Autores: Prof. Gil da Costa Marques e Profa. Nobuko Ueta

Gráficos na Cinemática

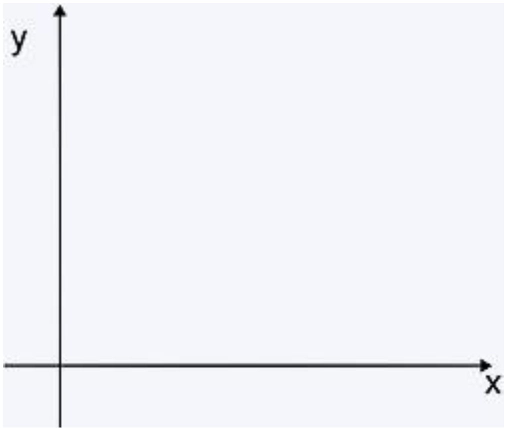
1-Introdução

Muito se pode aprender a partir de informações contidas num gráfico, no qual, num dos eixos, colocamos o tempo e, no outro, uma das grandezas físicas de interesse na Cinemática - o espaço, a velocidade ou a aceleração.

2-Construindo gráficos

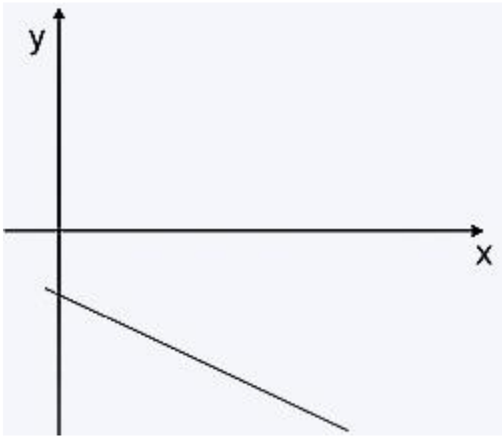
Antes de analisarmos as informações que podem ser obtidas a partir de um gráfico, é importante que o aluno aprenda a construí-lo. Isso lhe permitirá entender as informações contidas nele.

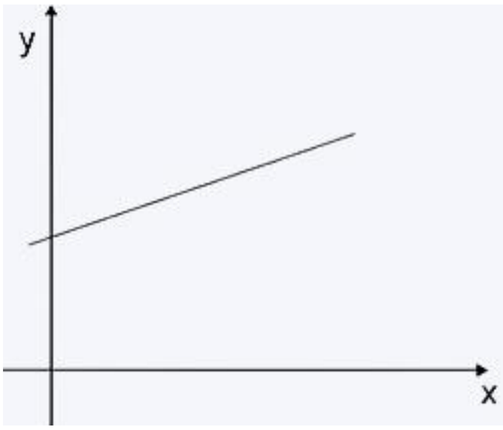
Para construir um gráfico devemos primeiro traçar dois eixos perpendiculares entre si e, então, orientá-los utilizando flechas.



Estamos assim definindo a região do espaço correspondente $y > 0$ e $x > 0$.

Dada uma função $y = a + bx$, onde a e b são constantes e x e y são variáveis, costumamos representar x no eixo horizontal (abscissas) e denomina-lo variável independente. O y representamos no eixo vertical (ordenadas) e o denominamos variável dependente. A variável b é o coeficiente angular da reta. A variável a é o termo independente. Os diferentes valores atribuídos a x correspondem valores de y obtidos através da fórmula $a + bx$. Se a e b forem negativos, teremos um gráfico com o seguinte aspecto.





a > 0 e b < 0 **a > 0 e b > 0**

3-Gráficos na cinemática

Na cinemática, a variável independente é o tempo, por isso escolhemos sempre o eixo das abscissas para representar o tempo. O espaço percorrido, a velocidade e a aceleração são variáveis dependentes do tempo e são representadas no eixo das ordenadas.

Para construir um gráfico devemos estar de posse de uma tabela. A cada par de valores correspondentes dessa tabela existe um ponto no plano definido pelas variáveis independente e dependente.

Vamos mostrar exemplos de tabelas e gráficos típicos de vários tipos de movimento: movimento retilíneo e uniforme, movimento retilíneo uniformemente variado.

