

## 1: O campo magnético

Chama-se campo magnético de uma massa magnética à região que envolve essa massa, e, dentro da qual ela consegue exercer ações magnéticas. Já vimos que não existe na natureza uma massa magnética isolada, porque um polo norte sempre aparece associado a um polo sul. Desse modo, o campo magnético do polo norte de um ímã está sempre influenciado pelo polo sul do mesmo ímã. Mas, para facilidade de estudo, consideraremos em primeiro lugar o campo magnético de um polo único. Para isso temos de considerar ímãs suficientemente alongados para que possamos desprezar a influência de um polo sobre o outro.

## 2: Propriedade fundamental do campo magnético

Seja o campo produzido pela massa magnética  $M$ . Suponhamos que num ponto  $A$  desse campo seja colocada a massa magnética puntiforme  $m$ , suficientemente pequena para não alterar o campo magnético de  $M$  (fig. 235). Em  $A$  atuará uma força  $\vec{F}$ , que pode ser de atração ou repulsão, de acordo com os sinais de  $M$  e  $m$ . Suponhamos que retiremos do ponto  $A$  a massa magnética  $m$  e coloquemos nesse mesmo ponto, sucessivamente, as massas magnéticas  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , todas elas satisfazendo as duas condições: puntiformes, e suficientemente pequenas para não alterarem o campo de  $M$ . Nessas massas atuarão, respectivamente, as forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ . A propriedade fundamental do campo magnético é a seguinte: o quociente dessas forças pelas massas magnéticas correspondentes colocadas em  $A$  é uma grandeza vetorial constante em módulo, direção e sentido, para o mesmo ponto  $A$ .

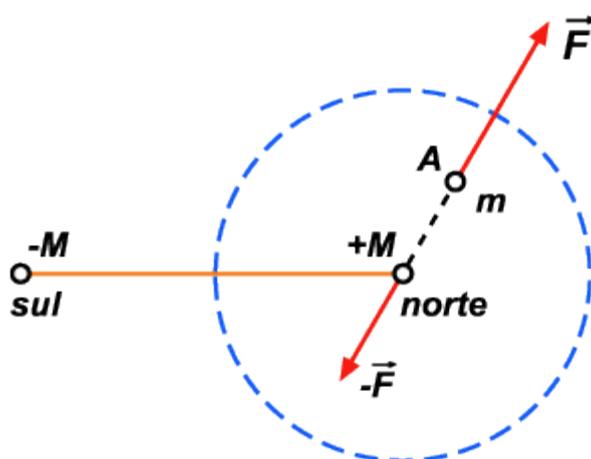


Figura 235

**Autor: Roberto A. Salmeron**

$$\frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_1}{m_1} = \frac{\vec{F}_2}{m_2} = \dots = \frac{\vec{F}_n}{m_n} = \vec{H} \text{ (constante)}$$

Essa grandeza vetorial  $\vec{H}$  é chamada vetor campo magnético, ou simplesmente, o campo magnético no ponto A. Considerando só uma igualdade, temos:

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{H} \text{ ou } \vec{F} = m\vec{H}$$

A equação  $\vec{F} = m\vec{H}$  do campo magnético é a que corresponde à equação  $\vec{F} = q\vec{E}$  do campo elétrico, e  $\vec{P} = m\vec{g}$  do campo gravitacional (veja o tópico "[Propriedade Fundamental do Campo Elétrico](#)").

Considerando os módulos de  $\vec{F}$ ,  $\vec{H}$  e  $m$ , temos:

$$|\vec{F}| = |m||\vec{H}|$$

Quando

$$|m| = 1, \text{ resulta } |\vec{H}| = |\vec{F}|$$

Significa que o módulo do campo magnético em um ponto é igual à intensidade da força que atua sobre a unidade de massa magnética colocada nesse ponto.

A equação  $|\vec{F}| = |m||\vec{H}|$  mostra que a força que atua na massa magnética  $m$  colocada em um campo magnético depende de dois fatores:

- 1º) da própria massa  $m$ ;
- 2º) do fator vetorial  $|\vec{H}|$ , que não depende de  $m$ , mas sim do ponto em que ela é colocada.

Recorde o tópico "[Propriedade Fundamental do Campo Elétrico](#)".

### 3: [Características do vetor campo H](#)

#### Características do vetor campo H

##### 1. Significado físico

$\vec{H}$  é o quociente de uma força por uma massa magnética.

##### 2. Módulo

**Autor: Roberto A. Salmeron**

No cálculo do módulo suporemos que a massa magnética  $M$  que produz o campo seja puntiforme. Repetindo o raciocínio desenvolvido no tópico "[Características do Vetor Campo](#)" para o caso do campo elétrico podemos provar que, sendo  $d$  a distância da massa magnética  $M$  ao ponto  $A$ , o módulo do campo magnético em  $A$  é

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{|M|}{d^2}$$

onde  $\mu$  é a permeabilidade magnética do meio em que se produz o campo.

### 3. Direção

O campo magnético é também um campo newtoniano. O vetor  $\vec{H}$  tem a direção da reta  $MA$ .

### 4. Sentido

Analogamente ao caso de campo elétrico, podemos provar que: quando  $M$  é positiva, isto é, é massa magnética de um polo norte, o sentido de  $\vec{H}$  é o sentido  $MA$ ; quando  $M$  é negativa, isto é, é massa magnética de um polo sul, o sentido de  $\vec{H}$  é o sentido  $AM$  (fig. 236).

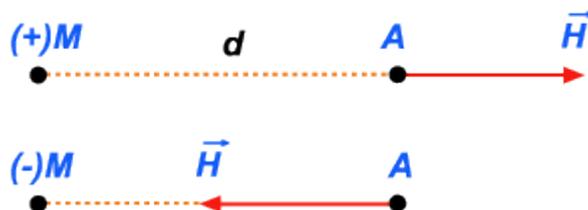


Figura 236

Recorde o tópico "[Características do Vetor Campo](#)".

Observações

Pelas características de  $\vec{H}$  vemos que essa grandeza vetorial depende exclusivamente da massa magnética  $M$ , da permeabilidade  $\mu$  e da distância  $d$ . E não depende da massa magnética  $m$ , que tínhamos suposto colocada em  $A$  para definirmos  $\vec{H}$ . Esse fato já está contido na definição de  $\vec{H}$ , porque quando dizemos que o quociente  $\frac{\vec{F}}{m}$  é constante, queremos dizer que ele não depende de  $\vec{F}$  nem de  $m$ .

## 4: Unidades de intensidade de campo

### a. Sistema CGSES

É obtida da equação  $|\vec{H}| = \frac{|\vec{F}|}{|m|}$  considerando-se  $|\vec{F}| = 1 \text{ dine}$  e  $|m| = 1 \text{ uemCGSm}$ .

Resulta:

$$|\vec{H}| = \frac{1d}{1\text{uemCGSm}} = 1\text{oersted}$$

Um oersted é a intensidade do campo magnético em um ponto tal que, a massa magnética de uma  $1\text{uemCGSm}$ , colocada nesse ponto fica sujeita à força de um dine.

### b. Sistema MKS

Considerando:

$$m = 1\text{weber}$$

$$F = 1N$$

resulta:

$$H = \frac{F}{m} = \frac{1N}{1\text{weber}} = 1 \frac{N}{\text{weber}}$$

Recordemos que a unidade de massa magnética do sistema MKS também pode ser expressa por  $N \cdot \frac{m}{A}$ . Como consequência, a unidade de intensidade de campo também pode ser expressa assim:

$$H = \frac{1N}{1 \frac{N \cdot m}{A}} = 1 \frac{A}{m}$$

Um  $\frac{A}{m} = \frac{N}{\text{weber}}$  é a intensidade do campo magnético num ponto tal que a massa magnética puntiforme de um weber colocada nesse ponto fica sujeita à força de um Newton.

