

Mecânica clássica para professores

Gil da Costa Marques



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Reitor Marco Antonio Zago
Vice-reitor Vahan Agopyan



EDITORA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Diretor-presidente Plinio Martins Filho

COMISSÃO EDITORIAL

Presidente Rubens Ricupero
Vice-presidente Carlos Alberto Barbosa Dantas
Chester Luiz Galvão Cesar
Mayana Zatz
Sedi Hirano
Tânia Tomé Martins de Castro
Valeria de Marco
Editora-assistente Carla Fernanda Fontana
Chefe Téc. Div. Editorial Cristiane Silvestrin

Gil da Costa Marques

Mecânica Clássica para Professores

Copyright © 2014 by Gil da Costa Marques

Ficha catalográfica elaborada pelo Departamento Técnico do Sistema Integrado de Bibliotecas da USP. Adaptada conforme normas da Edusp.

Marques, Gil da Costa

Mecânica Clássica para Professores / Gil da Costa Marques.
– São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2014.

624 p.: il.; 24 cm.

Inclui tabelas

Inclui bibliografia.

ISBN 978-85-314-1476-3

1. Física. 2. História da Ciência. I. Título.

CDD 530

Direitos reservados à

Edusp – Editora da Universidade de São Paulo
Rua da Praça do Relógio, 109-A, Cidade Universitária
05508-050 – São Paulo – SP – Brasil
Divisão Comercial: Tel. (11) 3091-4008 / 3091-4150
www.edusp.com.br – e-mail: edusp@usp.br

Printed in Brazil 2014

Foi feito o depósito legal

Sumário

<i>Apresentação</i>	9
PARTE I: Conceitos Básicos	
1. Massa e Matéria	15
2. Espaço e Medidas de Distância	21
3. Tempo	27
4. Medições e Erros de Medida – Nobuko Ueta	37
PARTE II: Fundamentos de Matemática	
5. Gráficos e Histogramas – Nobuko Ueta	45
6. Cálculo Diferencial	55
7. Cálculo Integral	67
8. Grandezas Vetoriais	77
PARTE III: Referenciais: Coordenadas	
9. Referenciais e Coordenadas	87
10. Transformações de Coordenadas	95
11. Mudança de Referencial	103
12. Coordenadas Generalizadas e Base de Vetores	115
PARTE IV: Cinemática	
13. Cinemática Escalar	131
14. Gráficos na Cinemática – Nobuko Ueta	139
15. Cinemática Vetorial	149
PARTE V: Dinâmica	
16. Forças	161
17. Forças de Atrito	181
18. As Leis de Newton	189
PARTE VI: Movimentos Simples	
19. Movimento Uniforme	205
20. Movimento Uniformemente Variado	213
21. Movimento dos Projéteis	221
22. Movimento Circular	233
23. Composição e Decomposição de Movimentos	245
PARTE VII: Outros Exemplos da Dinâmica	
24. Forças de Inércia	255
25. Movimento num Fluido Viscoso	267
26. Movimento Harmônico Simples – MHS	277
27. Oscilador Harmônico Forçado	287
28. Forças Eletromagnéticas	301

PARTE VIII: Energia

29. Energia: Aspectos Gerais	313
30. Trabalho e Forças Conservativas	323
31. Energia Mecânica	337
32. Formas de Energia	347

PARTE IX: Gravitação

33. Curta História da Gravitação	361
34. Forças Centrais	377
35. Campo e Potencial Gravitacional	385
36. Órbitas: Leis de Kepler	395
37. A Dinâmica do Universo	407

