09 – Movimento Circular

Exercícios Resolvidos

Exercício Resolvido 9.1

Uma partícula move-se ao longo de uma trajetória circular contida no plano xy, conforme esquematizado na Figura 9.5. O raio da circunferência, nesse caso, é $R = 5\,m$.

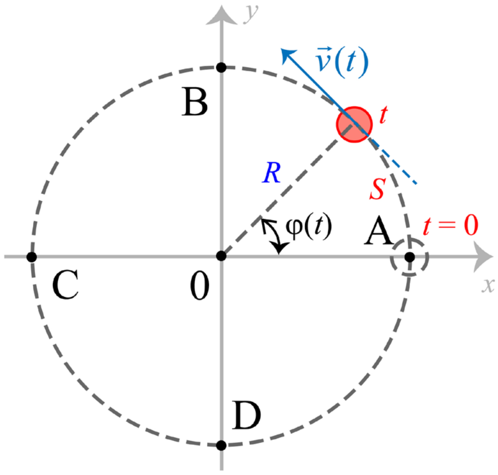

Figura 9.5: Partícula em movimento circular e as variáveis dinâmicas S e φ.

No instante $t = 0$ ela passa pelo ponto A, que será adotado como ponto de referência para a determinação da coordenada espaço ao longo da circunferência (indicada pela letra S).

A variável angular, φ, é determinada a partir do ângulo que a reta iniciada na origem, e passando pelo ponto em questão, forma com o eixo $0x$. Ela assume valores positivos quando percorremos a circunferência no sentido anti-horário a partir da origem (o ponto A da Figura 9.5), e assume valores negativos quando percorrida no sentido horário.

a) Escreva a expressão analítica do vetor posição $\vec{r}(t)$ e determine a coordenada espaço, $S(t)$, para um instante de tempo qualquer.

b) Escreva as expressões para o vetor posição e a respectiva coordenada espaço quando a partícula passar pelos pontos B e C, conforme indicados na Figura 9.5.

Resolução

a) Levando-se em conta que as coordenadas x e y são dadas como projeções sobre os respectivos eixos, e adotando-se o metro como unidade, obtemos:

$$x = 5\cos\varphi$$
$$y = 5\,\text{sen}\varphi$$

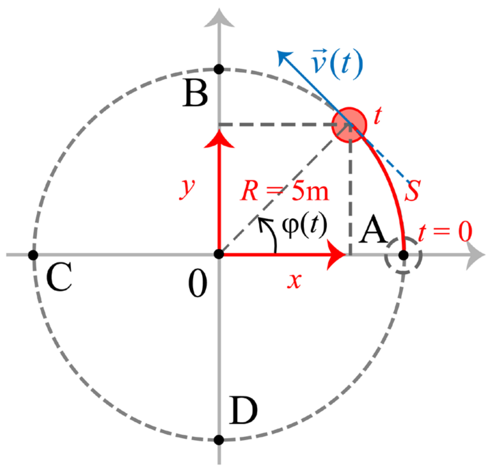

Figura 9.7: Coordenadas cartesianas e polares no movimento circular.

Portanto, o vetor posição é dado por:

$$\vec{r}(t)=\left[5\cos\varphi(t)\right]\vec{i}+\left[5\text{sen}\varphi(t)\right]\vec{j}=5\left[\cos\varphi(t)\vec{i}+\text{sen}\varphi(t)\vec{j}\right]$$

Enquanto que a variável espaço, conforme a equação 9.2 do texto, é dada por:

$$S(t)=R\varphi(t)=5\varphi(t)$$

b) No ponto B, o valor da variável angular é:

$$\varphi_B=\frac{\pi}{2}\ \text{rad}$$

Portanto, utilizando as expressões acima, obtemos:

$$\vec{r}_B=\left[5\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]\vec{i}+\left[5\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]\vec{j}=0\vec{i}+5\vec{j}\,(\text{m})$$

$$s_B=5\left(\frac{\pi}{2}\right)=2{,}5\pi(\text{m})=7{,}85\ \text{m}$$

No ponto C, o valor da variável angular é:

$$\varphi_B=\pi\ \text{rad}$$

Logo,

$$\vec{r}_C=\left[5\cos(\pi)\right]\vec{i}+\left[5sen(\pi)\right]\cdot\vec{j}=-5\vec{i}+0\vec{j}\,(m)$$

$$s_C=5(\pi)=5\pi(m)=15{,}7\ m$$

Exercício Resolvido 9.2

Admitamos que a variável angular associada ao movimento circular do Exercício 01 varia segundo a expressão:

$$\varphi(t)=\frac{\pi}{20}t$$

onde o tempo é medido em segundos e o ângulo é medido em radianos. As condições iniciais constam da Figura 9.8.