## 5: Campo de mais que uma massa magnética pontual

Quando o campo magnético é produzido por mais que uma massa magnética puntiforme, calculamos o vetor campo produzido por cada massa magnética e depois efetuamos a soma vetorial de todos esses campos. Considerando o campo de duas massas magnéticas  $M_1$  e  $M_2$ , em um ponto A teremos: o campo  $\vec{H}_1$ , devido a  $M_1$ , valendo:

$$|\vec{H}_1| = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{|M_1|}{d^2}$$

O campo  $\vec{H}_2$ , devido a  $M_2$ , valendo:

$$|\vec{H}_2| = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{|M_2|}{d^2}$$

O campo resultante será  $\vec{H}$  tal que:

$$|\vec{H}| = \sqrt{|\vec{H}_1|^2 + |\vec{H}_2|^2 + 2|\vec{H}_1||\vec{H}_2|\cos\alpha}$$

$$\text{sen}\Delta = \frac{|\vec{H}_2|\text{sen}\alpha}{|\vec{H}|}$$

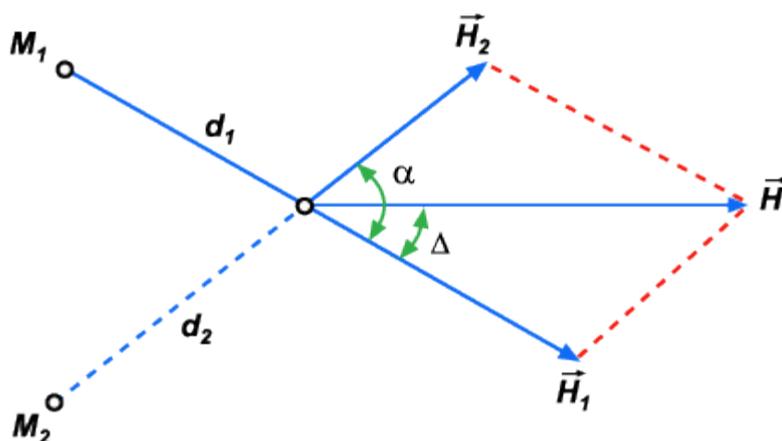


Figura 237

É este o caso de um ímã não muito comprido, tal que não podemos desprezar a influência de nenhum dos polos. Em um ponto A o polo norte produz um

campo  $\vec{H}_N$ . No mesmo ponto o polo sul produz um campo  $\vec{H}_S$ . Então, o campo resultante  $\vec{H}$  é a soma vetorial de  $\vec{H}_N$  com  $\vec{H}_S$  (fig. 238).

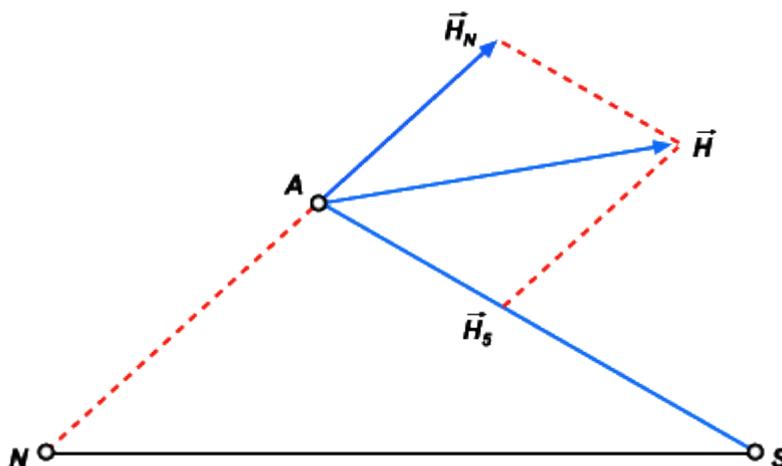


Figura 238

## 6: Linha de força

Chama-se linha de força de um campo magnético a uma linha que em cada ponto é tangente ao campo  $\vec{H}$  desse ponto (fig. 239).

Vemos que essa definição é idêntica à definição de linha de força do campo eletrostático.

As características das linhas de força do campo magnético são as mesmas das linhas de força do campo eletrostático, a saber (veja o tópico "[Linha de Força](#)"):

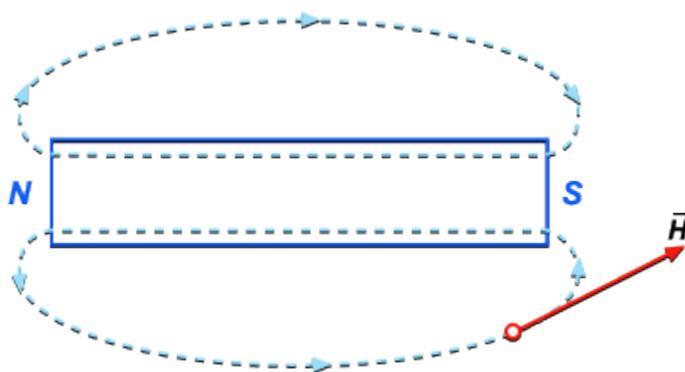


Figura 239

1ª) Duas linhas de força de um campo magnético nunca se cruzam.

2ª) As linhas de força do campo magnético produzido por uma única massa magnética seriam retilíneas. E as do campo produzido por mais que uma massa magnética são curvas. Como na natureza não existe uma massa

magnética isolada, mas elas existem aos pares, formando os ímãs, concluímos que as linhas de força dos campos magnéticos dos ímãs são curvas. A figura 239 mostra a forma das linhas de força do campo de ímã em forma de barra.

3ª) Convencionamos que o sentido da linha de força seja o sentido de deslocamento de uma massa magnética puntiforme norte colocada sobre a linha. Com essa convenção concluímos que as linhas de força “saem” do polo norte e “entram” no polo sul (fig. 239).

#### a. Tubo de força

Chama-se tubo de força ao conjunto das linhas de força que passam pelos pontos de uma linha fechada não plana considerada no campo. É conceito análogo ao do campo eletrostático (veja o tópico ["Tubo de Força"](#) ).

#### b. Campo magnético uniforme

É aquele em que o campo  $\vec{H}$  tem mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido em todos os pontos.

As linhas de força desse campo são retas e paralelas (compare com o tópico ["Campo Elétrico Uniforme"](#)). Na prática se obtém um campo magnético uniforme com um ímã que tenha os polos planos e paralelos, como indica a figura 240. O leitor deve estar lembrado de que, para se produzir um campo elétrico uniforme se usam dois planos uniformemente eletrizados, paralelos e próximos, um com carga  $+Q$ , outro com  $-Q$ : veja [a figura 55 do capítulo 3](#).

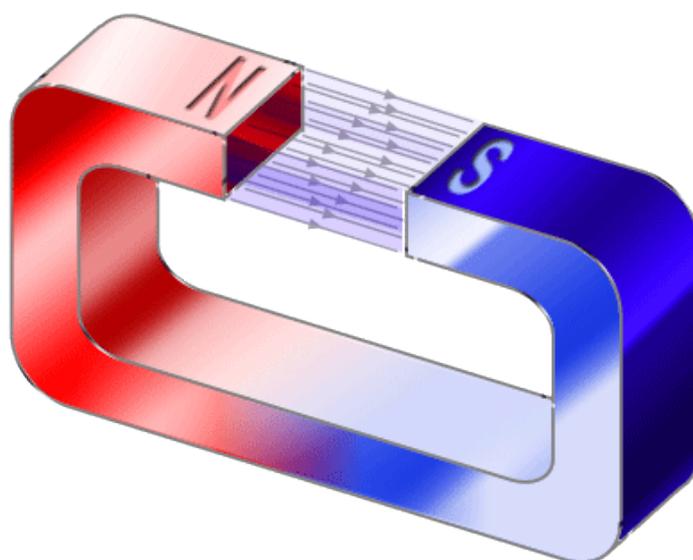


Figura 240

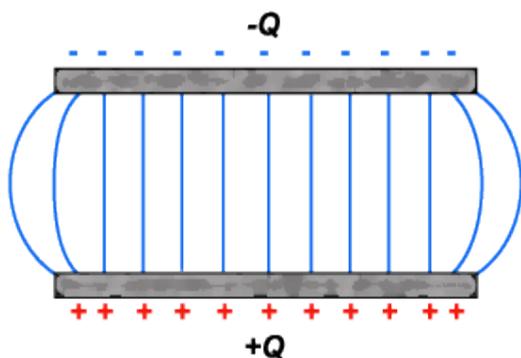


Figura 55

## 7: Espectros magnéticos

Podemos conhecer praticamente o aspecto das linhas de força do campo magnético de um ímã. Basta colocar sobre o ímã uma folha de cartão; depois espalhar sobre o cartão um pouco de limalha de ferro. Os pequenos pedacinhos de ferro se imantam: cada um deles se torna um ímã. O polo norte de cada um desses pequenos ímãs é atraído pelo polo sul do vizinho, de maneira que se formam verdadeiras cadeias de ímãs. Essas cadeias se dispõem sobre o cartão exatamente ao longo das linhas de força. Chama-se espectro magnético à figura obtida com a limalha de ferro assim disposta ao longo das linhas de força. A figura 241 mostra o espectro magnético de um ímã em forma de barra; a figura 242 é a fotografia do espectro de um ímã em forma de ferradura.