Exemplo 1

MOVIMENTO RETILÍNEO E UNIFORME

Seja o caso de um automóvel em movimento retilíneo e uniforme, que tenha partido do ponto cujo espaço é 5km e trafega a partir desse ponto em movimento progressivo e uniforme com velocidade de 10km/h.

Considerando a equação horária do MRU $s = s_0 + v_0 t$, a equação dos espaços é, para esse exemplo,

$$s = 5 + 10t$$

A velocidade pode identificar como sendo:

$$v = 10km / h$$

E o espaço inicial:

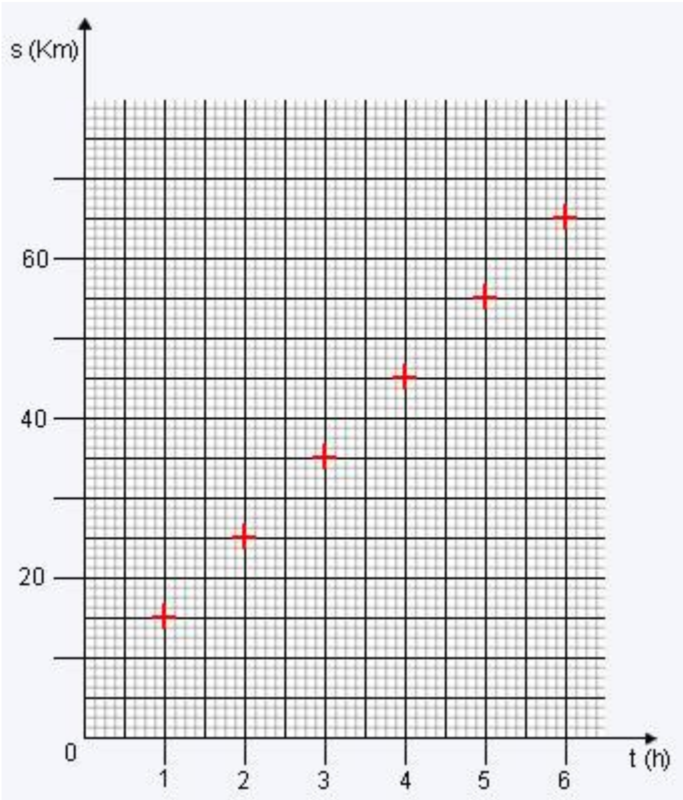
$$s_0 = 5km$$

Para construirmos a tabela, tomamos intervalos de tempo, por exemplo, de 1 hora, usamos a equação s(t) acima e anotamos os valores dos espaços correspondentes:

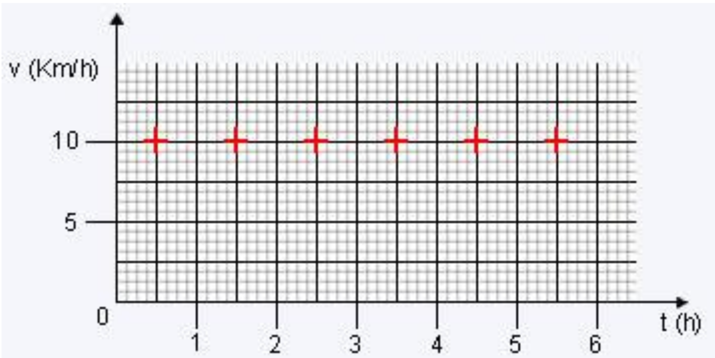
t(h)	s(km)
0	5
1	15
2	25
3	35
4	45
5	55
6	65

Tabela 3 - MRU

Agora fazemos o gráfico **s** x **t**.



O gráfico da velocidade é muito simples, pois a velocidade é constante, uma vez que para qualquer t, a velocidade se mantém a mesma.



Note que:

- As abscissas e as ordenadas estão indicadas com espaçamentos iguais.
- As grandezas representadas nos eixos estão indicadas com as respectivas unidades.
- Os pontos são claramente mostrados.
- A reta representa o comportamento médio.