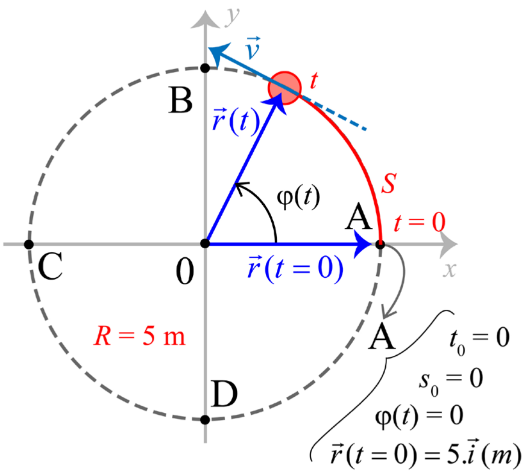

Figura 9.8: Condições iniciais do MCU.

a) Qual o intervalo de tempo necessário para a partícula completar uma volta?

b) Qual é a velocidade angular do movimento?

c) Qual é a velocidade escalar?

d) Qual é a velocidade vetorial?

Resolução

a) Num instante $t = t_1$ a variável angular associada à partícula é $\varphi(t_1) = (\pi/20)t_1$ e, num instante posterior, $t = t_2$, ela é $\varphi(t_2) = (\pi/20)t_2$. A variação angular associada ao intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ é dada por:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{20}(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{20}\Delta t$$

Ao completar uma volta, o vetor posição $\vec{r}(t)$ terá descrito um ângulo $\Delta\varphi = 2\pi$; portanto, substituindo-se tal valor na expressão acima, obtemos:

$$2\pi = \frac{\pi}{20}\Delta t_{volta} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{volta} = (2\pi)\frac{20}{\pi} = 40\ s$$

b) A velocidade angular pode ser determinada pela taxa de variação instantânea definida na equação 9.5. Assim, nesse caso, temos:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d\left(\frac{\pi}{20}t\right)}{dt} = \frac{\pi}{20}\frac{d(t)}{dt} = \frac{\pi}{20}\ \text{rad/s}$$

c) A partir da equação 9.16 temos a relação: $v(t) = R.\omega(t)$. Sendo $\omega(t) = (\pi/20) rad/s$ e $R = 5\,m$, mediante uma simples substituição, obtemos:

$$v(t) = (5m)\left(\frac{\pi}{20} rad/s\right) = \frac{\pi}{4} m/s$$

O "*rad*" é uma unidade adimensional. Assim,

$$v(t) = (\pi/4) radm/s = (\pi/4) m/s$$

d) Temos duas alternativas equivalentes para responder a essa questão.

- 1ª alternativa:

Na primeira delas, utilizamos a expressão do texto para a velocidade no movimento circular.

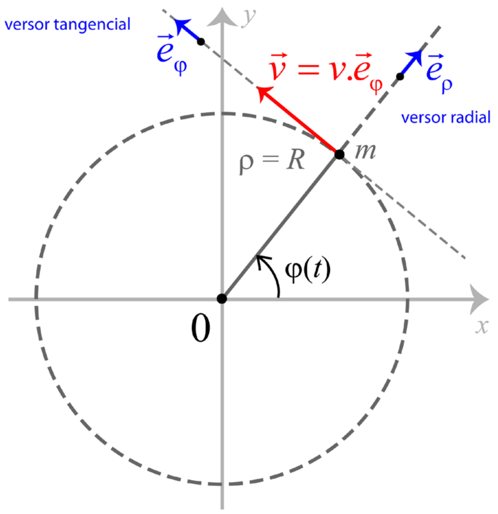

Figura 9.9: A velocidade é tangente à circunferência em cada ponto dela.

Escrevemos:

$$\vec{v} = v \cdot \vec{e}_\varphi = R\omega\vec{e}_\varphi = \left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{e}_\varphi\,(m/s)$$

onde $\vec{e}_\varphi$ é o versor na direção tangencial à circunferência, conforme ilustra a Figura 9.9.