Figura 241

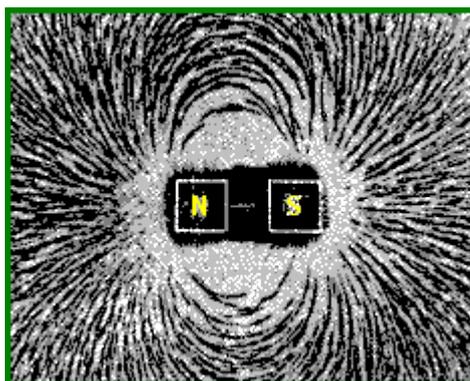


Figura 242

## 8: Ímã colocado em um campo magnético uniforme

Suponhamos um ímã NS colocado em um campo magnético uniforme  $\vec{H}$ . A massa magnética norte do ímã fica sujeita a uma força  $\vec{F}$  de mesma direção e sentido que o campo  $\vec{H}$ . A massa magnética sul fica sujeita a uma força  $-\vec{F}$ , de mesma direção que o campo, mas, sentido oposto (fig. 243). Essa força  $\vec{F}$  é dada por:

$$\vec{F} = m_N \cdot \vec{H}$$

E, em módulo:  $|\vec{F}| = m_N |\vec{H}|$ .

A força que atua na massa magnética sul tem igual módulo (por isso a representamos por). As forças  $\vec{F}$  e  $-\vec{F}$  tendo igual módulo, mesma direção e sentido opostos, formam um binário. Esse binário tende a fazer o ímã entrar em rotação no sentido indicado na figura acima.

Sabemos da Mecânica, que o momento de um binário é igual ao produto do módulo de uma das forças pela distância entre as forças.

Representando por C a esse momento, temos:

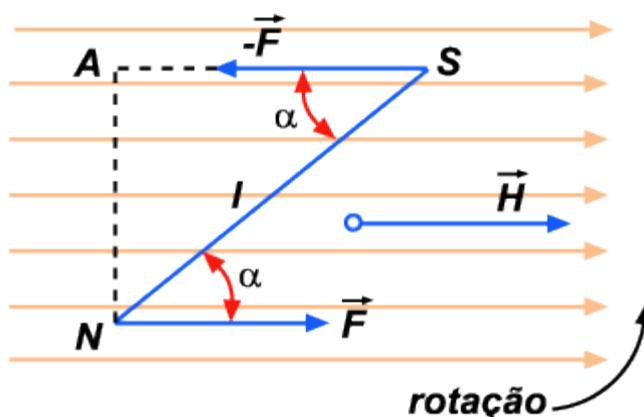


Figura 243

Autor: Roberto A. Salmeron

$$C = |\vec{F}| NA$$

Sendo  $l$  o comprimento do ímã e  $\alpha$  o ângulo que o eixo do ímã faz com a direção do campo, temos:

$$NA = l \operatorname{sen} \alpha$$

Fica:

$$C = mN |\vec{H}| l \operatorname{sen} \alpha$$

Mas,  $m_N I = |\vec{M}|$  módulo do momento magnético do ímã. Resulta:

$$C = |\vec{M}| l \operatorname{sen} \alpha$$

Esse conjugado imprime ao ímã um movimento de rotação, até que o ímã tome uma posição na qual o ângulo  $\alpha$  se anula. Nessa posição,  $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} 0^\circ = 0$ , e o conjugado se anula (fig. 244). Mas, o ímã não para bruscamente, por causa da inércia; atingindo a posição indicada na figura 244 ele continua o seu movimento, passando além da posição de equilíbrio. Mas, quando passa dessa posição, o conjugado atua em sentido oposto e faz o ímã voltar (fig. 245). Isso acontece diversas vezes, isto é, o ímã entra em oscilação, e depois para com o seu eixo na direção do campo. É isso o que acontece com a bússola; ela oscila várias vezes e depois para com o eixo na direção do campo magnético terrestre, pois este, em

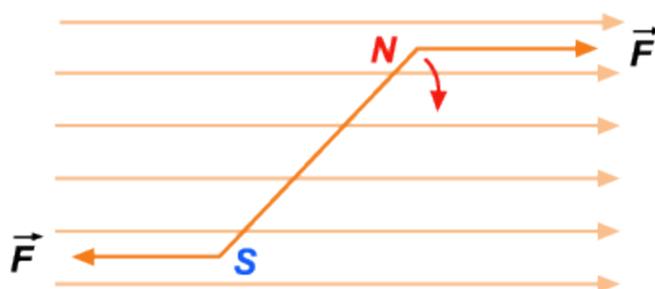


Figura 244

**Autor: Roberto A. Salmeron**

pequena extensão, pode ser considerado uniforme.

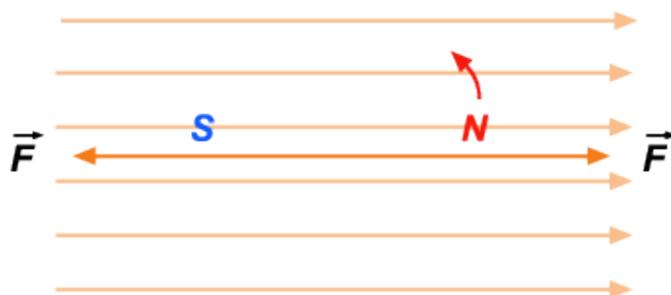


Figura 245

Suponhamos um polo plano com densidade magnética  $\sigma$  e um ponto A infinitamente próximo desse polo. O cálculo do campo magnético nesse ponto A é idêntico ao cálculo do campo elétrico num ponto próximo de um plano uniformemente eletrizado (veja o tópico "[Campo Elétrico em um Ponto Próximo de um Plano](#)"). Chegamos à seguinte conclusão:

### 1. Módulo do campo

Vale:

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 2\pi |\sigma|$$

### 2. Direção

Perpendicular ao polo.

### 3. Sentido

Do polo para o ponto A se for polo norte; do ponto A para o polo, se for polo sul (fig. 246).

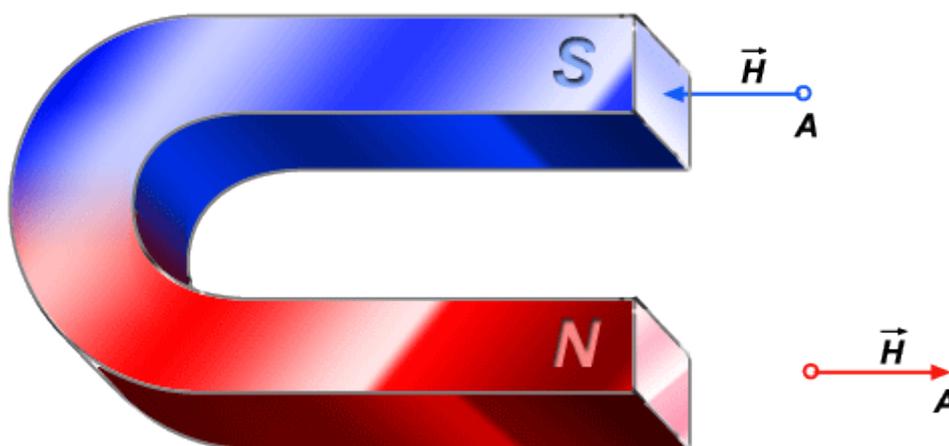


Figura 246

É muito importante para nós o caso em que um polo plano norte é situado infinitamente próximo e paralelo a um polo plano sul, e com suas densidades magnéticas de mesmo valor absoluto:  $+\sigma$  no polo sul (fig. 247). Considerando-se um ponto A entre os dois planos, se existisse só o polo norte ele produziria em A um campo magnético de módulo:

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 2\pi |\sigma|,$$

Perpendicular aos polos e dirigido do polo norte para o polo sul. Se existisse só o polo sul, ele produziria em A um campo magnético de valor absoluto igual a esse  $|\vec{H}_1|$ , também perpendicular aos polos e dirigido do polo norte para o polo sul. Então os dois polos produzem em A campos iguais. O campo resultante em A será o dobro de  $\vec{H}_1$ , isto é, será perpendicular aos polos, será dirigido do polo norte para o polo sul, e terá por módulo:

$$|\vec{H}| = 2|\vec{H}_1|$$

ou

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 4\pi |\sigma|$$

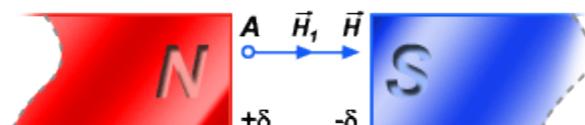


Figura 247

É importante notar que nas fórmulas  $|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 2\pi |\sigma|$  e  $|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 4\pi |\sigma|$ ,  $\mu$  é a permeabilidade magnética do meio em que se produz o campo magnético.