- As escalas são escolhidas para facilitar o uso; não é necessário usar "todo o papel" com uma escala de difícil subdivisão.

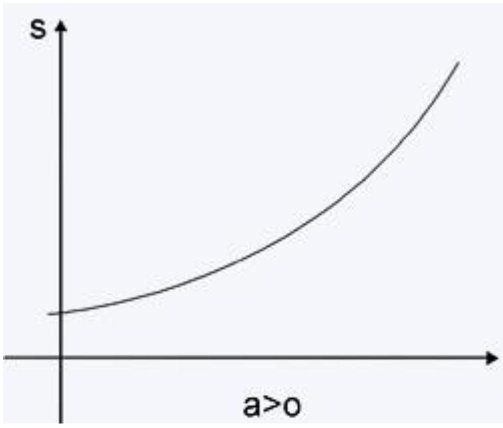
Exemplo 2

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Considerando-se o movimento uniformemente variado, podemos analisar os gráficos desse movimento dividindo-os em duas categorias, as quais se distinguem pelo sinal da aceleração.

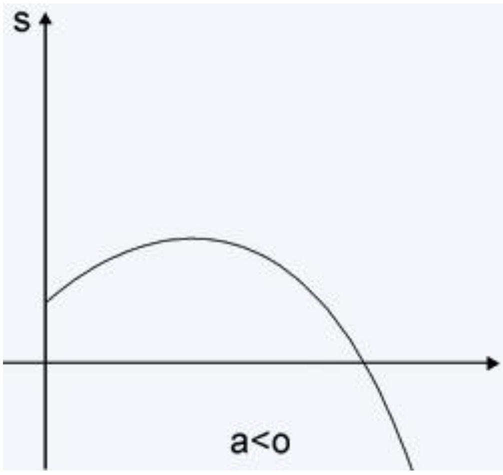
MOVIMENTO COM ACELERAÇÃO POSITIVA

Neste caso, como a aceleração é positiva, os gráficos típicos do movimento acelerado são



MOVIMENTO COM ACELERAÇÃO NEGATIVA

Sendo a aceleração negativa $(a < 0)$, os gráficos típicos são



A curva que resulta do gráfico **s x t** tem o nome de parábola.

A título de exemplo, consideremos o movimento uniformemente variado associado à equação horária $s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, onde o espaço é dado em metros e o tempo, em segundos, e obteremos:

$$s(t) = 2 + 3t - 2t^2$$

A velocidade inicial é, portanto:

$$v_0 = 3m/s$$

A aceleração:

$$a_0 = -4m/s^2 \left(a < 0\right)$$

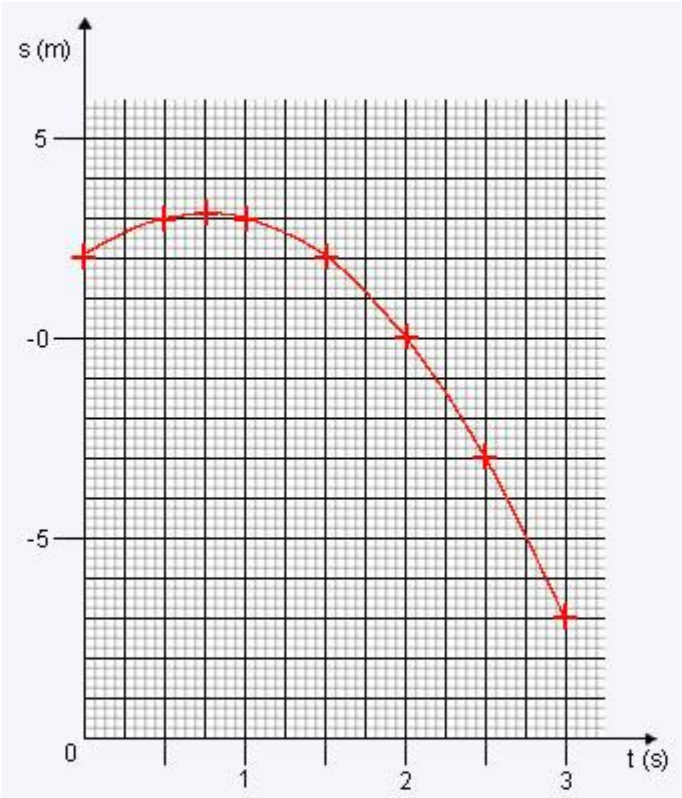
e o espaço inicial:

$$s_0 = 2km$$

Para desenharmos o gráfico s x t da equação acima, construímos a tabela de s x t (atribuindo valores a t).

