

## Referenciais Inerciais e não-Inerciais: Forças de Inércia

### 1- Introdução a um Referencial Inercial

Quando um ônibus ou um carro está em movimento, um livro colocado sobre o assento pode ser deslocado sem que ninguém toque nele. Basta haver uma freada brusca ou uma curva em velocidade alta. Até uma pessoa distraída ou mal acomodada pode ser lançada do seu assento, tal a força que age sobre ela.

Discutimos no [capítulo 15](#) a Lei de Inércia ou [primeira lei de Newton](#), que diz:

**"Todo corpo persiste em seu estado de repouso, ou de movimento retilíneo e uniforme, a menos que seja compelido a modificar esse estado pela ação de forças impressas sobre ele."**

Sobre um livro em repouso no banco do ônibus, deslocado da sua posição de equilíbrio, não estava agindo nenhuma força de uma interação. Não havia ninguém empurrando nem nada atraindo o livro. Então, a primeira lei de Newton não vale no ônibus freando, fazendo uma curva ou então arrancando bruscamente. A primeira lei de Newton não vale em qualquer referencial.

**Um referencial é denominado referencial inercial se nele a primeira lei de Newton é válida.**

Portanto, um ônibus em movimento acelerado não é um referencial inercial. Ele é um referencial não-inercial.

A Terra está em rotação. Consequentemente, nos movimentos descritos utilizando-se a Terra como sistema de referência, precisamos levar em conta as forças de inércia. Esse exemplo, da Terra, serve para lembrar a relevância das forças de inércia como força de Coriolis e força centrífuga.

A Terra não é um referencial inercial. A Terra está em movimento de rotação. Mas, para efeito de observações que fazemos sobre as leis de Newton, essa rotação não afeta. Assim sendo, com uma boa aproximação aceitamos um laboratório sobre a Terra como um referencial inercial.

Sistemas de referência em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a um sistema inercial também são inerciais.

Voltando ao livro dentro do ônibus freando, por que o livro foi deslocado? Dizemos que o livro está sob a ação de uma força de inércia. A força de inércia é, como outras forças conhecidas, proporcional à massa inercial, mas não corresponde a nenhuma interação entre partículas, não corresponde a uma força física. A força de inércia tem apenas a mesma dimensão que a de uma força física, isto é, o seu módulo é dado pelo produto de uma massa por uma aceleração. As forças de inércia surgem, e se fazem sentir, em sistemas de coordenadas ditos não-inerciais.

As forças de inércia devem sempre ser levadas em conta quando o movimento é descrito por um observador localizado num sistema não-inercial.

Estaremos particularmente interessados em sistemas acelerados ou em sistemas em rotação. Estes são exemplos típicos de sistemas inerciais. Neles surgem as forças de inércia.

## 2- Forças de inércia

Consideremos dois sistemas. Suponhamos que o sistema S seja um **sistema inercial**. Para ele escrevemos

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Veremos a seguir que, para um **sistema não-inercial**, a lei de Newton não tem exatamente a forma acima. A forma geral é

$$\vec{F}' + \vec{F}_{in} m \vec{a}'$$

onde  $\vec{a}'$  é a aceleração da partícula no sistema não-inercial e  $\vec{F}'$  é a força resultante de interações.

O termo extra  $F_{in}$  representa uma nova força (ou novas), a qual não estava presente no sistema inercial.  $F_{in}$  é a força de inércia. Às vezes as forças de inércia recebem o nome de fictícias, porque não estão associadas a uma interação como as demais forças. Na verdade, a força de inércia ganhou essa denominação apenas porque tem a mesma forma de uma força, isto é, é o produto de uma massa por uma aceleração, como já dissemos anteriormente.

### 3- Sistema acelerado

Consideremos o movimento de um mesmo objeto analisado de dois sistemas ( $S$  e  $S'$ ) de coordenadas diferentes. Digamos que o sistema esteja dotado de uma aceleração  $a_0$  em relação a  $S$ .

No sistema inercial  $S$  escrevemos

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

No entanto, a relação entre as acelerações num sistema  $S$  ( $a$ ) e no outro  $S'$  ( $a'$ ) é

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$$

onde  $\vec{a}_0$  é a aceleração do sistema acelerado em relação ao referencial inercial.

Portanto, podemos escrever:

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0$$

a força de inércia no sistema acelerado é, portanto,

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$$

Para entendermos melhor o que foi dito, vamos estudar um caso concreto. Consideremos uma nave espacial em queda livre, movendo-se em direção à Terra. Dentro da nave o astronauta abandona um livro. Analisemos o movimento do livro visto da Terra e da nave. A nave está acelerada em relação à Terra (neste caso, com aceleração  $g$ ).

