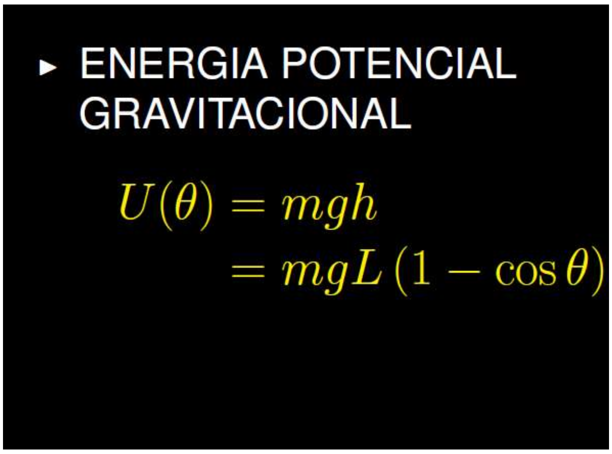
4-4 Energia do pêndulo simples

A energia mecânica do pêndulo simples é conservada. Ela consiste de dois temos. O primeiro é a energia cinética, a qual é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ml^2 {v_{ang}}^2 = \frac{1}{2}ml^2\left[\theta_0 \omega sen\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2$$

Ou seja, a energia cinética varia com o tempo.

A segunda forma de energia do pêndulo é a energia potencial. Para um ângulo arbitrário (vide figura) temos:



Para ângulos pequenos podemos fazer a aproximação:

$$\cos\theta \cong 1 - \frac{\theta^2}{2}$$

Assim, para ângulos pequenos escrevemos:

$$U = \frac{1}{2}mgl\theta^2 = \frac{1}{2}mgl\left[\theta_0 \cos\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2$$

E, portanto, essa forma de energia também depende do tempo.

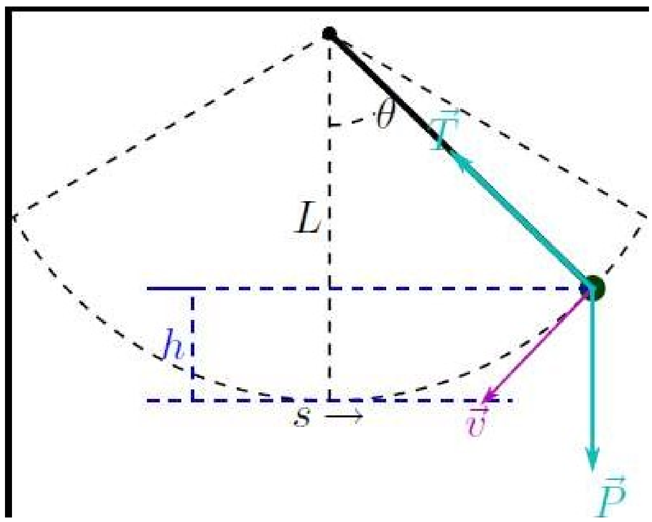


Fig. Relógio a pêndulo.

Assim, para pequenas amplitudes, para as quais o pêndulo executa um movimento harmônico simples, a energia mecânica é dada pela expressão:

$$E = E_c + U = \frac{1}{2}ml^2 {v_{ang}}^2 + \frac{1}{2}mgl\theta^2$$

Substituindo-se as expressões para a velocidade angular e o ângulo em função do tempo, encontraremos:

$$E = \frac{1}{2}ml^2\left[\theta_0 \omega sen\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2 + \frac{1}{2}mgl\left[\theta_0 \cos\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2$$

Lembrando que

$$sen^2\left(\omega t + \alpha\right) + \cos^2\left(\omega t + \alpha\right) = 1$$

Obtemos;

$$E = \frac{1}{2}mgl{\theta_0}^2$$

Que é como sabemos e como foi verificado explicitamente, constante. A energia depende, de forma essencial do valor da amplitude angular.

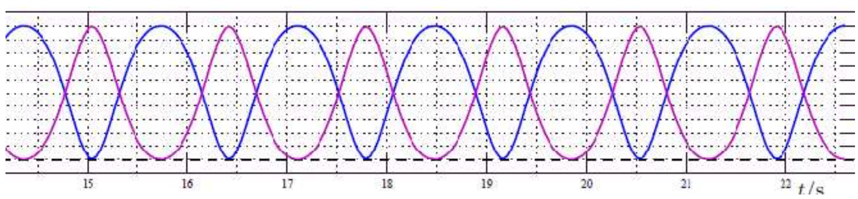


Fig. As energias potencial e cinética variam com o tempo. A energia mecânica, no entanto, permanece constante.