s(m)	t(s)
2,0	0
3,0	0,5
3,125	0,75
3,0	1
2,0	1,5
0	2,0
-3,0	2,5
-7,0	3

A partir da tabela obtemos o gráfico s x t:



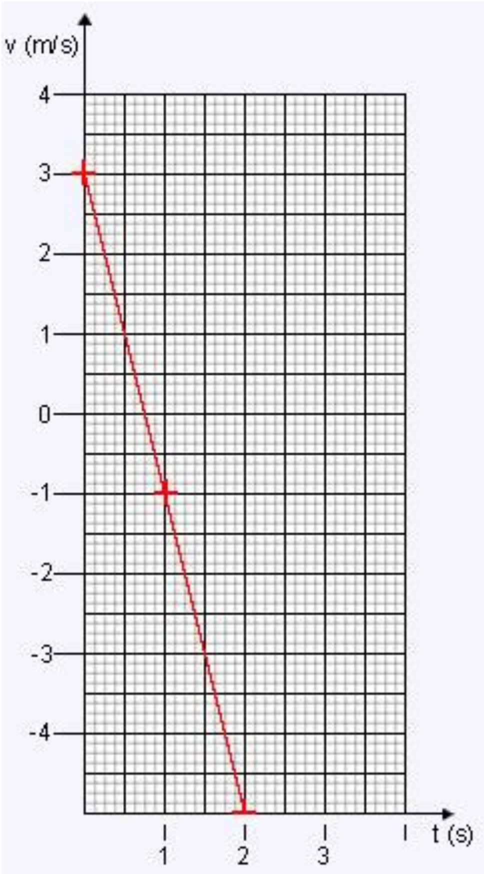
Para o caso da velocidade, temos a equação $v = v_0 + at$. Assim, para o movimento observado temos:

$$v = 3 - 4t$$

obtendo assim a tabela abaixo:

v(m/s)	t(s)
3	0
-1	0,5
5	0,75

Obtendo o gráfico v x t:



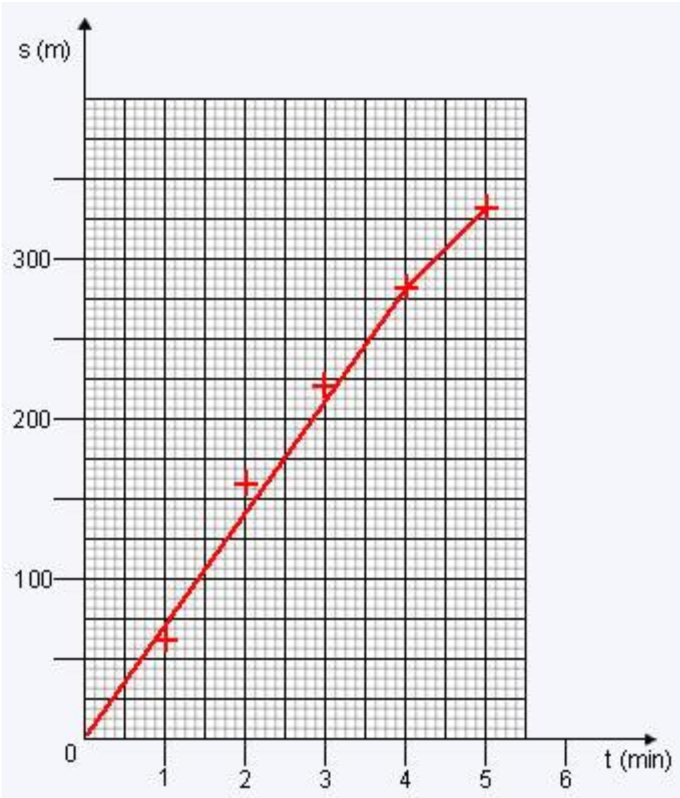
Exemplo 3

Como exemplo de gráfico representando dados experimentais vamos usar os dados da tabela:

Tabela
Dados de um indivíduo andando

Gráfico referente à tabela

t(min)	s(m)
0	0
1	62
2	158
3	220
4	283
5	335



Note:

- Até o instante $t = 4\text{min}$ pode-se dizer que os pontos podem ser representados por uma reta.
- Entre $t = 4$ e $t = 5$ houve uma alteração de comportamento.
- Não ligue os pontos em ziguezague utilizando segmentos de reta. Trace curvas médias lisas ou retas que representam comportamentos médios.

Observação: A reta traçada deixa dois pontos para baixo e dois para cima. A origem é um ponto experimental.

4- Inferindo a partir dos gráficos

Digamos que, em vez de construir um gráfico, ele lhe seja apresentado como um dado. O que se pergunta, então, é o que se pode inferir a partir dele. Dado um gráfico de sxt, vxt ou axt, é possível, a partir dele, obter algumas grandezas físicas relevantes. Vamos analisar cada um dos casos de interesse.

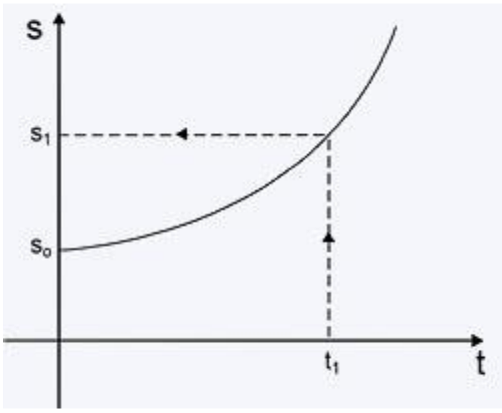
5-Gráficos de s x t

A partir de um gráfico s x t podemos inferir as seguintes grandezas:

1. Espaço a qualquer t e espaço inicial

A partir do gráfico s x t podemos determinar a posição do móvel em qualquer instante. Seja t_1 o instante no qual pretendemos determinar a posição. Traçamos uma reta, a partir de t_1 paralela ao eixo s, até encontrar a curva do gráfico. A partir desse ponto traçamos uma reta paralela ao eixo t até encontrar o eixo s. Esse ponto corresponde ao valor do espaço no tempo $t_1(s_1)$.

Para determinar o espaço inicial, basta determinarmos o ponto no qual a curva do gráfico cruza o eixo s.

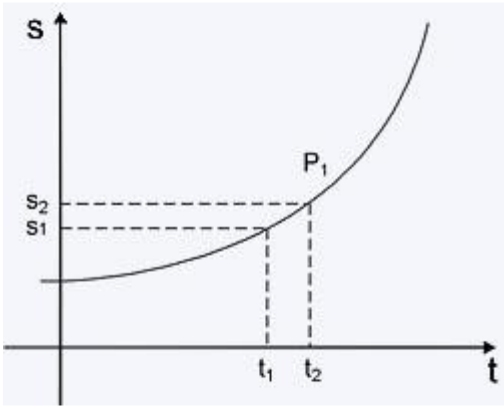


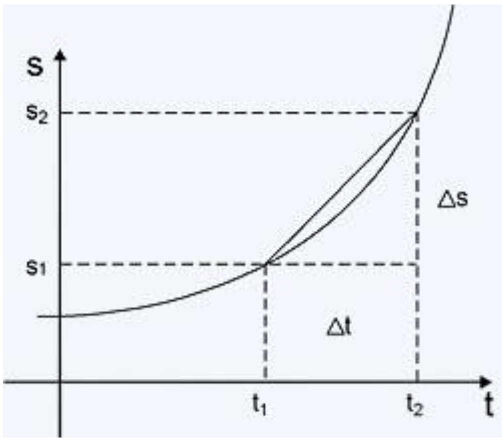
2. Velocidade média

Para determinarmos a velocidade média entre dois instantes de tempo t_1 e t_2, basta determinarmos os espaços s_1 e s_2. A velocidade média