Visto da Terra escrevemos, para o movimento (aceleração) do livro,

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

ou seja, o livro está acelerado com aceleração  $g$ . Visto da nave, a situação é muito diferente. O astronauta verá o livro flutuar (essa situação é às vezes descrita como zero  $g$ ). O livro estará em repouso em relação à nave. O astronauta escreverá simplesmente

$$m\vec{a}' = 0$$

Como é possível a aceleração ser nula no sistema da nave?

Já vimos que no sistema não-inercial (acelerado) surge a força de inércia

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{g}$$

Portanto, a equação correta para o astronauta é

$$m\vec{a}' = m\vec{g} + \vec{F}_{in} = m\vec{g} - m\vec{g} = 0$$

demonstrando, assim, que as descrições são absolutamente coerentes e compatíveis entre si.

## 4- Força centrífuga

Imagine-se girando num carrossel. Você tem a sensação de que está sendo atirado para fora. Essa sensação que o faz sentir-se compelido para fora, para fugir do centro, é o resultado da força centrífuga.

A força centrífuga surge sempre que nos movimentamos fazendo curvas (ao longo de trajetórias não retilíneas).

Para um indivíduo num sistema em rotação ou que se movimenta numa curva surge uma força, nesse sistema, conhecida como força centrífuga. Ela tem as seguintes características:

### Direção

Na direção perpendicular à curva por aquele ponto no qual o objeto está.

### Sentido

No sentido de "fuga do centro" (para fora). Fuga do centro da circunferência osculadora (a circunferência que tangencia a curva num dado ponto).

### Módulo

O módulo de força centrífuga é dado por

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

onde  $v$  é a velocidade escalar do corpo no ponto  $P$  e  $R$  é o raio da circunferência osculadora pelo ponto  $P$ .

$$v = \omega R$$

e  $R$  é a distância do objeto até o centro. Podemos então escrever

$$\frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R + T$$

Autores: Prof. Gil da Costa Marques e Profa. Nobuko Ueta

Para o indivíduo sobre a plataforma, o objeto está em repouso e ele escreverá para a aceleração na direção normal

$$a'_n = 0$$

Esse resultado é compatível com o anterior, desde que nos lembremos da força centrífuga. Levando em conta a força centrífuga podemos escrever na direção normal

$$ma'_n = -T + F_c = -T + \frac{mv^2}{R}$$

Donde concluímos que

$$T = \frac{mv^2}{R}$$

que é exatamente o mesmo resultado dado acima.

Consideremos, a título de exemplo, o movimento de um objeto de massa  $m$  sobre uma plataforma circular em movimento de rotação em torno do seu eixo (um carrossel é um bom exemplo dessa situação). O objeto está preso ao eixo da plataforma por um fio.

Consideremos agora o movimento desse objeto descrito por dois observadores. Um localizado sobre o solo, em repouso (sistema  $S$ ), e outro localizado sobre a plataforma ( $S'$ ).

Um indivíduo no solo escreverá:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Na direção normal ao movimento ele escreverá

$$ma_{cp} = -T$$

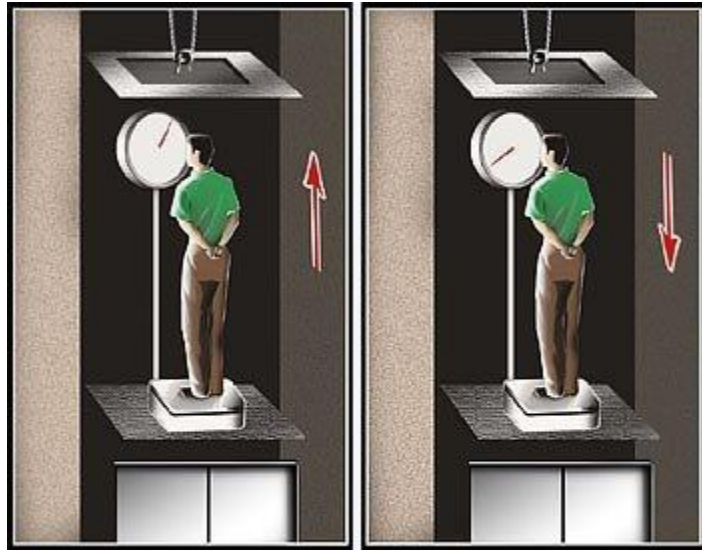
onde  $a_{cp}$  é a aceleração centrípeta. De acordo com o resultado já conhecido, podemos escrever

$$a_{cp} = -\frac{v^2}{R}$$

## 5- Referenciais aceleradas no cotidiano

### 1. Num elevador

Se colocarmos uma balança dentro de um elevador e a usarmos para medir a massa de uma pessoa, haverá diferença, se o elevador estiver acelerado, quando ele estiver subindo ou descendo.



### 2. Inércia na rotação

Uma bola colocada solta num carrossel que está girando será ejetada, se a rotação for suficiente para vencer a força de atrito da bola com a superfície.



### 3. Gravidade zero

Um astronauta dentro de uma nave em órbita vê os objetos ao seu redor e a si próprio flutuando no espaço.