Já provamos, no tópico "[Relação entre  \$I\$  e  \$|\sigma|\$  em um ímã de forma de prisma reto](#)", que o valor absoluto da densidade magnética dos polos do ímã é igual ao módulo de intensidade de imantação. Então, sendo  $\vec{I}$  a intensidade de imantação do ímã que produz o campo no ponto A, as fórmulas  $|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 2\pi |\sigma|$

e  $|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 4\pi |\sigma|$  podem ser escritas, respectivamente:

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 2\pi |\vec{I}| \text{ e } |\vec{H}| = \frac{1}{\mu} 4\pi |\vec{I}|$$

## 9: [Indução magnética ou densidade de fluxo magnético](#)

Além do vetor campo magnético  $\vec{H}$ , existe no campo magnético uma outra grandeza vetorial, que desempenha papel importantíssimo em muitos fenômenos eletromagnéticos. É chamada indução magnética, ou densidade de fluxo magnético e representada por  $\vec{B}$ .

### Definição

Chama-se indução magnética em um ponto ao produto da permeabilidade magnética do meio pelo campo magnético nesse ponto.

Isto é,

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

### Características de B

A direção e o sentido da indução são a própria direção e sentido do campo magnético  $\vec{H}$ . O módulo é igual ao produto de  $\mu$  pelo módulo de  $\vec{H}$ , isto é,

$$|\vec{B}| = \mu |\vec{H}|$$

Admitindo-se que o campo seja produzido por uma massa magnética puntiforme, o módulo de  $|\vec{H}|$  é:

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} \frac{|\vec{M}|}{d^2}$$

Logo

$$|\vec{B}| = \frac{1}{\mu} \frac{|\vec{M}|}{d^2}$$

ou

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{M}|}{d^2}$$

Concluimos que, quando o campo magnético É PRODUZIDO POR UM ÍMÃ, a indução  $\vec{B}$  num ponto depende exclusivamente da massa magnética que produz o campo e da distância do ponto à massa magnética, MAS NÃO DEPENDE DO MEIO.

### Unidades de indução magnética

#### a. Sistema CGSES

A unidade de  $|\vec{B}|$  é obtida considerando-se:

$$\mu = 1 \text{ uem CGS} \mu \text{ (portanto, vácuo)}$$

$$|\vec{H}| = 1 \text{ oersted}$$

Resulta:

$$|\vec{B}| = 1 \text{ uem CGS} \mu \cdot 1 \text{ oersted} = 1 \text{ gauss}$$

Um Gauss é a indução magnética num ponto de um campo magnético no vácuo no qual a intensidade do campo é um oersted.

### Observações

1ª) Pelo fato de ser  $\mu = \frac{B}{H}$  é que a unidade de permeabilidade magnética do CGSEM também é chamada gauss/oersted, conforme vimos no tópico "[Sistema de Unidades de Magnetismo e Eletromagnetismo](#)".

2ª) É fácil provar que a indução magnética,  $\vec{B}$ , é grandeza física da mesma espécie que a intensidade de imantação,  $\vec{I}$ , temos:

$$\begin{aligned} \text{indução} &= \text{permeabilidade} \times \text{campo} = \\ &= \text{permeabilidade} \times \frac{\text{massa magnética}}{\text{permeabilidade} \times \text{quadrado de distância}} \end{aligned}$$

ou,

$$\begin{aligned} \text{indução} &= \frac{\text{massa magnética}}{\text{área}} \\ \text{imantação} &= \frac{\text{momento magnético}}{\text{volume}} = \frac{\text{massa magnética} \times \text{comprimento}}{\text{área} \times \text{comprimento}} \end{aligned}$$

ou

$$\text{imantação} = \frac{\text{massa magnética}}{\text{área}}$$

Indução e imantação representam ambas o quociente de uma massa magnética por uma área (ou quadrado de um comprimento, que é o mesmo). Esse é o motivo pelo qual essas duas grandezas são avaliadas nas mesmas unidades. No tópico "[Densidade Magnética](#)" provamos que densidade magnética é grandeza da mesma espécie que a imantação, e que por isso também tem a mesma unidade que esta. Na verdade, o nome gauss originalmente foi dado à unidade de  $|\vec{B}|$ , e depois passou a ser usado nas outras.

## b. Sistema MKS

A unidade de  $|\vec{B}|$  é deduzida considerando-se:

$$\mu = 1 \frac{N}{A^2} \text{ (ver tópico "[Sistema de Unidades de Magnetismo e Eletromagnetismo](#)")}$$

$$|\vec{H}| = 1 \text{ praersted}$$

Resulta:

$$|\vec{B}| = 1 \frac{N}{A^2} \cdot 1 \text{ praersted} = 1 \frac{\text{weber}}{m^2}$$

A unidade de  $|\vec{B}|$  no sistema MKS é chamada  $\frac{\text{weber}}{m^2}$ , é a indução magnética num ponto de um campo magnético em que a intensidade do campo é um praersted, num meio em que a permeabilidade magnética é  $1 \frac{N}{A^2}$ .

Podemos concluir que o produto de  $1 \frac{N}{A^2}$  por um praersted dá  $1 \frac{\text{weber}}{m^2}$ , do seguinte modo: já vimos, que  $1 \text{ praersted} = \frac{1N}{\text{weber}}$ .

Então:

$$|\vec{B}| = 1 \frac{N}{A^2} \cdot 1 \text{ praersted} = 1 \frac{N}{A^2} \cdot 1 \frac{\text{weber}}{m^2} = 1 \frac{N^2}{A^2 \cdot \text{weber}}$$

Considerando a fórmula de Coulomb,

$$F = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

e escrevendo as unidades das grandezas, temos:

$$N = \frac{1}{\frac{N}{A^2}} \cdot \frac{\text{weber}^2}{m^2}$$

de onde tiramos que:

$$\frac{N^2}{A^2} = \frac{\text{weber}^2}{m^2}$$

Então:

$$|\vec{B}| = 1 \frac{\text{weber}^2}{m^2 \cdot \text{weber}} = 1 \frac{\text{weber}}{m^2}$$

## 10: Linhas de indução

Chama-se linha de indução a uma linha que em todos os pontos é tangente ao vetor indução (fig. 248).

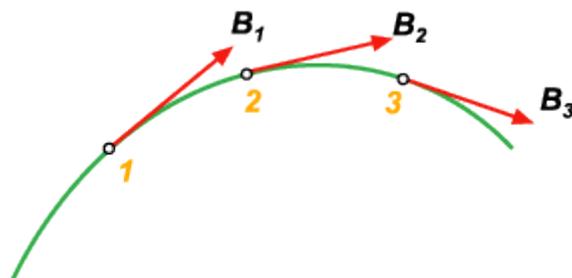


Figura 248

Sendo o vetor  $\vec{B}$  de mesma direção que o vetor  $\vec{H}$ , a linha de indução em cada ponto é também tangente ao vetor  $\vec{H}$ . Concluímos, então, que a linha da indução coincide com a linha de força. Mas, usamos a expressão linha de força quando nos referimos ao campo magnético  $\vec{H}$ ; e a expressão linha de indução, quando nos referimos à indução magnética  $\vec{B}$ .

As linhas de indução têm então as mesmas características que as linhas de força. Assim, em um campo magnético uniforme as linhas de indução são retas e paralelas.

## 11: Fluxo magnético num campo uniforme

Suponhamos uma superfície plana de área  $S$  colocada em um campo magnético uniforme de indução magnética  $\vec{B}$ . Seja  $n$  a normal à superfície e  $\alpha$  o ângulo que a normal à superfície faz com a direção do campo, que é a direção de  $\vec{B}$  (fig. 249).

### Definição

Chama-se fluxo magnético que atravessa uma superfície plana, colocada em um campo magnético uniforme, ao produto do módulo de indução magnética, pela área da superfície, pelo cosseno do ângulo que a normal à superfície faz com a direção do campo. Representa-se o fluxo pela letra  $\Phi$ . Então, por definição,

**Autor: Roberto A. Salmeron**

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Vemos então que fluxo magnético é o fluxo da indução magnética  $\vec{B}$ .

### Variação do fluxo

O fluxo magnético pode variar por uma variação da área da superfície, ou por uma variação da indução, ou por uma variação da posição da superfície no campo. Dos três processos, o mais cômodo é o terceiro. Para isso fazemos a superfície girar em torno de um eixo perpendicular ao campo.

Essa variação do fluxo em função do ângulo  $\alpha$  é idêntica à variação do fluxo elétrico em função do ângulo  $\alpha$ , que foi estudada no tópico "[Fluxo Elétrico num Campo Uniforme](#)". Devido à importância do assunto, sugerimos ao leitor que reproduza a variação do fluxo em função de  $\alpha$ , mas, agora para o fluxo de  $\vec{B}$ . O gráfico da variação é o da figura 250.