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

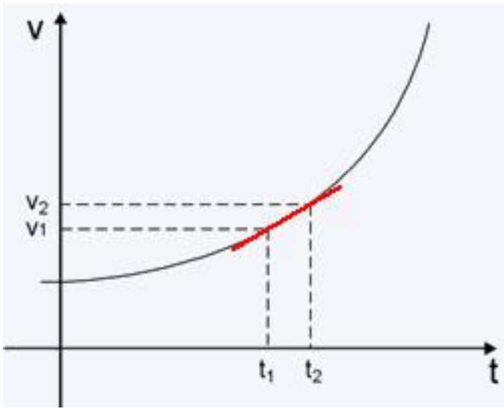
pode ser calculada uma vez que determinemos, a partir do gráfico s x t, os valores de t_1 e s_2, correspondentes aos instantes t_1 e t_2.





3. Velocidade instantânea

À medida que o intervalo de tempo tende a zero, pode-se notar que a velocidade no instante t_1 é dada pela tangente à curva no ponto P_1, associado ao tempo t_1, isto é, a velocidade é dada pelo coeficiente angular da reta que tangencia a curva nesse ponto:

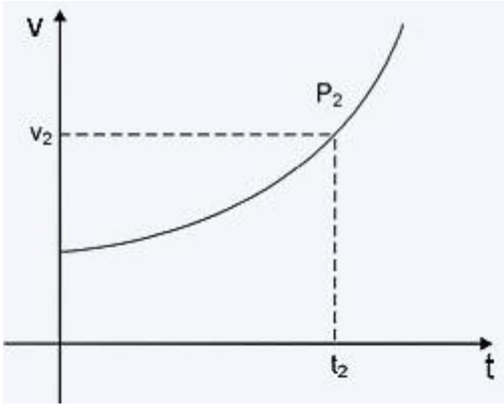


v = coeficiente angular

6- Gráficos de v x t

1. Velocidade e velocidade inicial

Podemos a partir do gráfico v x t, determinar a velocidade para qualquer instante de tempo. Podemos, por exemplo, determinar a velocidade no tempo t_2 da figura ao lado.



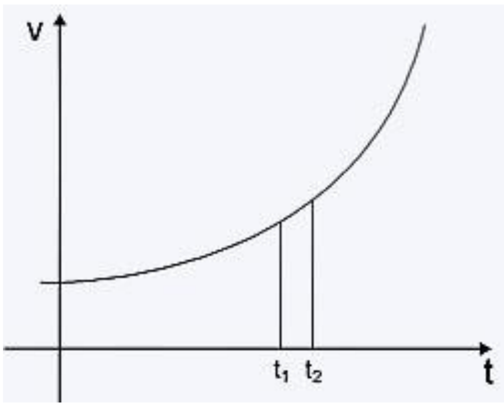
Basta que, a partir de t_2, tracemos uma reta paralela ao eixo v até encontrar a curva $\left(ponto\ P_2\right)$. A partir desse ponto traçamos uma reta paralela ao eixo t até encontrar o eixo das velocidades. Esse ponto de encontro caracteriza o valor da velocidade.
A velocidade inicial é dada pelo valor de v para o qual a curva do gráfico cruza com o eixo v.

2. Aceleração média e aceleração instantânea

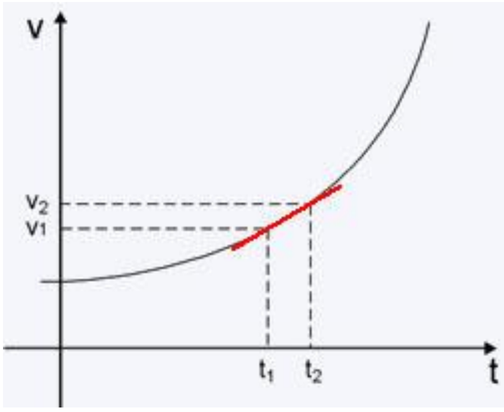
Num gráfico v x t, a aceleração média entre t_2 e t_1 pode ser calculada determinando-se os valores de v_2 e v_1 (velocidades associadas a t_1 e t_2) e calculando a relação:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Pode-se obter as diferenças $v_2 - v_1$ e $t_2 - t_1$ diretamente do gráfico.