Apesar de o módulo da velocidade ser constante ($v = \pi/4\, m/s$), o vetor $\vec{v}$ é variável, pois o versor $\vec{e}_\varphi$ muda de direção, conforme a partícula se movimenta ao longo da circunferência, ou seja, depende da evolução temporal da variável angular $\varphi(t)$.

- 2ª alternativa:

Na segunda alternativa, escrevemos a expressão analítica do vetor posição em função da variável angular e dos versores nas direções x e y, conforme a equação 9.4 e do vetor posição.

A derivada de primeira ordem em relação ao tempo fornece a velocidade vetorial.

Substituindo $R = 5\,m$ e lembrando que $\varphi(t) = \left(\frac{\pi}{20}t\right)$ e derivando, temos:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[5\left(\cos\left(\frac{\pi}{20}t\right)\vec{i} + \text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right)\vec{j}\right)\right] = -\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right)\vec{i} + \left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{20}t\right)\vec{j}$$

Essa expressão mostra que $\vec{v}$ muda continuamente no decorrer do movimento, pois as funções cosseno e seno dependem do tempo. Por exemplo, para o instante $t = 0$, tem-se:

$$\vec{v}(t=0) = -\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}0\right)\vec{i} + \left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{20}.0\right)\vec{j} = 0\vec{i} + \left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j}$$

E, para o instante $t = 10\,s$, tem-se:

$$\vec{v}(t=10\text{ s}) = -\left(\frac{\pi}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}10\right)\vec{i} + \left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{20}10\right)\vec{j} = -\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} + 0\vec{j}$$

Observe-se que o módulo de $\vec{v}$ é constante ($v = \pi/4\, m/s$); mudam no entanto a direção e o sentido de $\vec{v}$.

Exercício Resolvido 9.3

Determine $\left(d\vec{e}_\rho\right)/dt$ e $\left(d\vec{e}_\varphi\right)/dt$, dado que a velocidade angular é constante.

Resolução

Trata-se de aplicar as equações 5.19 ao caso em que o ângulo φ varia com o tempo de uma forma simples $\varphi = \omega t$. Nesse caso, elas se escrevem assim:

$$\vec{e}_\rho = \cos\varphi\vec{i} + \text{sen}\varphi\vec{j} = (\cos\omega t)\vec{i} + (\text{sen}\omega t)\vec{j}$$
$$\vec{e}_\varphi = -\text{sen}\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j} = -(\text{sen}\omega t)\vec{i} + (\cos\omega t)\vec{j}$$

Adotando as regras de derivação e as expressões acima, temos:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{e}_\rho}{dt} &= \frac{d\left(\cos\varphi\vec{i} + \text{sen}\varphi\vec{j}\right)}{dt} = \frac{d(\cos\varphi)\vec{i}}{dt} + \frac{d(\text{sen}\varphi)\vec{j}}{dt} \\ &= \frac{d\varphi}{dt}\frac{d(\cos\varphi)}{dt}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dt}\frac{d(\text{sen}\varphi)}{dt}\vec{j} = \omega(-\text{sen}\varphi)\vec{i} + \omega(\cos\varphi)\vec{j} \\ &= \omega\left[-\text{sen}\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j}\right] = \omega.\vec{e}_\varphi\end{aligned}$$

e, portanto,

$$\frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \omega.\vec{e}_\varphi$$

Derivando o versor $\vec{e}_\varphi = (-sen\varphi; \cos\varphi)$, em relação ao tempo tem-se:

$$\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = -\omega(\cos\varphi; sen\varphi) = -\omega\vec{e}_\rho$$

ou seja,

$$\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = -\omega.\vec{e}_\rho$$

Exercício Resolvido 9.04:

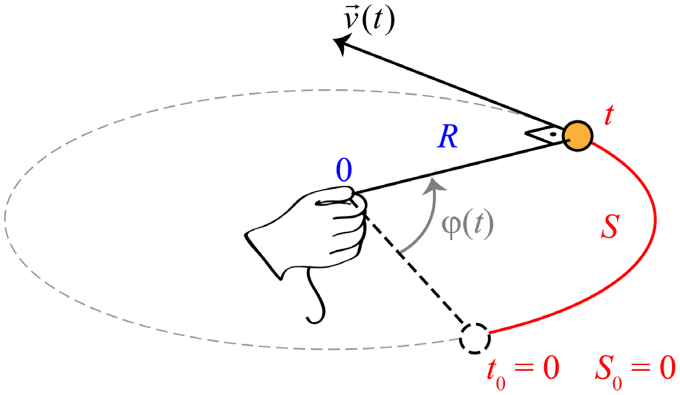

Figura 9.10: Movimento circular dotado de aceleração tangencial.