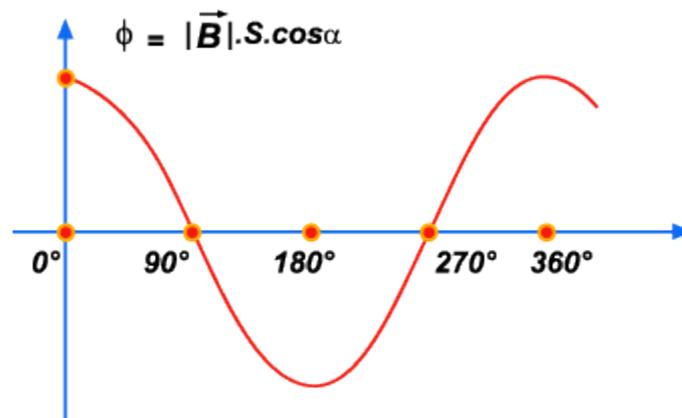


Figura 250

Queremos salientar aqui que, na prática, o conhecimento da variação do fluxo magnético é muito mais importante do que o conhecimento da variação do fluxo elétrico. Porque a variação do fluxo magnético é responsável pelo importantíssimo fenômeno chamado indução eletromagnética, que será estudado no [Capítulo 16](#).

### Unidades de fluxo magnético - 1. Sistema CGSEM

Esta unidade é obtida a partir da equação de definição considerando-se:

$$|\vec{B}| = 1 \text{ gauss}$$

$$S = 1 \text{ cm}^2$$

$\cos \alpha = 1$ , ou seja  $\alpha = 0^\circ$ , o que significa superfície perpendicular ao campo.

Resulta:

$$\Phi = 1 \text{ gauss} \cdot 1 \text{ cm}^2 \cdot 1 = 1 \text{ max well}$$

Chama-se maxwell ao fluxo magnético que atravessa uma superfície plana de um  $\text{cm}^2$  colocada perpendicularmente a um campo magnético uniforme de indução magnética um gauss.

### Unidades de fluxo magnético - 2. Sistema MKS

A unidade de fluxo é obtida considerando-se:

$$|\vec{B}| = 1 \frac{\text{weber}}{\text{m}^2}$$

$$S = 1 \text{ m}^2$$

$\cos \alpha = 1$ , ou seja  $\alpha = 0^\circ$

Resulta:

$$\Phi = 1 \frac{\text{weber}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 1 = 1 \text{ weber}$$

Um weber é o fluxo magnético que atravessa uma superfície plana de área de um metro quadrado, colocada perpendicularmente a um campo magnético uniforme de indução magnética de um weber por metro quadrado.

**NOTA:** O termo weber originalmente foi empregado para designar a unidade de fluxo magnético. Pelo fato de ser

é que a unidade  $\vec{B}$  é chamada  $\frac{\text{weber}}{\text{m}^2}$ .

No tópico "[Sistema de Unidades de Magnetismo e Eletromagnetismo](#)" vimos que a unidade de massa magnética também é chamada weber. Faz-se isso porque massa magnética e fluxo magnético são grandezas físicas da mesma espécie. Deixamos ao leitor, como exercício, demonstrar isso.

## 12: [O fenômeno de indução magnética](#)

No tópico "[Imãs Naturais e Artificiais](#)", vimos que a indução magnética é o fenômeno pelo qual um corpo se imanta quando é colocado perto de um ímã já existente. O corpo que já estava imantado é chamado indutor. O corpo que se imanta por indução é chamado induzido. Chama-se material magnético àquele que é capaz de se imantar.

Suponhamos que um indutor produza um campo magnético  $\vec{H}$ . Colocando nesse campo uma barra de um material magnético, essa barra se imantará: aparecerão nela os polos  $N_1$  e  $S_1$ .

De acordo com o material magnético de que é feito o induzido, podem acontecer dois casos quanto à posição dos polos induzidos  $N_1$  e  $S_1$ .

### 1º Caso

Suponhamos que seja colocada no campo indutor  $\vec{H}$  uma barra de ferro ou de alumínio ou chumbo, por exemplo. Nessas substâncias, o polo sul  $S_1$  induzido aparece do lado do polo norte indutor, e o polo norte  $N_1$  induzido aparece do lado do polo sul indutor, como indica a figura 251.

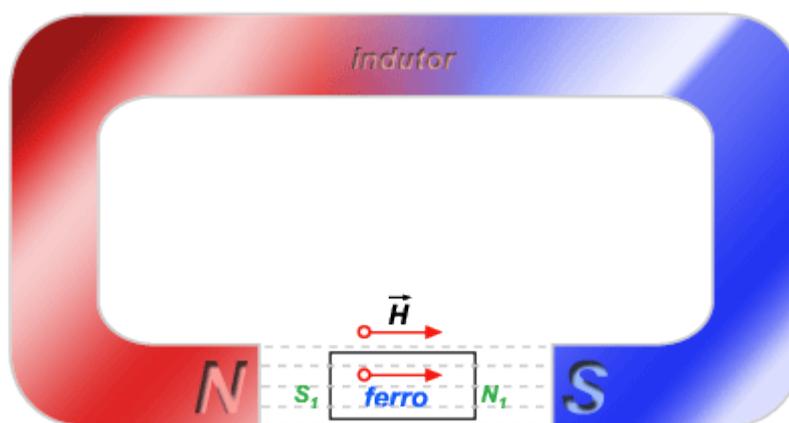


Figura 251

Sabemos que a intensidade de imantação de um ímã tem sempre o sentido do polo sul para o polo norte (veja o tópico "[Imantação ou Intensidade de Imantação ou Intensidade de Magnetização](#)"); a intensidade de imantação do induzido tem o sentido  $S_1N_1$ . Então neste primeiro caso, a intensidade de imantação  $\vec{I}$  do induzido tem o mesmo sentido que o campo indutor  $\vec{H}$ .

2º Caso

Imaginemos colocada no campo indutor  $\vec{H}$  uma barra de cobre, bismuto, ou grafite, por exemplo. Nessas substâncias, o polo sul  $S_1$  induzido aparece do lado do polo sul indutor, e o polo norte  $N_1$  induzido aparece do lado do polo norte indutor como indica a figura 252. Neste caso, a intensidade de imantação  $\vec{I}$  do induzido tem sentido oposto ao do campo  $\vec{H}$  indutor.

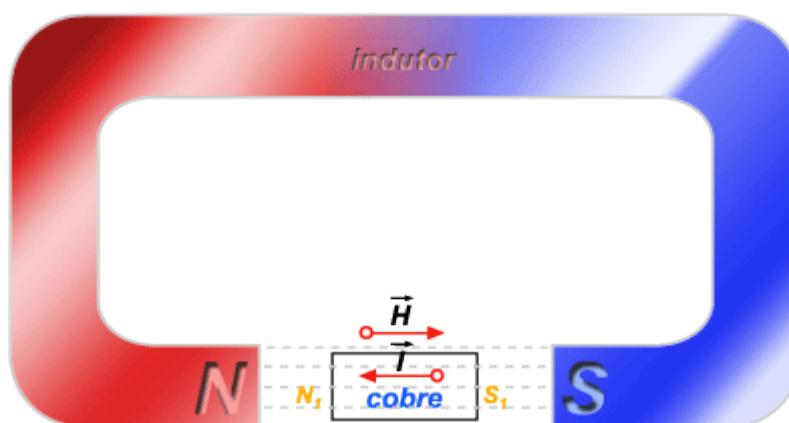


Figura 252

Estas relações, entre os sentidos de  $\vec{I}$  e o de  $\vec{H}$  indutor, são muito importantes.

### 13: Sucetibilidade magnética

Suponhamos que o campo  $\vec{H}$  indutor, imaginado no parágrafo anterior, em vez de se produzir num meio qualquer, se produza no vácuo. Representemos por  $\vec{H}_0$  o campo no vácuo. Nesse caso, ao quociente da intensidade de imantação do induzido pelo campo indutor chamamos susceptibilidade magnética do induzido.

Chama-se susceptibilidade magnética de uma substância ao quociente da intensidade de imantação adquirida por indução por essa substância, pelo

**Autor: Roberto A. Salmeron**

campo magnético indutor, quando esse campo é produzido no vácuo. Representa-se pela letra grega  $\chi$  (chi). Então:

$$\chi = \frac{\vec{I}}{\vec{H}_0}$$

Podemos escrever que

$$\vec{I} = \chi \vec{H}_0$$

Vemos que quando  $\chi$  é positivo,  $\vec{I}$  e  $\vec{H}_0$  têm o mesmo sentido; então a substância sofrerá indução do [1º caso](#).

Quando  $\chi$  é negativo,  $\vec{I}$  e  $\vec{H}_0$  têm sentidos opostos; então a substância sofrerá indução do [2º caso](#) (fig. 252).