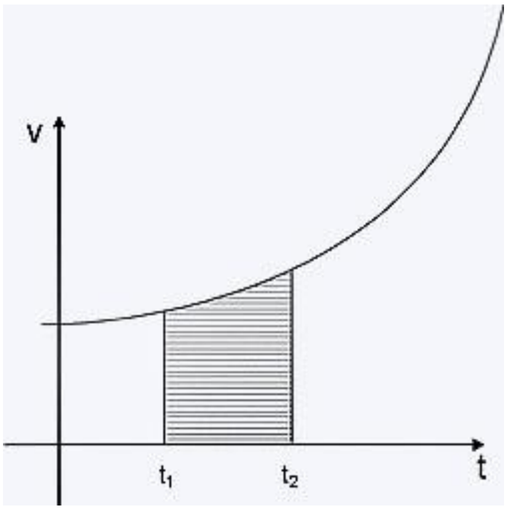
A aceleração instantânea é calculada tomando-se t_2 cada vez mais próximo de t_1. No gráfico, esse processo-limite leva-nos a tomar o coeficiente angular da reta tangente à curva que passa pelo ponto associado ao tempo t. Na figura ao lado, a aceleração escalar no instante t_1 é dada por:



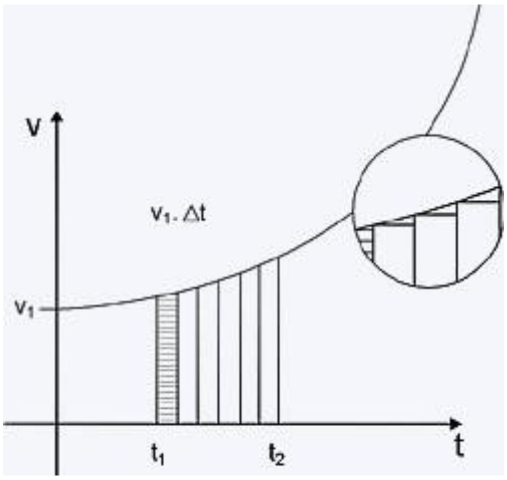
a = coeficiente angular da reta tangente

3. Espaço percorrido

O espaço percorrido entre dois instantes de tempo t_1 e t_2 é dado pela área sob a curva, no gráfico v x t, compreendida entre esses instantes.



Para entendermos isso, basta dividir o intervalo entre t_1 e t_2 em pequenos intervalos.

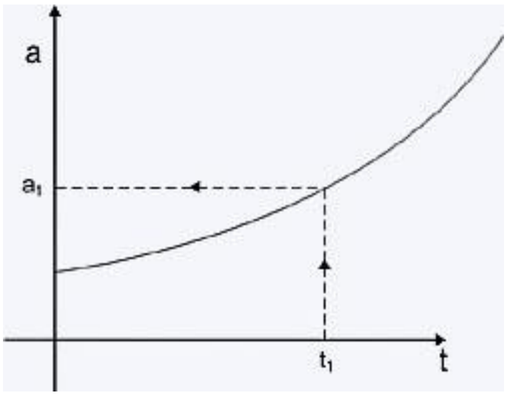


Para cada intervalo Δt suficientemente pequeno, a velocidade pode ser encarada como constante. Nesse caso, sabemos que a área sob a curva v, dá o espaço percorrido nesse intervalo de tempo. Portanto, o mesmo vale para a curva como um todo.

7-Gráfico de a x t

1. Aceleração a qualquer tempo

Deve-se repetir os procedimentos já conhecidos (explicados nos gráficos s x t e v x t) para esse caso.



2. Diferença de velocidade

A diferença de velocidades $\left(\mathrm{v}_2 \text{ e } \mathrm{v}_1\right)$, velocidades essas associadas aos instantes t_2 e t_1, é determinada pela área sob a curva (do gráfico) entre os instantes t_1 e t_2.