Um objeto é colocado em movimento circular de raio $R = 1{,}2\,m$, conforme ilustra a Figura 9.10. Dado que a variável angular ϕ varia, em função do tempo (expresso em segundos), conforme a equação horária:

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{12}t^2$$

a) Escrever as equações horárias da velocidade angular $\omega(t)$ e da aceleração angular $\alpha(t)$.

b) Escrever a equação horária para a velocidade escalar e a aceleração tangencial ou escalar. Particularizar para o caso $t = 2\,s$.

c) Escrever a expressão da aceleração centrípeta do objeto em função do tempo e, em particular, para $t = 2\,s$.

d) Escreva a expressão cartesiana da aceleração vetorial em função do tempo e, em particular, para $t = 2\,s$.

Resolução

a) As equações 9.7 e 9.10 definem a velocidade e a aceleração angulares. Então, dado que a velocidade angular é a taxa de variação instantânea da variável angular, obtemos:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d\left[\frac{\pi}{12}t^2\right]}{dt} = \frac{\pi}{6}t$$

A aceleração angular é a taxa de variação instantânea da velocidade angular. Nesse caso, obtemos:

$$\alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d\left[\frac{\pi}{6}t\right]}{dt} = \frac{\pi}{6}\ \text{rad/s}^2$$

b) A função $S(t)$ pode ser obtida por meio da relação entre o ângulo e o raio, ou seja, nesse caso:

$$S(t) = R.\varphi(t) = (1,2)\left(\frac{\pi}{12}\right)t^2 = (0,1\pi)t^2$$

Assim, no sistema SI, a velocidade escalar é dada por:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{d\left[(0,1\pi)t^2\right]}{dt} = (0,2\pi)t$$

Donde se infere que, para $t = 2\,s$, a velocidade é dada por:

$$v(t = 2\ s) = 0,4\pi\, m/s$$

A aceleração tangencial ou aceleração escalar é a taxa de variação instantânea da velocidade escalar. Assim sendo, para $v(t) = (0{,}2\pi)\,t$, temos:

$$a_{\tan g} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d(0,2\pi.t)}{dt} = 0,2.\pi\, m/s^2$$

Tendo em vista que a aceleração tangencial é constante, no instante $t = 2s$ temos:

$$a_{\tan g} = 0,2.\pi\, m/s^2$$

c) A equação 9.11 define a aceleração centrípeta ou radial no caso de movimento circular. Para o instante $t = 2s$, temos $v = 0,4\pi\, m/s$ e, sendo $R = 1,2\, m$, a aceleração centrípeta é dada por:

$$\vec{a}_{centr} = -\frac{\vec{v}^2}{R}\vec{e}_\rho = -\frac{(0,4\pi)^2}{1,2}\vec{e}_\rho = -\left(\frac{0,4\pi^2}{3}\right)\vec{e}_\rho$$

Nesse caso, a aceleração centrípeta tem módulo constante $a_{centr} = \left(\frac{0,4\pi^2}{3}\right) m/s^2$ e, como é usual, tem direção radial, apontando para o centro da circunferência.

d) A aceleração vetorial, conforme a expressão 9.7, é dada por:

$$\vec{a} \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}\vec{e}_\varphi + R\omega\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = R\alpha\vec{e}_\varphi - R\omega^2\vec{e}_\rho$$

A aceleração vetorial pode, igualmente, ser expressa em termos das componentes tangencial e radial:

$$\vec{a} = a_{\text{tang}} \cdot \vec{e}_\varphi + a_{\text{radial}} \cdot \vec{e}_\rho = R\alpha\vec{e}_\varphi - \frac{v^2}{R}\vec{e}_\rho$$

Particularizando para $t = 2s$, temos as componentes da aceleração dadas por:

$$a_{\tan g} = \frac{dv}{dt} = 0,2\pi = \frac{2\pi}{10} m/s^2$$

$$a_{radial} = a_{centr} = \frac{V^2}{R} = \frac{(0,4\pi)^2}{1,2} = \frac{2\pi^2}{15} m/s^2$$

Portanto, a aceleração vetorial no instante $t = 2s$ é, no SI:

$$\vec{a}(t = 2s) = \left[\frac{2\pi}{10}\right]\vec{e}_\varphi - \left[\frac{2\pi^2}{15}\right]\vec{e}_\rho$$

Exercício Resolvido 9.5:

Um carro com massa total de $800\,kg$ entra numa curva de raio $R = 500\,m$ com velocidade $v_0 = 40\,m/s$ e aceleração tangencial (nesse caso, igual à aceleração escalar) $a = 6\,m/s^2$. A pista está contida num plano horizontal e o atrito é suficiente para manter o carro na trajetória circular sem escorregamentos.

a) Qual a força tangencial?

b) Qual a força radial no instante em que ele adentra a curva?

