Autores: Prof. Gil da Costa Marques e Profa. Nobuko Ueta

Experimentação

Medir a aceleração da gravidade g

Objetivos:

1. Medir intervalos de tempo através de estímulos auditivos.
2. Obter valores de grandezas através de linearização.
3. Discutir a precisão das medidas.
4. Obter o valor da aceleração da gravidade.

Introdução:

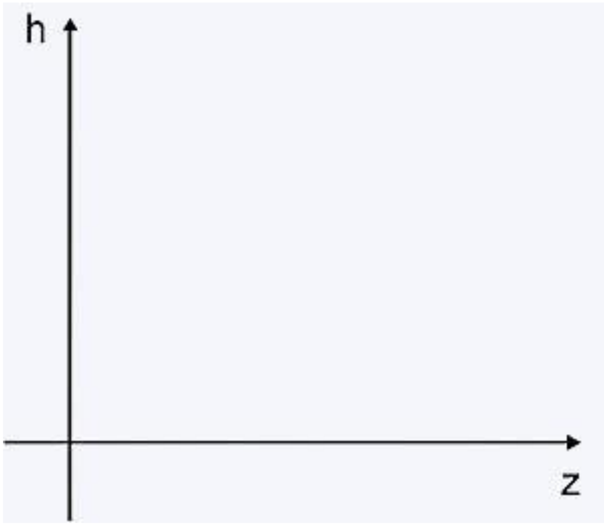
Através da queda livre de esferas de aço pode-se medir a aceleração da gravidade g. Se as esferas forem soltas de uma altura h, sem velocidade inicial $\left(v_0 = 0\right)$, vale a relação $v = gt$, onde v é a velocidade final da esfera e t, o intervalo de tempo de queda.

Vale, também, a relação $h = \frac{1}{2}gt^2$.

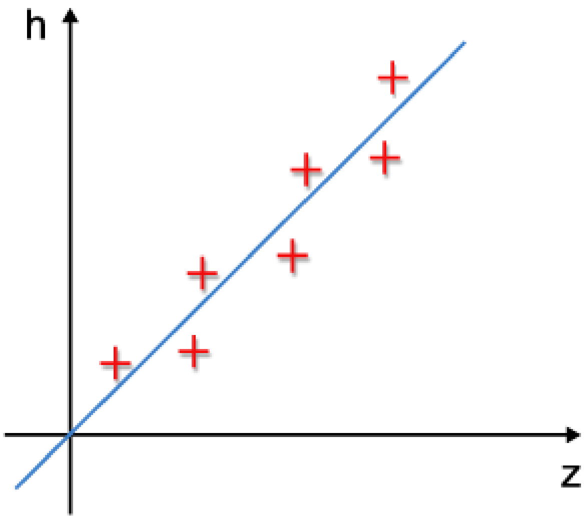
Medindo-se os intervalos de tempo t, diferentes para cada altura h escolhida, podemos obter a constante g através da linearização dessa função quadrática. Se colocarmos em um gráfico diretamente h em função de t, teremos uma parábola. Mas se calcularmos os quadrados de t, isto é, t_2, e fizermos um gráfico de h em função de t_2, é como se estivéssemos analisando a função $h = \frac{1}{2}gz$, onde $z = t_2$.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad h = \frac{1}{2}gz \qquad \text{onde } \frac{1}{2}g = cte$$

Portanto, h em função de z é apresentada por uma reta, cujo coeficiente angular é $\frac{g}{2}$



Este processo de análise é chamado **linearização** e é muito utilizado para facilitar a obtenção de constantes através de uma reta. Note que é mais fácil traçar uma reta média do que uma parábola média, pois basta o uso de uma régua.



Material necessário:

Esferas de aço (podem ser obtidas desmontando rolamentos gastos), cronômetros, placa metálica (bacia de alumínio), fita métrica ou trena.

Procedimento:

1. Cubra uma parede com uma tira de papel e sobre esta faça marcas a $0,5m, 1,0m, 1,5m, 2,0m$ e $2,5m$ acima de uma placa metálica (ou bacia) colocada no chão.

2. Um aluno se posiciona de modo a largar (com velocidade inicial nula) as esferas, cada vez de uma das marcas (do item 1) correspondentes a alturas h diferentes. Ao soltar a esfera, o aluno sinaliza verbalmente: "já". Outros alunos do grupo iniciam a cronometragem da queda. Os cronômetros devem ser desligados quando se ouve o ruído da queda da esfera.

Observação: Desta forma, o intervalo de tempo medido depende de estímulos auditivos no início e no fim da cronometragem e fica sujeita apenas às flutuações nos tempos de reação para esse estímulo. Tira também o erro de paralaxe nas observações da passagem das esferas por marcas.

3. Organize os dados numa tabela. Se vários alunos medirem simultaneamente os tempos de queda, todas as medidas devem ser anotadas e deve-se usar o valor médio obtido como o mais representativo do grupo de alunos. O desvio experimental deve ser obtido como anteriormente (valor máximo - valor mínimo)/2.

4. Para cada valor de h, vocês obterão um valor médio t de tempo. Organizem agora uma tabela com os valores de h, t e t_2.

5. Façam um gráfico de $h \times t_2$ e tracem a reta média.

6. Se cada aluno fizer o seu próprio gráfico, cada aluno obterá um valor para o coeficiente angular. O valor médio dos coeficientes representa o conjunto de dados utilizados e a dispersão representa aproximadamente o desvio experimental. Colecionem esses valores numa tabela.

