Autor: Gil da Costa Marques

1: Posição, o que é?

O conceito de posição é um **conceito relativo**, isto é, a posição depende do observador. Conceitos como em cima, em baixo, à direita ou à esquerda dependem do observador de referência.

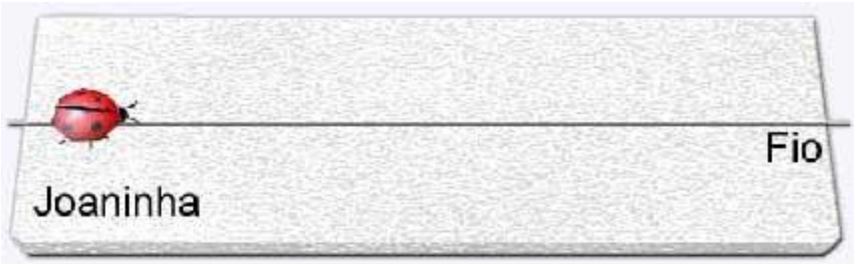
Assim, não é possível especificar uma posição sem especificarmos antes o sistema de referência. Uma vez adotado um sistema de referência, temos várias formas de indicar a posição de um objeto. Algumas já se incorporaram ao nosso cotidiano.

A maneira de caracterizarmos a posição de um objeto é através do uso de uma coordenada ou um conjunto de coordenadas. A seguir apresentaremos exemplos de coordenadas.

2: Coordenadas Cartesianas

As coordenadas cartesianas são utilizadas para identificar a posição de um ponto no espaço semelhantemente à localização de uma rua utilizando um guia da cidade.

A forma mais simples, do ponto de vista matemático, de especificarmos a posição de um objeto consiste no uso das coordenadas cartesianas. Vamos ilustrar esse procedimento, analisando o caso de um besouro que se movimenta ao longo de um fio retilíneo. Nesse caso, dizemos que o movimento é unidimensional.



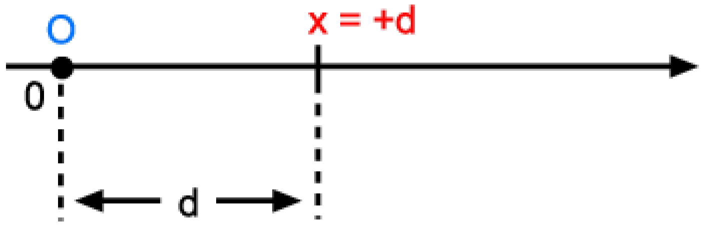
Para especificarmos a posição do besouro no fio, adotamos um **ponto como referência**. Chamamos esse ponto simplesmente de origem O (origem do sistema de coordenadas). Observe-se que o ponto O divide o fio retilíneo em dois segmentos de reta (um à direita e outro à esquerda de O). Num desses segmentos, as coordenadas terão valores positivos e no outro as coordenadas assumirão valores negativos.

Utilizando esse ponto de origem O, especificamos a coordenada do objeto da seguinte forma: primeiramente, determinamos a distância (d) do objeto até a origem. O próximo passo será especificar para qual dos dois segmentos de reta atribuiremos valores positivos para as coordenadas (Este passo tem o nome de orientação do eixo das coordenadas). Tal escolha será indicada por uma flecha. Isto é, o sentido da flecha indica o sentido no qual as coordenadas terão valores positivos. O valor da coordenada x do ponto P será igual à distância até a origem se P estiver no sentido da flecha a partir da origem. Caso contrário, o valor da coordenada é igual à distancia precedida de um sinal menos, ou seja, as coordenadas terão valores negativos quando a posição estiver na direção oposta à da flecha a partir da origem.

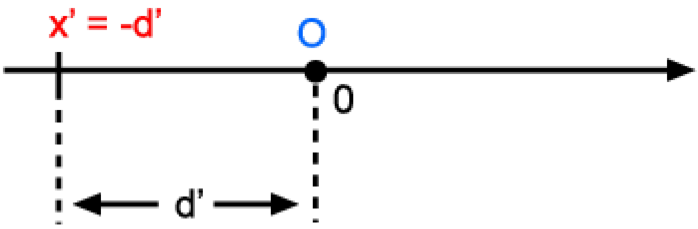
Resumindo:

Tomando-se um ponto O arbitrário como origem, a coordenada x caracterizando a posição P do objeto será dada por:

$x = +d$ se estiver no sentido da flecha a partir da origem



$x = -d$ se estiver no sentido oposto da flecha a partir da origem

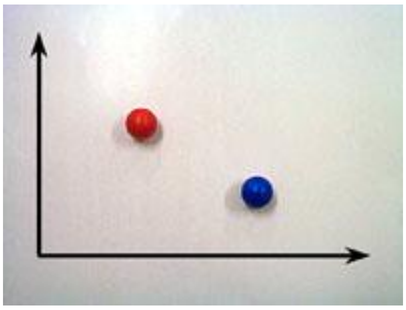


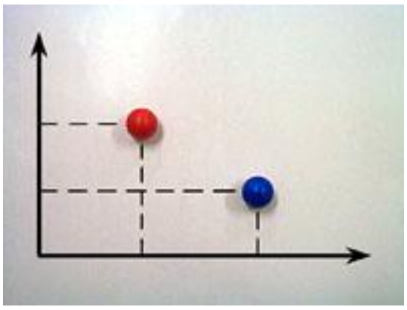
onde *d* é a distância do ponto P até a origem O.

