o momento linear do elétron, c) o momento angular do elétron d) a energia cinética, e) a energia potencial e f) a energia total.

a) 0,0529 eV b) $1,99 \times 10^{-24}$ kg.m/s c) $1,05 \times 10^{-34}$ kg.m²/s = \hbar

d) 13,6 eV e) -27,2 eV f) -13,6 eV

18.- Um elétron inicialmente no estado $n=3$ de um átomo de massa M com 1 elétron em repouso, faz transição para o estado fundamental $n=1$. a) Mostre que a velocidade de recuo do átomo devida à emissão do fóton é dada aproximadamente por $v=8hR/9M$, onde R é a constante de Rydberg. b) Calcule a porcentagem da energia de transição $3 \rightarrow 1$ que é carregada núcleo de deutério em recuo.

b) $3,2 \times 10^{-8}\%$

19.- Um elétron com energia menor que 100 eV colide frontalmente (e elasticamente) com um átomo de Hg em repouso. a) Se o elétron inverte sua direção de movimento, mostre que o elétron perde apenas uma pequena fração de sua energia cinética inicial, dada por: $\Delta E_c/E_c = 4M/[m(1 + M/m)^2]$

onde m é a massa do elétron, M a do Hg. b) Usando os valores conhecidos de m e M , mostre que $\Delta E_c/E_c \sim 4m/M$.

20.- Calcule o parâmetro de impacto para o espalhamento de uma partícula α ($E=7,7$ MeV) por ouro em um ângulo de a) 1° e b) 90° .

a) $1,69 \cdot 10^{-12}$ m b) $1,48 \cdot 10^{-14}$ m

21.- Um feixe de partículas α de 8 MeV é espalhado por uma folha fina de ouro. Qual a razão entre o número de partículas α espalhadas a 1° e o número das espalhadas em ângulo maior que 2° ?

22.- Para alvos de alumínio ($Z=13$) e ouro ($Z=79$), qual a razão de partículas α espalhadas em um ângulo qualquer, para um dado número de partículas incidentes?

36,2

23.- Em um experimento feito espalhando-se partículas α de 5,5 MeV em uma folha fina de ouro, estudantes encontraram que 10000 partículas α são espalhadas em um ângulo maior que 50° . a) quantas partículas α serão espalhadas em ângulo maior que 90° ? b) quantas serão espalhadas entre 70° e 80° ?

4.6 Exercícios

a) 2170 b) 1347

24.- Estudantes querem fazer um experimento usando uma fonte muito forte de partículas α de 5,5 MeV que serão espalhadas por uma folha fina de ouro. Eles querem conseguir uma taxa de de 1 partícula/s a 50° , mas o detector que utilizam é limitado a uma taxa máxima de 2000 partícula/s. O detector empregado subtende um pequeno ângulo sólido. O sistema de medidas poderá ser empregado para medir a taxa a 6° sem modificação?

25.- Os raios nucleares do alumínio e ouro são aproximadamente $r=3,6$ fm e 7,0 fm respectivamente. Os raios do próton e da partícula α são respectivamente 1,3 fm e 2,6 fm.

a) Que energia de partícula α seria necessário para que as superfícies nucleares se toquem em uma colisão frontal? b) Qual a energia no caso de prótons? (calcular para alumínio e ouro)

a) Al: 6,04 MeV, Au: 23,7 MeV b) Al: 3,82 MeV, Au: 13,7 MeV

26.- Calcule a velocidade e a aceleração radial para um elétron no átomo de hidrogênio. Faça o mesmo para um átomo de Li^{++} .

27.- Calcule o momento angular em kg.m/s para a órbita eletrônica de menor energia no átomo de hidrogênio.

28.- Use os valores conhecidos de ϵ_0 , h , m , e e calcule as seguintes quantidades (com 4 algarismos significativos): hc , $e^2/4\pi\epsilon_0$ (em eV.nm), mc^2 (keV), a_0 (em nm) e E_0 (em eV).

1239,8 eV.nm, 1,4400 eV.nm, 511,00 keV $5,2918 \times 10^{-2}$ nm, 13,606 eV

29.- Um átomo de hidrogênio em um estado excitado absorve um fóton de comprimento de onda 434 nm. Qual o estado inicial e final do átomo?

$n=2$ e $n=5$

30.- Qual é a energia de ligação calculada para o elétron no estado fundamental do a) deutério? b) He^+ ? c) Be^{+++} ?

a) 13,6 eV b) 54,4 eV c) 218 eV

31.- Um átomo de hidrogênio existe em um estado excitado por um intervalo de tempo da ordem de 10^{-8} s. Quantas revoluções faz o elétron no estado $n=3$ antes de decair?

$2,44 \times 10^6$

32.- Um átomo muônico consiste de um múon ($mc^2 = 106$ MeV, carga = -e) no lugar do elétron. Para o múon no átomo de hidrogênio, calcule: a) o menor raio. b) A energia de ligação do estado fundamental. c) O comprimento de onda limite para as três primeiras séries espectrais.

a) $2,84 \times 10^{-13}$ m b) 2535 eV c) 0,49 nm, 1,96 nm, 4,40 nm