Resolução

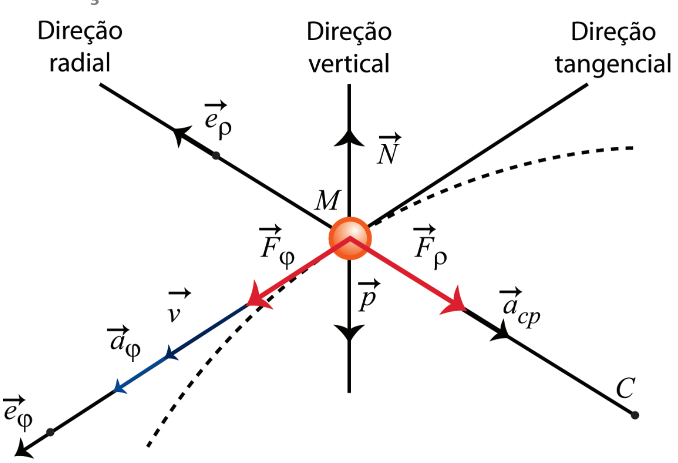

Figura 9.11: Diagrama de corpo livre e as componentes polares das forças.

A Figura 9.11 representa o DCL do carro. Nela apresentamos três direções associadas a uma determinada posição do carro: a vertical (normalmente associada ao eixo z); a radial, associada à componente do versor $\vec{e}_\rho$ e a componente tangencial à trajetória circular, associada ao termo da velocidade vetorial contendo o versor $\vec{e}_\varphi$.

Na direção vertical, atuam a força gravitacional $\vec{p}$ e a reação $\vec{N}$ da pista sobre os pneus do carro. Nessa direção tem-se equilíbrio; logo,

$$\vec{N} = -\vec{p}$$

Para a direção tangencial escrevemos:

$$F_\varphi \vec{e}_\varphi = m a_\varphi \vec{e}_\varphi = mR\alpha \vec{e}_\varphi$$

onde $a_\varphi = R\alpha$ é a aceleração escalar (tangencial à trajetória) e α é a aceleração angular.

Na direção radial, a força é igual ao produto da massa pela aceleração centrípeta:

$$\vec{F}_{\text{rad}} = F_\rho \vec{e}_\rho = -m\frac{v^2}{R}\vec{e}_\rho$$

Se o carro se movimentar com velocidade escalar constante (o velocímetro registrando velocidade de mesmo valor), a aceleração tangencial é $\alpha = 0$ e a força tangencial, por consequência, é nula. Esse não é o caso aqui considerado.

a) Força tangencial.

Dado que o carro tem uma aceleração tangencial constante, da lei de Newton resulta que:

$$\vec{F}_\varphi = m\vec{a}_\varphi = 800(kg)\left(6\,m/s^2\right)\vec{e}_\varphi = 4.800\vec{e}_\varphi \qquad (\text{newtons})$$

b) Força na direção radial.

Vamos considerar o instante no qual ele adentra a curva, o instante em que $v = 40\,m/s$. Da expressão 9.42 segue-se que, quando expressa em newtons, a força radial é dada por:

$$F_\rho \vec{e}_\rho = 800\left[-\frac{(40)^2}{500}\right]\vec{e}_\rho = 800\ kg\left(-3{,}2\,m/s^2\right)\vec{e}_\rho = -2.560\vec{e}_\rho \quad (\text{newtons})$$

O sinal negativo indica que o sentido da força radial é aquele apontando para o centro da circunferência de raio R.