3: Extensão para 2 e 3 dimensões

A extensão para o caso de duas dimensões pode ser entendida a partir do movimento de uma bola sobre uma mesa. As duas coordenadas (x e y) da posição P da bola seriam determinadas da seguinte forma:

Autor: Gil da Costa Marques



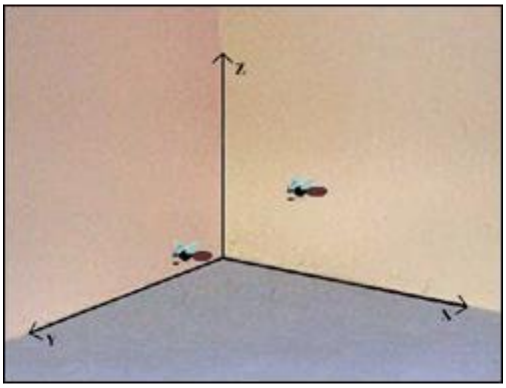


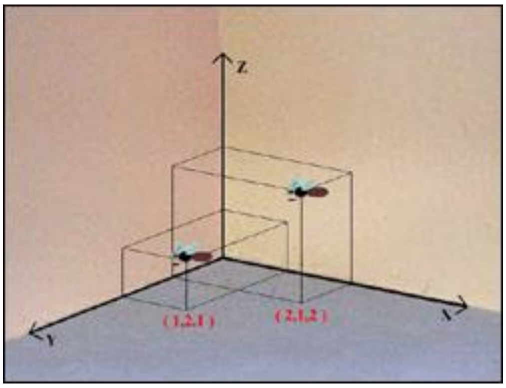
Primeiramente, adota-se uma origem (O) do sistema de coordenadas. Em seguida, faz-se passar pela origem dois eixos ortogonais (isto é, retas perpendiculares) e para cada um dos eixos damos uma orientação. Agora traçamos, a partir de P, duas retas paralelas aos eixos e tracejadas, até elas encontrarem os eixos Ox e Oy, respectivamente. Estes pontos de encontro das retas tracejadas com os eixos definem as coordenadas da posição do corpo.

No caso do movimento no espaço tridimensional, é suficiente acrescentarmos mais um eixo (z). Primeiramente, traçamos uma reta paralela ao eixo z até encontrar o plano xy em P'. Para a coordenada z, adota-se o mesmo procedimento do caso unidimensional ao longo dessa reta paralela z. Para as demais coordenadas, adota-se o ponto onde a reta intercepta o plano xy.

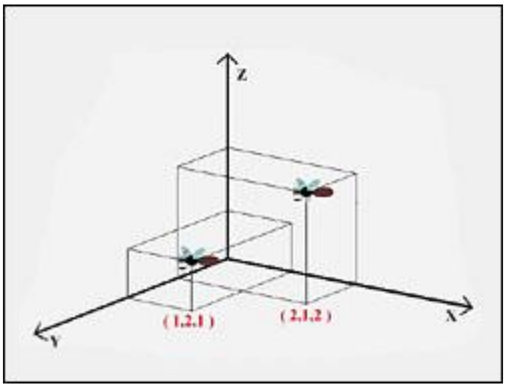
Podemos, então, concluir que, utilizando um sistema de coordenadas cartesianas, a posição P de um objeto pode ser inteiramente especificada através do conjunto de coordenadas x, y, z:

$$P \Rightarrow (x, y, z)$$





Autor: Gil da Costa Marques



4: Coordenadas Polares

Para indicarmos um ponto no plano podemos recorrer a outros conjuntos de coordenadas. Uma das mais utilizadas são as coordenadas polares (ρ,φ), podemos defini-las como função de x e y (a coordenadas cartesianas), a partir das expressões

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

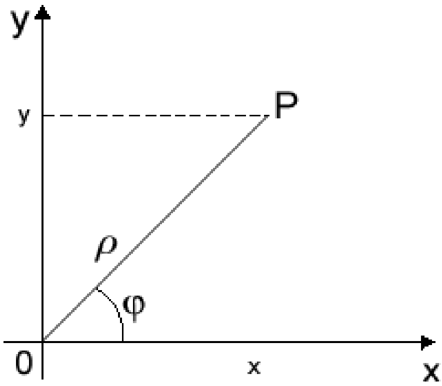
$$\varphi = \arctan g\left(\frac{y}{x}\right)$$

ote-se que, nesse caso, indicamos a posição através da distância do ponto até a origem e o ângulo formado pela reta passando pelo ponto até a origem.

Dados ρ e φ podemos, analogamente, determinar x e y.

$$x = \rho\cos\varphi$$

$$y = \rho sen\varphi$$



5: Coordenadas Esféricas

Definimos as coordenadas esféricas r, q e φ através das transformações

$$x = rsen\theta\cos\varphi \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Autor: Gil da Costa Marques

$$y = r sen\theta sen\varphi \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$x = r\cos\theta \qquad \theta = \arctan\left(\sqrt{\frac{x^2+y^2}{z}}\right)$$

$$r = R(cons\tan te)$$

$\sqrt{x^2+y^2+z^2} = R$ descreve uma esfera de raio *R*

$$\varphi = \varphi_0$$

$y = x\tan\varphi_0$ descreve um semiplano

$$\theta = \theta_0$$

$\sqrt{x^2+y^2} = z\tan\theta_0$ descreve um cone de ângulo