

1- AS TRANSFORMAÇÕES DE LORENTZ

Nessa teoria nem o espaço nem o tempo têm um caráter absoluto. No entanto, existem relações absolutas entre as coordenadas do espaço-tempo. Tais relações são conhecidas como as transformações de Lorentz.

Apesar dessas relações terem sido descobertas por H. A. Lorentz antes de Einstein, coube a ele deduzir tais transformações a partir do postulado da Constancia da velocidade da luz, bem como interpretá-las de acordo com sua teoria da relatividade. Isso será explicado em seguida.



Fig. 1- Hendrick Lorentz

Dentro do contexto da teoria da relatividade o conceito de evento ocupa um papel central. Todos os fenômenos são percebidos pelos nossos sentidos como uma sucessão de eventos. Para efeito das nossas considerações definimos um evento como algo que ocorre num determinado ponto do espaço e num determinado tempo. Consideremos (x, y, z, t) como as quatro “coordenadas” de um evento no contínuo quadridimensional. Assim, como o tempo perde o caráter absoluto, é importante associar a ele o tempo de ocorrência em cada sistema de referência. Ao mesmo evento associamos as “coordenadas” (x', y', z', t') .

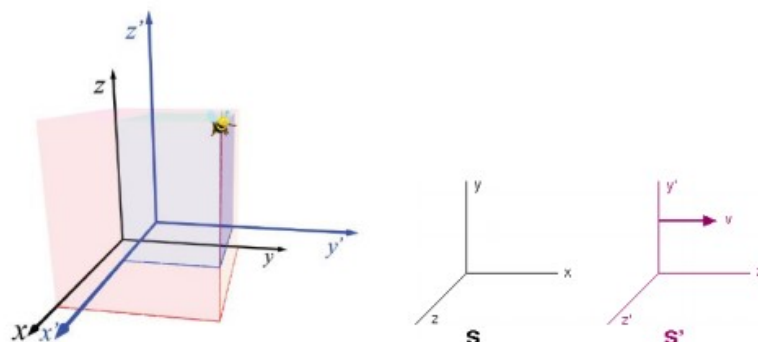


Fig. 2- Como relacionamos as coordenadas de um ponto em dois referenciais distintos?

Para encontrarmos as transformações que relacionam um conjunto de coordenadas de um evento com outro conjunto de coordenadas,

$$(x, y, z, t) \rightarrow (x', y', z', t'),$$

procuramos as transformações lineares mais gerais possíveis e que atendam a um certo conjunto de requisitos,

1. Considere a frente de onda de um sinal luminoso se propagando nos dois sistemas com a mesma velocidade (c). Então, se este sinal é enviado quando as duas origens coincidem e nos mesmos instantes de tempo nos dois sistemas ($t = t' = 0$), a posição da frente de onda é tal que para os dois sistemas valem as relações:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

2- Para velocidades pequenas essas transformações se reduzem às transformações de Galileu. Em particular, no caso no qual $v = 0$ as transformações se reduzem à transformação identidade. As transformações de Galileu para sistemas que se movimentem com velocidade v um em relação ao outro, e admitindo-se que o movimento se dê ao longo do eixo x , são

$$x' = x - vt, \quad t' = t, \quad y' = y, \quad z' = z$$

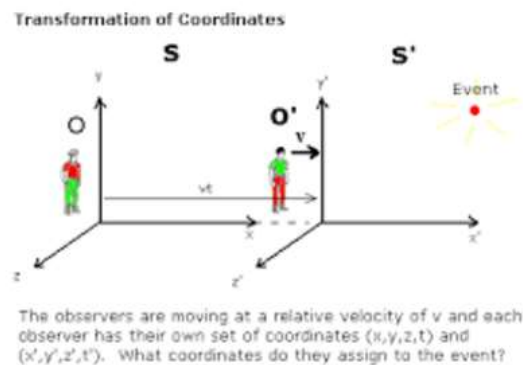


Fig. 3- Em cada referencial a posição e o tempo de um evento são distintos.

Tomando-se como ponto de partida a transformação linear mais geral possível, satisfazendo os critérios acima, obteremos as transformações de Lorentz. No caso em que os sistemas se desloquem ao longo do eixo x (vide figura), essas transformações são:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (x - vt)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

As transformações inversas são obtidas a partir das transformações anteriores trocando as coordenadas espaços-temporais e efetuando a substituição:

$$v \rightarrow -v$$

Obtemos assim:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}(x' - vt'), \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left(t' - \frac{v}{c^2}x\right), \quad y = y', \quad z = z'$$

Note-se que se a velocidade relativa entre os dois sistemas for muito pequena em relação á velocidade da luz, isto é:

$$\frac{v}{c} \ll 1$$

Então, nesse limite, as transformações de Lorentz se reduzem ás transformações de Galileu. As transformações de Galileu são válidas como uma aproximação de uma transformação mais geral. Isso explica, por outro lado, porque no cotidiano é difícil perceber uma distinção entre elas. Explica por outro lado porque só no século XX viemos a nos dar conta de que as transformações de Galileu não são exatas. Por exemplo, para um avião comercial a jato que se move a 1080 km/h (300m/s), v/c tem o valor aproximado de

$$\frac{v}{c} = \frac{300}{300 \cdot 10^6} = 10^{-6}$$

Ou seja, mesmo para um transporte muito rápido dos dias de hoje a alteração introduzida por Einstein são, praticamente, imperceptíveis.