7. Calculem o valor médio do coeficiente angular e o desvio.

8. O valor de g e do respectivo desvio é dado pelo dobro do coeficiente angular obtido no item anterior.

9. Compare com o valor $(9,8 \pm 0,1) m/s^2$ aceito para São Paulo.

10. Se forem usadas as medidas de tempo de apenas um aluno, não é possível adotar este procedimento. Nesse caso, os dados devem ser analisados de outra forma.

ALTERNATIVA DE ANÁLISE E TOMADA DE DADOS

1. Para diferentes valores de h, o aluno deve repetir as medições dos intervalos de tempo várias vezes (por ex., 5 ou 10). Organize uma tabela de dados:

$t_1(s)$ $(para\ \mathrm{h}_1 = 0{,}5m)$	$t_2(s)$ $(para\ \mathrm{h}_2 = 1{,}0m)$	t_3 $(para\ \mathrm{h}_3 = 1{,}5m)$	t_4 $(para\ \mathrm{h}_4 = 2{,}0m)$
t Δt			

2. Os valores médios e os respectivos desvios das medições de intervalo de tempo devem ser calculados para completar a tabela.

3. Faça uma outra tabela (ou acrescente linhas na tabela do item 1) com valores de h, $t \pm \Delta t$

4. Faça um gráfico de $h \times t_2$.

5. Trace a reta média e calcule o coeficiente angular correspondente.

6. Observe se é possível traçar outra reta aceitável. Em caso positivo, trace e calcule o novo coeficiente angular.

7. Calcule o valor médio dos coeficientes e o desvio (diferença dos dois valores divididos por dois).

8. Obtenha o valor de g e do seu desvio multiplicando por dois o coeficiente angular e desvio do item anterior.

9. Discuta a precisão do valor obtido tendo por base a variação no seu tempo de reação para estímulo auditivo. Por exemplo, um outro colega indica verbalmente um intervalo de tempo de 5 segundos, enquanto você cronometra sucessivamente. Anote os valores obtidos e obtenha a dispersão no tempo de reação. Repita para um intervalo de tempo de 2 segundos.

10. Utilize essa dispersão para analisar a dificuldade de medir intervalos de tempo menores que 1 segundo, como é o caso das medições efetuadas. Discuta com os colegas.

11. Na verdade, em vez de usar apenas t_2 seria necessário usar $(t_{\max})^2$ e $(t_{\min})^2$ para cada valor de t_2. No lugar de um ponto, deveria haver uma região de t_2 possíveis de serem encontrados. Tente analisar novamente.

Observação: Note que o tempo de reação é de décimos de segundo, mas a dispersão é menor; mas não muito menor, dependendo da pessoa.

12. Discuta a validade do método. Quais são as alternativas possíveis de melhoria?

Observação: O uso de muitas medições feitas por indivíduos diferentes tende a melhorar o valor obtido e não é muito entediante. O uso de alturas muito grandes não é aconselhado por motivo de segurança física dos alunos.

ATENÇÃO:

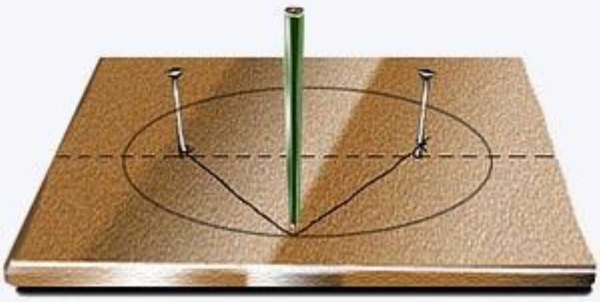
Para h = 0, T = 0, então, a origem nos gráficos também é um ponto experimental, fato que deve ser considerado ao traçar a reta média em qualquer modo de análise.

Demonstrações

1) 1ª Lei de Kepler

Fixar dois pregos numa tábua recoberta com uma folha de papel, como mostra a figura.

Desenhe uma elipse como um jardineiro faria: use um fio amarrado nos dois pregos. Com um lápis estique o fio e desenhe a elipse. Essa é a forma da trajetória de um planeta quando o Sol ocupa um dos focos (onde está um prego).



2) g varia com a altura

Newton mostrou que a atração gravitacional observada na queda livre é idêntica à atração gravitacional entre massas. Assim, podemos escrever:

$$mg = \frac{GmM}{(R+h)^2}$$

onde m é a massa de um corpo no espaço;
g = aceleração da gravidade;
G = constante universal da gravitação;
M = massa da Terra
R = raio da Terra
h = altura do corpo no espaço acima da superfície da Terra.

Estamos admitindo a massa inercial igual à massa gravitacional.

Teremos assim:

$$g = \frac{GmM}{\left(R+h\right)^2}$$

O valor de g depende da altura h. Dado o valor do raio da Terra, h deve ser muito grande para se notar algum efeito.

Dados:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2} \cong 10^{-10} \frac{N.m^2}{kg^2}$$

$$R = 6371km\left(\text{raio da Terra}\right) \cong 10^7 m$$

$$M = 5,977 \times 10^{24} kg \cong 10^{25} kg$$

Calcule o valor de g para algumas alturas:

1) altura do Everest $h \cong 10km$
2) altura da órbita de um satélite geoestacionário $h = 36.000km$
3) altura de um prédio de 100 andares $h = 300m$