### Unidades de suscetibilidade magnética

A susceptibilidade magnética é igual ao quociente de uma indução magnética por um campo magnético:

$$\chi = \frac{I}{H_0}$$

A permeabilidade magnética é igual ao quociente de uma indução magnética por um campo magnético:

$$\mu = \frac{B}{H}$$

Já provamos que  $\vec{I}$  e  $B$  são grandezas físicas da mesma espécie (tópico "[Indução Magnética ou Densidade de Fluxo Magnético](#)"). Então  $\chi$  e  $\mu$  também são grandezas físicas da mesma espécie; e por isso têm as mesmas unidades, isto é:

$$\text{sistema } CGSEM : \frac{\textit{gauss}}{\textit{oersted}}$$

$$\text{sistema } MKS : \frac{N}{A^2}$$

## 14: Classificação das substâncias magnéticas

As substâncias magnéticas dividem-se em três grupos.

### 1ª - Substâncias paramagnéticas

Por definição, são aquelas que têm susceptibilidade magnética positiva e constante.

Sendo  $\vec{I} = \chi\vec{H}_0$  concluímos que:

a)  $\chi$  positiva significa que  $\vec{I}$  tem o mesmo sentido que  $\vec{H}_0$ , isto é, uma substância paramagnética sofre indução do [1º caso](#).

b)  $\chi$  sendo constante, concluímos que  $\vec{I}$  é diretamente proporcional a  $\vec{H}_0$ ; quanto mais forte for o campo indutor, maior será a imantação  $\vec{I}$ .

Exemplos importantes de substâncias diamagnéticas são: alumen ferroso-amoniaco, alumínio, chumbo, cloreto cúprico, cloreto férrico, oxigênio, etc..

### 2ª - Substâncias diamagnéticas

Por definição, são aquelas que têm susceptibilidade magnética negativa e constante.

Sendo  $\vec{I} = \chi\vec{H}_0$  concluímos que:

a)  $\chi$  negativa significa que  $\vec{I}$  tem sentido oposto ao de  $\vec{H}_0$ , isto é, uma substância diamagnética sofre indução, do [2º caso](#).

b)  $\chi$  sendo constante, concluímos que  $\vec{I}$  é diretamente proporcional a  $\vec{H}_0$ ; quanto mais forte for o campo indutor, maior será a imantação  $\vec{I}$ .

Exemplos importantes de substâncias diamagnéticas são: a grafite, o bismuto, o cobre, prata, zinco, mercúrio, nitrogênio, etc..

### 3ª - Substâncias ferromagnéticas

Por definição, são aquelas que têm susceptibilidade positiva, mas não constante: a sua susceptibilidade é função do campo indutor  $\vec{H}_0$ .

Sendo  $\chi$  positivo, concluímos que  $\vec{I}$  tem o mesmo sentido que  $\vec{H}_0$ , isto é, uma substância ferromagnética também sofre indução do [1º caso](#) (fig. 251). Mas, sendo  $\chi$  variável, a imantação  $\vec{I}$  não é mais proporcional a  $\vec{H}_0$ .

Obtemos experimentalmente os valores de  $\vec{I}$  do induzido em função do campo indutor  $\vec{H}_0$ , e depois levamos os resultados a um gráfico. Esse gráfico é chamado curva de imantação. Está esquematizado na figura 253. Essa curva mostra que, partindo de um campo magnético indutor  $\vec{H}_0$  nulo e aumentando esse campo, a imantação  $\vec{I}$  também vai aumentando. Mas, no começo, uma variação  $\Delta H$  do campo produz certa variação  $\Delta I$  da imantação; quando o campo já possui um valor grande, a mesma variação  $\Delta H$  do campo produz na imantação uma variação  $\Delta I$  menor.

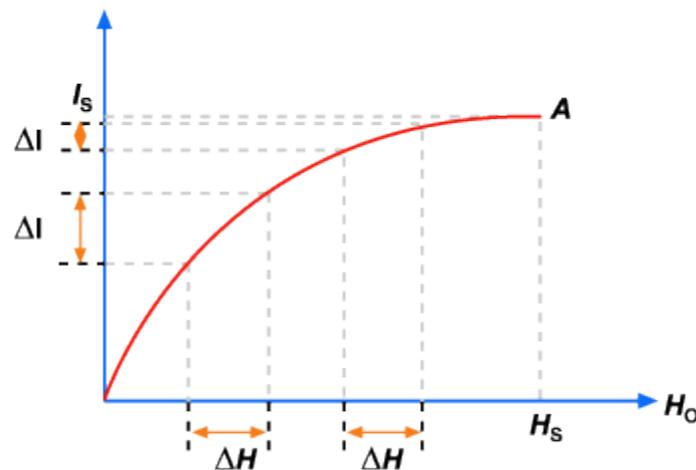


Figura 253

Outro fato importante que essa curva nos mostra é que existe um valor  $H_s$  do campo para o qual a imantação atinge um valor máximo. Daí por diante, continuando a aumentar o campo, a imantação não varia mais. Dizemos que a substância atingiu a saturação. O valor máximo  $I_s$  da imantação é chamado imantação de saturação. O valor  $H_s$  do campo correspondente é chamado campo de saturação. O ponto A correspondente do gráfico é chamado ponto de saturação.

Substâncias ferromagnéticas são o ferro e muitas ligas de ferro.

## [15: Indução magnética em um ponto infinitamente próximo de um polo plano](#)

No tópico "Campo Magnético em um ponto Infinitamente Próximo de um Polo Plano" vimos que o campo magnético em um ponto infinitamente próximo de um polo plano é dado pela fórmula:

**Autor: Roberto A. Salmeron**

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} \cdot 2\pi |\vec{I}|$$

em que  $\mu$  é a permeabilidade do meio em que se produz o campo e  $\vec{I}$  é a intensidade de imantação do ímã que produz o campo.

De acordo com a definição de indução magnética, nesse ponto ela valerá:

$$|\vec{B}| = \mu |\vec{H}|,$$

ou

$$|\vec{B}| = \mu \cdot \frac{1}{\mu} \cdot 2\pi |\vec{I}|$$

ou

$$|\vec{B}| = 2\pi |\vec{I}|$$

Note-se que essa indução magnética depende exclusivamente da intensidade de imantação do ímã que produz o campo, e não depende do meio.

A direção e o sentido de  $\vec{B}$  sempre concordam com a direção e o sentido de  $\vec{H}$  (fig.254).

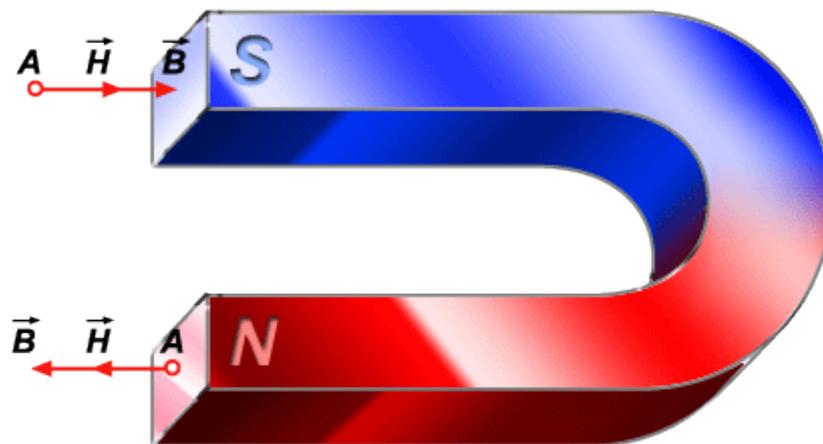


Figura 254

Vimos também que, quando existe um polo norte plano paralelo a um polo sul plano, infinitamente próximos e com densidades magnéticas de mesmo valor absoluto (fig. 255), o campo magnético em um ponto situado entre eles é dado pela fórmula:

$$|\vec{H}| = \frac{1}{\mu} \cdot 4\pi |\vec{I}|$$

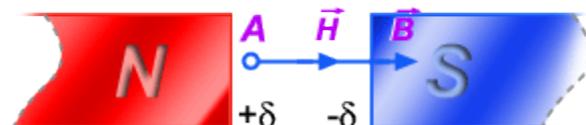


Figura 255

Então a indução nesse ponto será:

$$|\vec{B}| = \mu |\vec{H}|$$

Ou

$$|\vec{B}| = \mu \cdot \frac{1}{\mu} \cdot 4\pi |\vec{I}|$$

Ou

$$|\vec{B}| = 4\pi |\vec{I}|$$

## 16: Indução magnética no interior de um ímã

Imaginemos um campo magnético  $\vec{H}_0$  produzido no vácuo. Para maior facilidade, suponhamos que esse campo seja uniforme. Representemos por  $\mu_0$  a permeabilidade magnética do vácuo e por  $\vec{B}_0$  a indução num ponto qualquer desse campo. Temos então, para qualquer ponto desse campo, a relação:  $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$ .