PARTE X: Sistemas de Partículas

38. Sistemas de Partículas	423
39. O Problema de Dois Corpos	435
40. Osciladores Acoplados	445
41. Colisões	455

PARTE XI: Corpos Rígidos

42. Cinemática das Rotações	475
43. Corpos Rígidos	487
44. Dinâmica do Corpo Rígido	499

PARTE XII: Estática

45. Estática	513
46. Equilíbrio de Sistemas	519
47. Máquinas Simples	535

PARTE XIII: Tópicos Especiais

48. Força Centrífuga e de Coriolis	547
49. Movimento ao Longo de Uma Curva	559
50. Simetrias e Leis de Conservação	569

<i>Anexo. Medições: O Sistema Internacional de Unidades (SI) – Giorgio Moscati</i>	<i>583</i>
--	------------

<i>Referências Bibliográficas</i>	<i>615</i>
---	------------

<i>Crédito das Fotografias</i>	<i>617</i>
--------------------------------------	------------

Massa e Matéria

1.1. A Estrutura da Matéria

O Universo é constituído de matéria, radiação e algo denominado energia escura. A matéria do nosso mundo é constituída de átomos. Uma generalização dessa ideia para todo o Universo, no entanto, não é inteiramente correta. Certamente o Universo contém muitos átomos. Uma boa estimativa seria de 10^{82} átomos. O Sol, a estrela mais próxima de nós, tem cerca de 10^{58} átomos. Para entendermos porque a matéria pode ser composta por algo além dos átomos, devemos analisar os constituintes de tudo no Universo.

Do que tudo é feito?

Desde a Grécia antiga há registros relativos aos conceitos de espaço, de tempo e do que seria a matéria. Os atomistas gregos, como Demócrito (460–370 a.C.), entendiam que tudo o que há no mundo seria composto por “átomos” que se movem no vazio.

No entendimento de Demócrito, haveria uma infinidade de átomos de formas diferentes, que combinados poderiam dar origem aos mais diversos objetos. Por outro lado, independentemente do número de átomos que formam um corpo, e da diversidade deles, todos seriam eternos, imutáveis e indivisíveis. Assim, se um corpo se decompõe, de uma forma ou de outra, seus átomos poderiam ser reaproveitados na confecção de outros objetos.

A teoria atômica da matéria, proposta primeiramente pelos filósofos gregos, demorou mais de dois mil anos para ser aceita. Isso só ocorreu depois de uma série de evidências observacionais que apontavam para a existência de diferentes elementos químicos, gradualmente descobertos através do trabalho árduo de muitos cientistas, dentre os quais ressaltamos a madame Marie Curie, duplamente laureada com o prêmio Nobel.

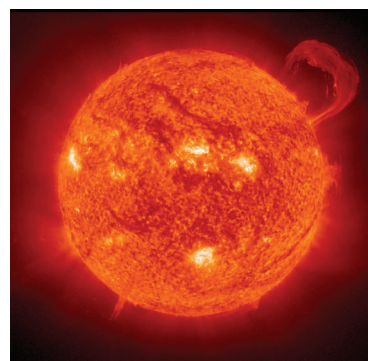


Fig. 1.1. O Sol tem aproximadamente 10^{58} átomos. Ele é constituído, portanto, de matéria ordinária. Projeto Stereo, Nasa.

A tabela de Mendeleev surgiu da ideia de agrupar e classificar cerca de uma centena de elementos, considerando-se as afinidades e semelhanças observadas em reações químicas. Assim, no início do século XIX, os átomos eram tidos como os constituintes últimos da matéria, como sugerido pelos atomistas gregos. Não são, no entanto, infinitos.

Diagrama da Tabela Periódica de Mendeleev. Os elementos são coloridos e numerados de 1 a 114. Abaixo da tabela principal, há duas linhas extras para os elementos: Lantanídeos* (números 57 a 70) e Actínideos** (números 89 a 102).

Fig. 1.2. Tabela de Mendeleev. O número de elementos continua crescendo.

Depois de muitas investigações realizadas no início do século XX, chegou-se à conclusão de que os átomos são compostos por outras partículas, denominadas de prótons, nêutrons e elétrons: os prótons e nêutrons formando o núcleo do átomo e os elétrons girando em torno do núcleo. Com o passar do tempo, no entanto, muitas outras partículas foram descobertas. Um físico brasileiro, César Lattes, contribuiu para a descoberta de uma dessas partículas, a qual ficou conhecida como Méson π (lê-se “meson pi”).