Exercício Resolvido 9.6:

Um disco (B) de massa $m = 2\,kg$ é colocado em MCU de raio $R = 0{,}5\,m$ sobre uma plataforma horizontal sem atrito. A velocidade escalar é constante e dada por: $v = 1\,m/s$. Ele é preso à extremidade de um fio leve e flexível, que passa por um orifício através do qual ele pode deslizar sem atrito. Na outra extremidade do fio pende um objeto, A, que permanece no mesmo nível em relação ao solo (sem subir nem descer). Adotando-se $g = 10\,m/s^2$; pergunta-se:

a) Qual a aceleração do objeto?

b) Qual o período do movimento circular executado pelo disco?

c) Qual o peso do objeto A dependurado na extremidade do fio?

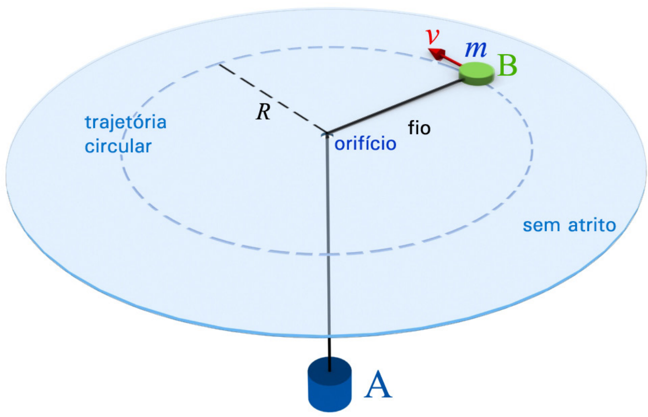

Figura 9.12: O peso do objeto A , quando adequado, pode manter o objeto B em movimento circular uniforme.

Resolução

a) O movimento é circular e uniforme; logo, a aceleração tangencial é nula. Portanto, a velocidade escalar é constante. A aceleração centrípeta tem componente radial dada por:

$$a_{cp} = -\frac{v^2}{R} = \frac{-\left(1\frac{m}{s}\right)^2}{0,5\ m} = -2\,m/s^2$$

Sendo $a_\varphi = a = (dv)/(dt) = 0$, a aceleração do objeto tem apenas a componente radial, que é a aceleração centrípeta ($a_{cp} = -2\,m/s^2$), ou seja,

$$\vec{a}_{cp} = -2\vec{e}_\rho \quad \left(m/s^2\right)$$

O versor $\vec{e}_\rho$ tem direção radial e aponta para fora do centro da circunferência. A aceleração centrípeta aponta, portanto, para o centro da circunferência. Daí o sinal negativo.

b) De acordo com a equação 9.10, podemos escrever $v = \omega_0 R$, onde ω_0 = velocidade angular constante do MCU. Substituindo, na equação 9.47 que define o período no MCU, temos:

$$T = \frac{2\pi}{\frac{v}{R}} = \frac{2\pi R}{v}$$

Substituindo os valores das grandezas $v = 1\,m/s$ e $R = 0,5\,m$, temos:

$$T = \frac{2 \times 3,14 \times 0,5m}{1m/s} = 3,14s$$

Portanto, o objeto percorre a circunferência de raio $R = 0,5\,m$ em $3,14\,s$.

c) Vamos desenhar um DCL do disco B, em MCU.

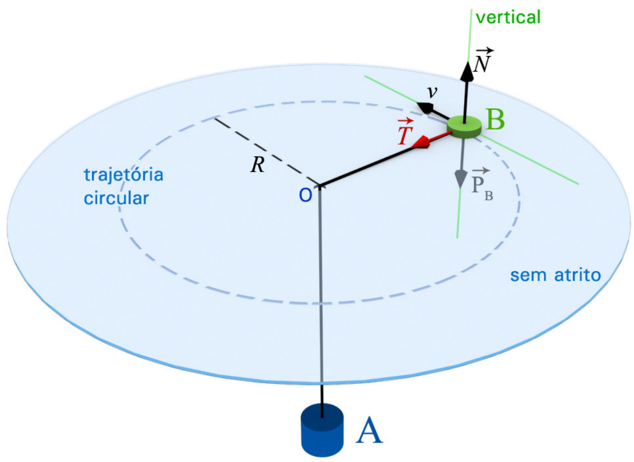

Figura 9.13: DCL do corpo B.

Sobre o objeto atuam três forças: duas na direção vertical que se anulam $\left(\vec{N} = -\vec{P}_B\right)$, pois o objeto não se move nessa direção. Na direção radial, por outro lado, atua apenas a força tensora T exercida pelo fio (Figura 9.13).