Suponhamos agora que nesse campo seja colocada uma barra de uma substância magnética, por exemplo, de ferro. Essa barra se tornará um ímã SN (fig. 256). Calculemos a indução magnética  $\vec{B}$  em um ponto qualquer A desse ímã. Para isso calculemos a indução magnética produzida em A devida à magnetização da barra, e somemos com a indução  $\vec{B}_0$  que já existia antes de a barra ser colocada no campo.

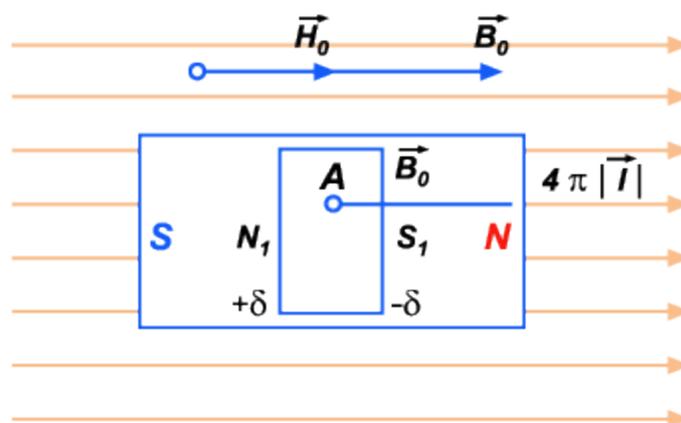


Figura 256

Na indução magnética produzida em A devida à magnetização da própria barra só influem as partes da barra infinitamente próximas do ponto A. Imaginemos então traçada no interior do ímã uma cavidade retangular de lados infinitamente próximos, perpendicular ao campo e contendo o ponto A no seu interior (fig. 256).

Sabemos que, quando cortamos o ímã, os seus polos não ficam isolados, mas nos lugares de corte aparecem novos polos de densidades magnéticas iguais às dos polos primitivos. Assim, na cavidade retangular aparecerão polos  $N_1$  e  $S_1$  de densidades magnéticas  $+\sigma$  e  $-\sigma$  respectivamente.

O ponto A estará então entre dois polos planos, paralelos, infinitamente próximos e de densidades magnéticas  $+\sigma$  e  $-\sigma$ . Já vimos que nessas condições esses polos produzem em A uma indução magnética igual a  $4\pi\vec{I}$ , de acordo com a fórmula (153).

Então a indução no ponto será a soma de  $\vec{B}_0$  com  $4\pi\vec{I}$ , isto é, será:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + 4\pi\vec{I}$$

ou

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}_0 + 4\pi\vec{I}$$

Sendo  $\chi$  a susceptibilidade da barra imantada, sabemos que  $\vec{I} = \chi\vec{H}_0$ . Substituindo na fórmula anterior, ela fica:

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}_0 + 4\pi\chi\vec{H}_0$$

Ou

$$\vec{B} = (\mu_0 + 4\pi\chi)\vec{H}_0$$

As expressões  $\vec{B} = \mu_0\vec{H}_0 + 4\pi\vec{I}$  e  $\vec{B} = (\mu_0 + 4\pi\chi)\vec{H}_0$  dão, portanto, a indução magnética no interior de um ímã em função da susceptibilidade magnética do ímã, da permeabilidade magnética do vácuo e do campo indutor  $\vec{H}_0$  suposto no vácuo.

Suponhamos que uma barra de permeabilidade magnética  $\mu$  seja colocada num campo magnético de intensidade  $\vec{H}_0$ , produzido no vácuo. Essa barra adquirirá uma indução magnética B, que está ligada a  $\vec{H}_0$  pela relação:

$$\vec{B} = \mu\vec{H}_0$$

Comparando com a fórmula  $\vec{B} = (\mu_0 + 4\pi\chi)\vec{H}_0$  temos:

$$\mu\vec{H}_0 = (\mu_0 + 4\pi\chi)\vec{H}_0$$

∴

$$\mu = \mu_0 + 4\pi\chi$$

Concluimos que a permeabilidade magnética de uma substância é igual à soma da permeabilidade magnética do vácuo com  $4\pi$  vezes a susceptibilidade magnética da substância.

## 17: Histerese

A curva de  $|\vec{I}|$  em função de  $|\vec{H}_0|$  para uma substância ferromagnética, mostrada na figura 253, e no tópico "[Classificação da Substâncias Magnéticas](#)", é obtida desde que a substância esteja inicialmente desmagnetada e a intensidade do campo seja aumentada gradualmente a partir de zero. Suponhamos que, partindo de zero, vamos aumentando a intensidade do campo até o valor de saturação,  $H_s$ . Obtemos a curva OP (fig. 257). Enquanto estamos aumentando o campo, a um valor H do campo corresponde o valor I da imantação. Se, a partir do valor de saturação  $H_s$ , vamos diminuindo o campo até que ele se anule, a curva de volta não é PO mas, é  $PI_r$ . De maneira que, para o mesmo valor H do campo a imantação tem o valor  $I'$  maior do que I. Quando o campo se anula, a imantação se mantém com um valor  $I_r$ .

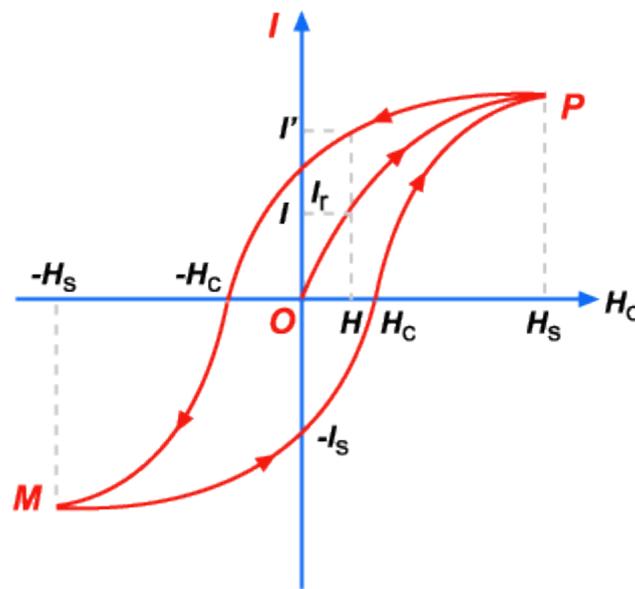


Figura 257

Portanto, para um mesmo valor do campo, a imantação tem valor maior quando o campo decresce do que quando o campo cresce. Esse fenômeno é chamado histerese. (Histerese significa “atraso”).

Querendo desmagnetizar a substância, isto é, anular a imantação  $I_r$ , precisamos aplicar um campo magnético em sentido oposto. Quando o campo atingir certo valor  $-H_c$  a imantação se anula. Aumentando esse campo em sentido oposto, a imantação cresce outra vez a partir de zero, mas em sentido oposto até atingir novamente a saturação, (parte negativa do gráfico, até o ponto M). Diminuindo outra vez o campo, a imantação vai diminuindo; quando o campo se anula, a imantação mantém um valor  $-I_r$ .

Aumentando outra vez o campo no sentido primitivo, quando ele atinge o valor  $H_c$  a imantação se anula.

O conjunto de todos os valores de H e I necessários para formar a curva fechada é chamado ciclo de histerese. O valor  $I_r$  da imantação é chamado RETENTIVIDADE, ou REMANÊNCIA, ou IMANTAÇÃO REMANENTE, ou IMANTAÇÃO REMANESCENTE. O valor  $H_c$  do campo é chamado COERCIVIDADE, ou CAMPO COERCITIVO, ou FORÇA COERCITIVA. (Apesar de não ser uma força).

## 18: Curva - B-H

Em vez de representarmos graficamente a intensidade de imantação  $\vec{I}$  do ímã em função do campo indutor  $\vec{H}_0$  podemos representar a indução magnética  $\vec{B}$  no ímã em função do campo indutor  $\vec{H}_0$ . Essa curva que dá  $\vec{B}$  em função do  $\vec{H}_0$  é chamada curva B-H, ou curva de imantação.