FÉRMIONS			BÓSONS			
Quarks	u <small>up</small>	c <small>charmoso</small>	t <small>top</small>	Interação Forte		
	d <small>down</small>	s <small>estranho</small>	b <small>bottom</small>	GLÚON		
	ν_e <small>neutrino e</small>	ν_μ <small>neutrino μ</small>	ν_τ <small>neutrino τ</small>	Interação Eletrofraca		
Léptons	e <small>elétron</small>	μ <small>múon</small>	τ <small>tau</small>	W ⁺	W ⁻	Z ⁰
	I	II	III	γ (fóton)		
	As três Gerações da Matéria			Interação Gravitacional		
			Partículas Mediadoras			
			GRÁVITON?			

Fig. 1.3. Tabela das partículas elementares.

Com a grande profusão de partículas que aos poucos iam sendo descobertas, os cientistas passaram a desconfiar que os prótons, os mésons e os nêutrons seriam compostos por outras partículas: as partículas elementares. Hoje sabemos que isso é verdade e que o número de partículas elementares é relativamente pequeno. O quadro ao lado apresenta todas as conhecidas. As partículas elementares são, de fato, os constituintes últimos da matéria. Muitas delas não são eternas nem imutáveis. Mas, até o ponto que sabemos, são indivisíveis.

Assim, o nosso entendimento a respeito da estrutura da matéria é que as poucas partículas elementares participam da composição de outras partículas, como o próton e o nêutron, e essas partículas compõem os átomos, formando todos os objetos do nosso mundo.

1.2. Propriedades da Matéria

Hoje definimos matéria como tudo aquilo que é composto por partículas elementares dotadas de massa. Com isso, ampliamos para quatro o número de variedades de matéria: a matéria ordinária (aquela composta a partir dos átomos), a matéria escura, a matéria bariônica e a antimatéria. O nosso mundo, e tudo que existe no sistema solar, é constituído apenas de matéria ordinária. As demais variedades se encontram, por exemplo, em estrelas de nêutrons (a matéria bariônica) ou gravitando em torno do centro das galáxias (a matéria escura). Não temos evidências da existência de quantidades apreciáveis de antimatéria no Universo.

A matéria exhibe algumas propriedades, tema que será abordado a seguir.

Uma propriedade importante, em se tratando da matéria, diz respeito à equivalência entre a quantidade de matéria determinada pela sua massa e o equivalente dessa quantidade em energia. Trata-se da famosa relação entre massa e energia ($E=mc^2$). Assim, em processos físicos nos quais há perda de massa, haverá, necessariamente, liberação de uma certa quantidade de energia. Com esta descoberta, abriu-se o caminho para a exploração (para o bem ou para o mal) de novas fontes de energia.

A matéria ocupa um lugar, um determinado volume no espaço. A relação entre sua massa e o volume que ocupa define a densidade do corpo material.

A matéria se agrega. Isso ocorre como resultado das forças eletromagnéticas e gravitacionais. A força gravitacional produz grandes aglomerados de matéria. A Terra, os demais planetas e os cometas são exemplos de aglomerados com massas relativamente pequenas, incapazes, por isso, de emitir luz própria. A situação já é diferente no caso das estrelas, dotadas de massas bem maiores. A tendência de aglomeração não para por aí. Persiste no nível de grandes aglomerados, como as galáxias, que contêm tipicamente 10^{11} sóis, bem como de seus aglomerados.

A matéria é neutra do ponto de vista da carga elétrica.

1.3. Massa

Quando se diz que um objeto tem massa, queremos dizer que ele possui a capacidade de atrair outros objetos, exercendo sobre eles uma força. Essa força é atrativa e recebe o nome de força gravitacional. Como descobriu Newton, a força gravitacional é diretamente proporcional à massa dos objetos que se atraem.