Como o objeto A não sobe nem desce, ele se encontra em equilíbrio, ou seja, T = peso de A. Portanto, a força radial é, em módulo, igual ao produto da massa pela aceleração centrípeta:

$$T = m.\frac{v^2}{R} = 2kg\left(\frac{\left(1\frac{m}{s}\right)^2}{0,5m}\right) = 2kg \times 2\,m/s^2 = 4 \text{ newtons}$$

Dessa expressão, segue-se que: o peso de A deve ser igual à força tensora:

$$m_A g = T = 4\ newtons$$

Exercício Resolvido 9.7

A massa m de um pêndulo simples de comprimento $L = 5\,m$ é solta de uma determinada altura e passa no ponto mais baixo de sua trajetória (ponto B da Figura 9.14) com velocidade $v = 6\,m/s$. Sendo $m = 4\,kg$, qual a intensidade da força tensora no fio no ponto B?

Desprezar a resistência do ar e considerar $g = 10\,m/s^2/\,kg = 10\,m/s^2$.

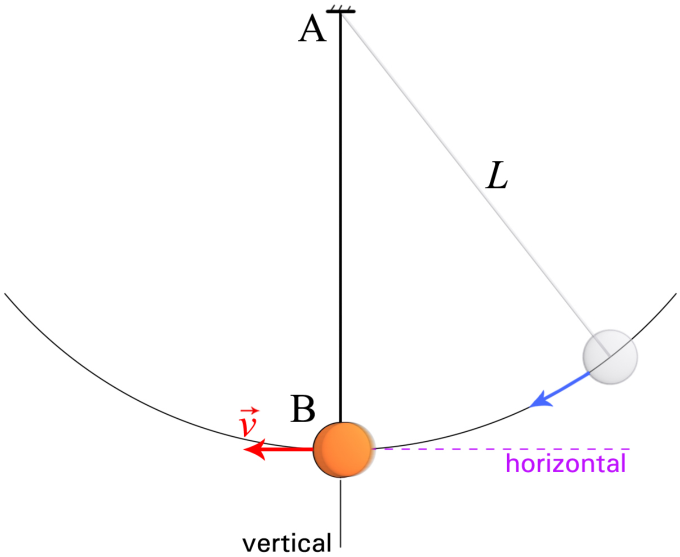

Figura 9.14: Pêndulo no seu ponto mais baixo.

Resolução

Para analisar o movimento, consideremos o DCL da massa pendular num ponto qualquer de sua trajetória circular (Figura 9.15).

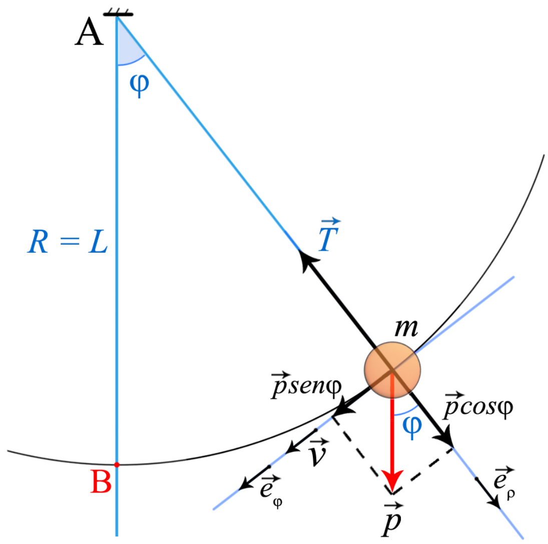

Figura 9.15: DCL do corpo de massa m.

Na massa presa ao fio atuam duas forças: a força tensora do fio $\vec{T}$ e o peso $\vec{P}$.

Com a escolha dos eixos da Figura 9.15, as componentes da força peso são:

- $P_\rho = \vec{P}\cdot\vec{e}_\rho = P\cos\varphi$ (componente radial da força peso)
- $P_\varphi = \vec{P}\cdot\vec{e}_\varphi = Psen\varphi$ (componente tangencial da força peso).

A força $\vec{T}$ tensora atua sempre na direção radial.