A curva B-H tem o mesmo aspecto da curva que dá  $\vec{I}$  em função de  $\vec{H}_0$ . Ela também descreve o ciclo de histerese. Isso era de se esperar, pois vimos que:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}_0 + 4\pi \vec{I}$$

Cada ponto da curva corresponde à soma de um termo igual à  $4\pi \vec{I}$  com um termo igual a  $\mu_0 \vec{H}_0$ , como está indicado na figura 258. Quando o ímã atinge a saturação,  $I$  fica constante por mais que aumentemos  $H_0$ ; então  $4\pi I$  também fica constante. Mas, a curva B-H não fica paralela ao eixo do  $H_0$ , por causa do termo  $\mu_0 H_0$ . À medida que aumentamos  $H_0$ , o termo  $\mu_0 H_0$  aumenta. Então, na região de saturação, a curva B-H se torna uma reta, mas não paralela ao eixo do  $H_0$ .

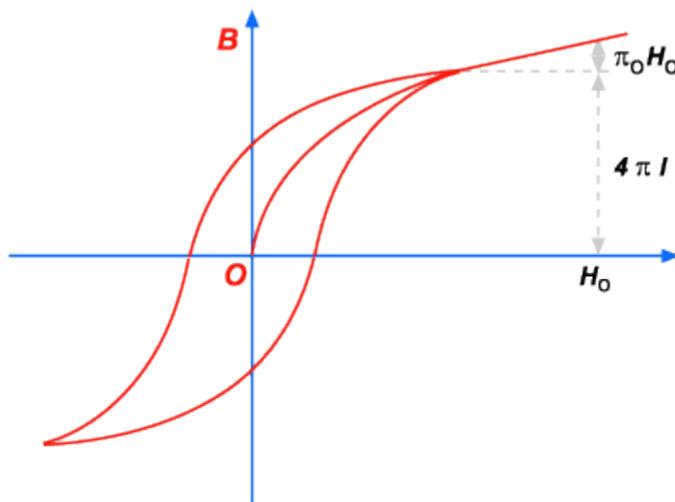


Figura 258

## 19: Ponto curie ou temperatura curie

As propriedades magnéticas das substâncias ferromagnéticas variam muito com a temperatura. Aumentando a temperatura, as propriedades magnéticas diminuem. Para cada substância ferromagnética existe uma temperatura na qual ela se desmagnetiza por completo. Essa temperatura é chamada PONTO CURIE. Exemplos de alguns pontos Curie:

para o ferro 770°C  
para o níquel 354°C  
para a magnética 580°C  
para o cobalto 1130°C

## 20: Magnetismo terrestre

Chama-se campo magnético terrestre a esse campo magnético que existe ao redor da Terra. A existência desse campo se manifesta pela orientação da agulha magnética. O campo magnético terrestre pode ser considerado uniforme em uma extensão bastante grande como, por exemplo, na região ocupada por uma cidade.

## 1. Definições

Suponhamos que num certo lugar A (por exemplo, São Paulo, ou Rio de Janeiro) uma agulha magnética seja suspensa pelo centro de gravidade, de maneira que ela possa girar livremente. A agulha se orienta de maneira que seu eixo fique na linha de força do campo magnético. Essa linha de força em cada lugar é muito próxima da linha norte-sul geográfica (meridiano geográfico), mas não coincide com ela, conforme veremos.

Chama-se plano meridiano magnético do lugar A ao plano vertical que passa pelo eixo da agulha.

Chama-se meridiano magnético do lugar à interseção do plano meridiano magnético com o globo terrestre.

Chama-se declinação magnética do lugar ao ângulo  $d$  formado pelo meridiano magnético com o meridiano geográfico (fig. 259). A declinação é chamada oriental quando o polo norte da agulha se acha no oriente do meridiano geográfico; é o caso da figura 259. É ocidental no caso contrário.

Chama-se inclinação magnética do lugar ao ângulo  $i$  que a agulha faz com o plano horizontal (fig. 260). A inclinação é considerada positiva quando o polo norte da agulha está abaixo do plano horizontal; é o caso da figura 260. É negativa no caso contrário.

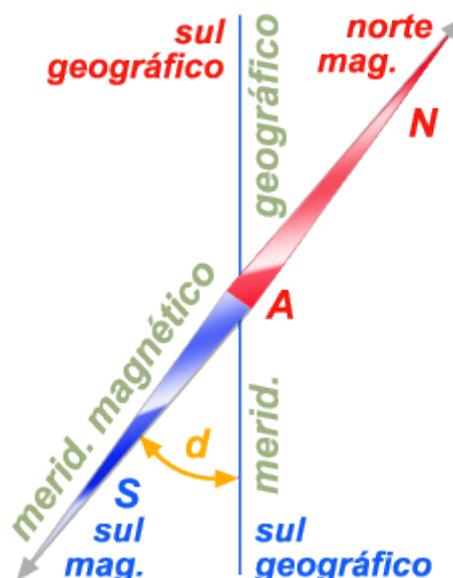


Figura 259

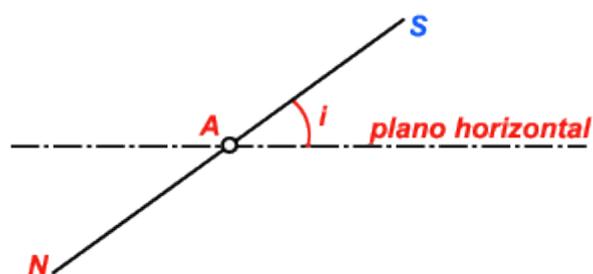


Figura 260

## 2. Componentes horizontal e vertical

Costuma-se decompor o campo magnético terrestre  $\vec{H}$  em duas componentes: uma horizontal  $\vec{H}_h$ , e outra vertical  $\vec{H}_v$  (fig. 261).

Vê-se claramente que:

$$\begin{cases} \vec{H}_h = H \cdot \cos i \\ \vec{H}_v = H \cdot \sin i \end{cases}$$

em que  $i$  é a inclinação magnética do lugar.

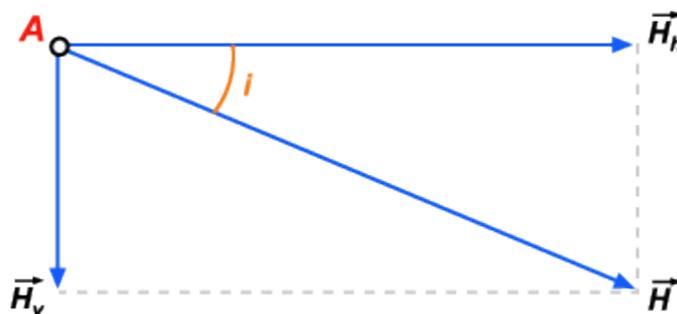


Figura 261

## 3. Mapas magnéticos

Em todos os países se fazem medidas do campo magnético  $H$ , da declinação  $d$  e da inclinação  $i$  praticamente em todo o território. Os valores encontrados são assinalados em mapas. Depois se traça uma linha pelos lugares onde a declinação tem o mesmo valor; outra pelos lugares em que a inclinação tem o mesmo valor, etc.. Chamam-se linhas isógonas, àquelas que unem pontos nos quais a declinação tem o mesmo valor. Chamam-se linhas isóclinas àquelas que unem pontos nos quais a inclinação tem o mesmo valor. Chamam-se linhas isodinâmicas àquelas que unem pontos em que a componente horizontal  $H_h$  do campo tem o mesmo valor.

## 4. Variação do campo magnético terrestre

A declinação, a inclinação e o campo  $\vec{H}$  variam de um lugar para outro, e também variam num mesmo lugar. Em um mesmo lugar se observam variações diurnas do campo, que assinalam pequenas oscilações. E variações mais profundas, que alteram por completo os valores de  $H$ ,  $d$  e  $i$ , observadas ao cabo de muitos anos; estas se chamam variações seculares.

Às vezes há variações muito bruscas e muito intensas observadas no campo magnético, e que são percebidas não em um único lugar, mas em todos os observatórios magnéticos da Terra. Essas variações bruscas são chamadas tempestades magnéticas. O seu aparecimento coincide com as auroras

polares. Tem-se quase como certo que o aparecimento brusco de uma mancha solar acarreta uma tempestade magnética.

Resumo das unidades estudadas nesse capítulo

Grandeza	Símbolo	Unidade CGSEM	Unidade MKS
Intensidade de campo magnético	$\vec{H}$	<i>oersted</i>	<i>praoersted</i> , ou $\frac{A}{m}$
Indução magnética	$\vec{B}$	<i>Gauss</i>	$\frac{\textit{weber}}{m^2}$
Fluxo magnético	$\Phi$	<i>Maxwell</i>	<i>Weber</i>
Susceptibilidade magnética	$\chi$	$\frac{\textit{gauss}}{\textit{oersted}}$	$\frac{N}{A^2}$

**Nota:** É útil lembrar que:

$\mu$  e  $\chi$  têm as mesmas unidades;

$\vec{B}, \vec{I}$  e  $\alpha$  têm as mesmas unidades;

$\Phi$  e  $m$  têm as mesmas unidades.