Fig. 1.4. Parte da massa de átomos de urânio ou de plutônio se converte em energia por ocasião da explosão de uma bomba atômica.

Usualmente, a matéria é definida como qualquer aglomerado de átomos. Com a percepção de que o átomo é, ele mesmo, um aglomerado de partículas, esta definição foi generalizada para designar matéria como qualquer aglomerado de partículas que possuam massa. Hoje temos evidências para suspeitar que apenas uma fração da matéria do Universo, de cerca de 5%, é composta por átomos. A maior parte é composta por partículas elementares que não entram na composição dos átomos, dentre as quais estariam os neutrinos massivos.

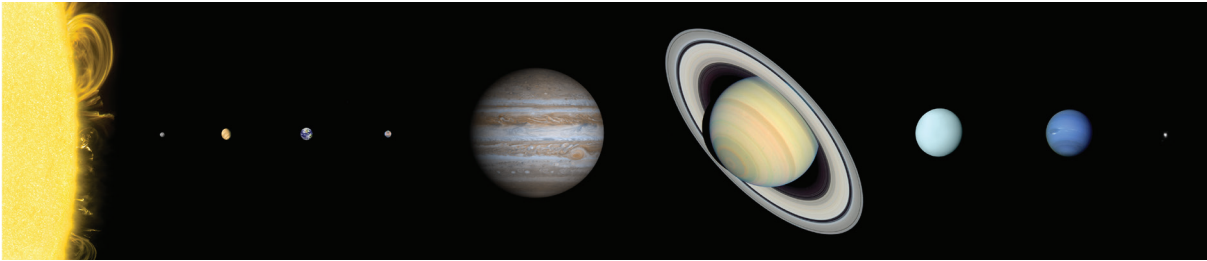


Fig. 1.5. Sistema solar: composto por bilhões de objetos contendo diferentes massas, os planetas estão entre os maiores objetos.

Podemos estabelecer uma teoria para explicar por que os objetos têm massa? Temos uma teoria (o Modelo Padrão), que associa as massas a uma propriedade do vácuo. Nele, o campo de Higgs teria orientações ao acaso, como o campo magnético num ferromagneto. A massa das partículas estaria, assim, associada à quebra espontânea de simetria por parte do estado do vácuo.

No entanto, esse modelo exige, como ingrediente fundamental, que uma partícula denominada Higgs exista. Sua existência foi confirmada, experimentalmente, no ano de 2012. Assim, dispomos de uma evidência para dar suporte ao mecanismo proposto para a origem das massas das diversas partículas. No entanto, como não sabemos explicar os parâmetros da teoria, dizemos que massa ainda pode ser considerado um conceito fundamental, um conceito primitivo.

Apesar de não sabermos com precisão a origem das massas dos constituintes da matéria, o fato é que podemos medi-la. Como todo processo de medida, medir massas significa comparar a massa do objeto com uma unidade (ou fração) padrão. No processo de medida empregamos a força gravitacional exercida sobre ele. Ao comparar massas, estamos comparando forças gravitacionais.

1.4. Medições de Massa

Medição de massa com precisão, assim como de tempo e de distância, é um desafio tecnológico e científico no mundo atual. A metrologia é um dos ramos da ciência. No caso da medição de massa, ela é importante também do ponto de vista econômico.

No Brasil, as questões relativas à metrologia, tais como a padronização, a disseminação das unidades de medida aceitas universalmente e a certificação de calibrações de acordo com normas internacionais, cabem ao Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial, mais conhecido pela sigla Inmetro.

Vamos imaginar uma indústria que indique na embalagem de um produto que o seu conteúdo corresponde a 300g. Se a máquina de empacotar cometer um erro de 10% e colocar 330g, a indústria terá um prejuízo de 10% no valor das suas vendas. Se colocar menos, terá prejuízos na sua imagem, além de eventuais ações na justiça por violação do código do consumidor. O ideal é ter, portanto, exatamente 300g, como consta na embalagem. Por isso, saber medir com precisão é fundamental nos dias de hoje.