Considerando que nesse ponto a velocidade tangencial (ou escalar) seja v, podemos resumir, usando a 2ª Lei de Newton, assim as componentes da aceleração e das forças:

Direção tangencial	Direção radial
$F_{tang} = F_{\varphi} = P\text{sen}\varphi = ma$ $a = a_{\varphi} = \dfrac{P\text{sen}\varphi}{m} = \dfrac{mg\text{sen}\varphi}{m} = g\text{sen}\varphi$ Portanto: $a = a_{\varphi} = g\text{sen}\varphi$	$F_{radial} = F_{\rho} = -T + P\cos\varphi$ $a_{\rho} = -\left(\dfrac{v^2}{L}\right)$ Portanto: $T = m(v^2/L) + mg\cos\varphi$

O que ocorre com os módulos da aceleração escalar a e da força tensora T conforme a massa pendular se mova em direção ao ponto B?

À medida que o ângulo φ decresce, o valor de sen φ decresce e o de cos φ cresce. Desse modo, a aceleração tangencial ($a = g\,\text{sen}\,\varphi$) decresce e a tração $T = m(v^2/L) + P\cos\varphi$ aumenta.

Quando a massa pendular passar pelo ponto B, o ângulo $\varphi = 0°$ e portanto, sendo que $\text{sen}\,0° = 0$ e $\cos 0° = 1$, no ponto B temos:

Direção tangencial	Direção radial
$a_{(B)} = a_{\varphi(B)} = 0$	$T_B = m\left(\dfrac{v_B^2}{L}\right) + mg$

Para os valores dados, encontramos os valores,

$$T_B = (4kg)\frac{\left(6\dfrac{m}{s}\right)^2}{5m} + (4kg \times 10\ N/kg)$$

Portanto,

$$T_B = 68,8 \text{ Newtons}$$

Exercício resolvido 9.8

Os satélites geoestacionários são aqueles que se encontram “parados” em relação a um ponto fixo na superfície terrestre (em geral, sobre a linha do equador terrestre).

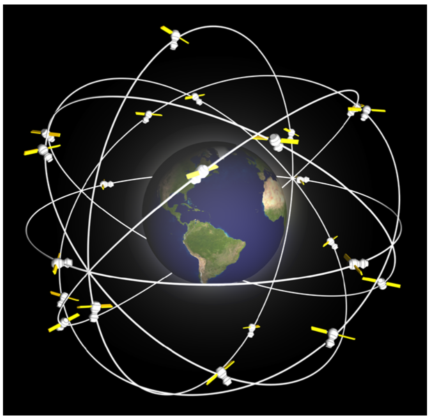

Figura 9.18: Qual deve ser a altura do satélite para que ele fique estacionário?

Por isso, são usados como satélites de comunicação. Considere um satélite geoestacionário com órbita circular de raio R concêntrica com o globo terrestre. Adotando um referencial polar com centro no planeta Terra, determinar:

a) O período T_{sat}, do movimento circular uniforme do satélite.

b) O raio R da órbita do satélite.

Resolução

a) A condição para que um satélite seja geoestacionário é equivalente à condição de que sua velocidade angular (ω_0) seja igual à velocidade angular associada ao deslocamento de um ponto no equador terrestre:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_{\text{rot}}}$$

De tal forma que;

$$\omega_0 = \omega_{\text{sat}}$$

Para isso, basta que os períodos sejam iguais. Tendo em vista que o período de rotação da Terra é de 24 horas, temos:

$$T_{\text{sat}} = T_{\text{rot}} \cong 24h = 86.400s$$

b) A força na direção radial que age sobre o satélite é a força de atração gravitacional entre o satélite e a Terra. Ela o atrai para o centro da Terra. Denominando m a massa do satélite, e lembrando que a massa da Terra é $M = 6 \times 10^{24} kg$; que a constante da gravitação universal é dada por $G = 6{,}67 \times 10^{-11} kg(Nm^2 kg^2)$ e denominando R a distância do satélite até o centro da Terra, podemos escrever a componente radial da segunda lei de Newton como:

$$ma_{cp} = F_g$$

Levando em conta a expressão para a aceleração centrípeta a_{cp} e para a força gravitacional F_g podemos escrever:

$$m\frac{v^2}{R} = G\frac{M.m}{R^2}$$

donde inferimos que $R = G\frac{M}{v^2}$. Lembramos que $v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$. Assim, em termos do período, a distância até o centro da Terra obedece à relação:

$$R^3 = G\frac{MT^2}{4\pi^2}$$

A partir dos dados já obtidos, concluímos que o raio da órbita do satélite é $R \cong 42.300km$. Sendo $R_{Terra} = 6.380\,km$ a altura do satélite a partir do solo é:

$$h = R - R_{Terra} = 42.312 - 6380 \approx 36.000km$$