Massas de objetos extremamente pequenos podem ser medidas a partir de espectrógrafos de massa. Ainda se investiga, e com grande interesse, uma “balança” de moléculas de altíssima precisão.

As massas dos corpos celestes são inferidas a partir dos efeitos do campo gravitacional que eles geram. Como se pode inferir a massa, por exemplo, de um buraco negro quando esse objeto nem sequer pode ser visto?

Ao utilizarmos uma balança de pratos, ou balança romana, estaremos comparando duas forças gravitacionais: aquela exercida pela Terra (como um todo) sobre o objeto, cuja massa se quer medir, e a outra exercida pela Terra sobre os pesinhos, cujos valores são previamente conhecidos (ou definidos) a partir de uma unidade padrão.

Ao utilizarmos como padrão o quilograma e ao medirmos a massa de um objeto estaremos, como em todo processo de medida, comparando a massa de um objeto com uma massa (os pesos na balança) que pode ser expressa em termo do quilograma-padrão. Não podemos utilizar balanças quando pretendemos medir massas de alguns objetos ou a dos corpos celestes. Por exemplo, como podemos medir a massa de uma molécula se não temos facilidade para manipulá-la?



Fig. 1.6. Balança romana: baseada na comparação das forças peso.



Fig 1.7. O quilograma padrão.



Fig. 1.8. Os vários pesos representam diferentes partições do quilograma padrão.

1.5. Unidade de Massa

A unidade de massa do Sistema Internacional de unidades é o quilograma, abreviado por kg , que é definido como a massa do protótipo internacional depositado no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França. Outras unidades de massa derivadas do quilograma são:

Tonelada (ton)	$1 ton = 10^3 kg$
Quilograma (kg)	$1 kg = 1000 g$
Grama (g)	$1 g = 10^{-3} kg$
Miligramma (mg)	$1 mg = 10^{-6} kg$
Micrograma (μg)	$1 \mu g = 10^{-9} kg$

Estas são as unidades de massa mais usuais no dia a dia no Brasil. Em países de origem inglesa, é comum usar outras unidades de massa (a libra, por exemplo).

1.6. Medir a Massa ou o Peso?

Você já deve ter usado a expressão “quanto pesa este pacote de tomates?” e ouvido a resposta “um quilo”. A força peso é medida em quilograma-força (kgf), em newton (N), em dina (dyn) etc., e a massa, em quilograma (kg), grama (g) etc. Mas, no dia a dia, é comum essa mistura de unidades. Pareceria estranho perguntarmos “qual é a massa desse pacote de tomates?”. Nem se espera que o vendedor responda corretamente sobre o peso: “um quilograma-força”.

A força peso é uma grandeza física distinta da grandeza massa. No entanto, como a força peso é o produto da massa pela aceleração da gravidade, pode-se inferir a massa a partir da força peso. Essa relação entre peso e massa acarreta certa confusão e, por isso, às vezes se troca, erroneamente, um conceito pelo outro.

As balanças digitais, por exemplo, permitem inferir a massa através da medida direta da força peso. As balanças romanas comparam forças pesos.

1.7. Escalas de Massa

Os objetos existentes no Universo possuem massas, cujas medidas refletirão uma enorme variação. Isto porque não há limite para se agregarem mais átomos a um dado corpo sólido ou líquido. Por exemplo, a massa do Sol em quilogramas é: $1,98 \times 10^{30} kg$. Por outro lado, as partículas elementares têm as menores massas dentre todos os corpos no Universo. As massas do elétron e do próton são diminutas: $9,1 \times 10^{-31} kg$ e $1,7 \times 10^{-27} kg$ respectivamente. Esses exemplos extremos ilustram a enorme variação dos valores das massas de objetos existentes no Universo.



Fig. 1.9. Balança digital: baseada na medida direta.