

08 – Movimento dos Projéteis

Exercícios Propostos

Exercício 8.1

Em relação a um referencial cartesiano com o eixo $0y$ na vertical e o eixo $0x$ no nível do gramado de um campo, uma bola é lançada em trajetória parabólica. Livre de atritos, a bola segue seu movimento seguindo as equações:

$$x(t) = 24t \text{ e } y(t) = 32t - 5t^2$$

Lembrando que utilizamos o SI, a partir dos dados, determinar:

- O ponto de altura máxima.
- O alcance.
- O ângulo de tiro da bola.

Exercício 8.2

Uma bola é lançada verticalmente para cima com velocidade 12 m/s de um ponto situado a 9 metros do solo. Calcule (desprezando a resistência do ar):

- A altura máxima atingida pela bola
- A velocidade com que a bola atinge o solo.
- O tempo de voo da bola

Exercício 8.3

Uma pequena pedra é lançada a partir do solo, verticalmente para cima, e ela atinge a altura máxima de $12,8\text{ m}$. Desprezar resistência do ar.

- Determinar a velocidade de lançamento da pedra.
- Quanto tempo a pedra fica no ar?

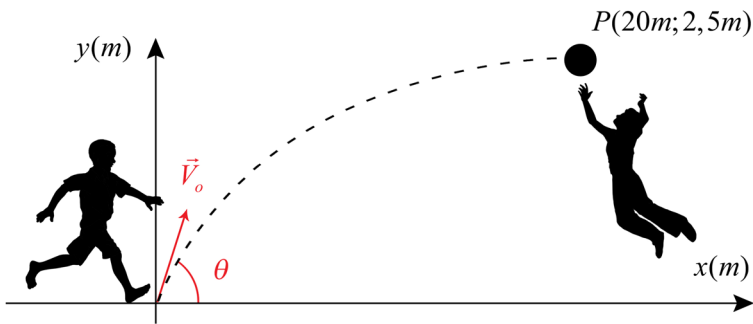
Exercício 8.4

De um ponto do solo lançam, simultaneamente, dois projéteis. O projétil A é lançado com velocidade $v_{0A} = 30\text{ m/s}$, com ângulo de tiro $\theta_A = 90^\circ$ e o projétil B, com velocidade $v_{0B} = 50\text{ m/s}$, e ângulo de tiro $\theta_B = 37^\circ$. Adotar $g = 10\text{ N/kg}$ e nula, a resistência do ar.

- Qual a distância entre os projéteis no instante em que B estiver passando pelo ponto de altura máxima?
- Qual o tempo de voo de cada projétil?

Exercício 8.5

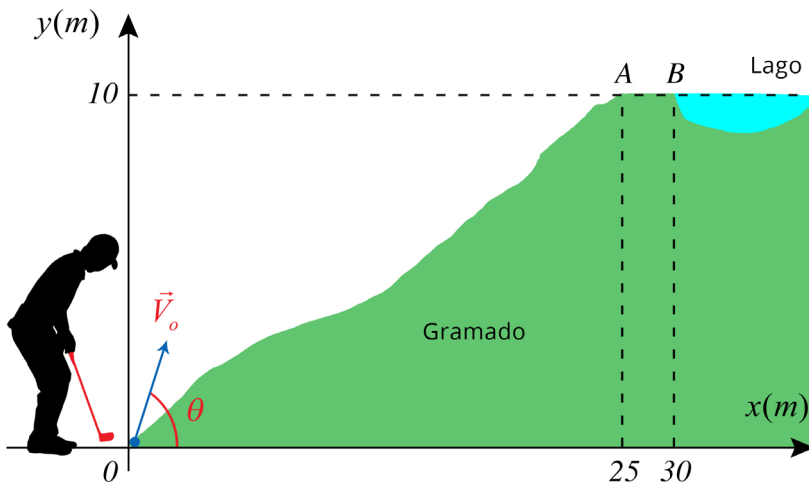
Num jogo de futebol amador uma bola é chutada para o gol com velocidade de módulo v_0 e ângulo de tiro θ , conforme esquema.



Adotar $g = 10 \text{ N/kg}$, resistência do ar desprezível, e $\text{sen } \theta = 0,342$ e $\text{cos } \theta = 0,940$. Se o goleiro agarra a bola na posição $P(20 \text{ m}; 2,5 \text{ m})$, calcule a velocidade \vec{v}_0 da bola imediatamente após o chute.

Exercício 8.6

Num jogo de golfe o atleta deve lançar a bola colina acima até atingir a região AB conforme esquematizado.



A velocidade de tiro é $v_0 = 50 \text{ m/s}$ e o ângulo de tiro, $\theta = 53^\circ$. Adotar $g = 10 \text{ N/kg}$ e nula qualquer resistência ao movimento da bola. Nestas condições a bola atinge a região AB?

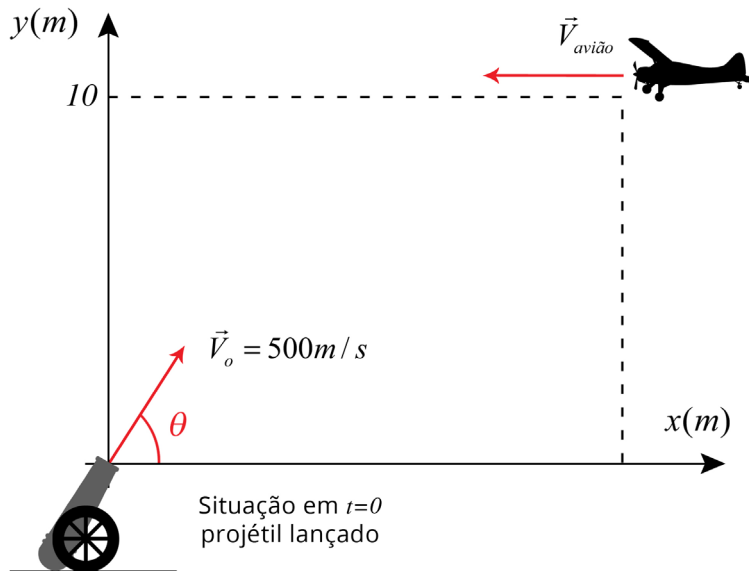
Exercício 8.7

Uma bola de tênis é lançada com velocidade $\vec{v}_0 = 10\vec{i} \text{ m/s}$ de uma altura $H = 45 \text{ m}$ do solo. Desprezar atrito; considerar $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Depois de quanto tempo a bola atinge o solo?
- Quais são as coordenadas do ponto de impacto da bola com o solo?
- Qual a velocidade vetorial \vec{v} da bola quando impacta o solo?
- Qual a equação da trajetória da bola?

Exercício 8.8

No instante $t = 0$, um canhão atira um projétil de massa m contra um avião militar conforme o esquema. O vetor posição de um avião militar, em relação ao referencial do esquema, é $\vec{r}_{\text{avião}} = (3.300 - 800t)\vec{i} + (1.155)\vec{j}$ ($s; m$).



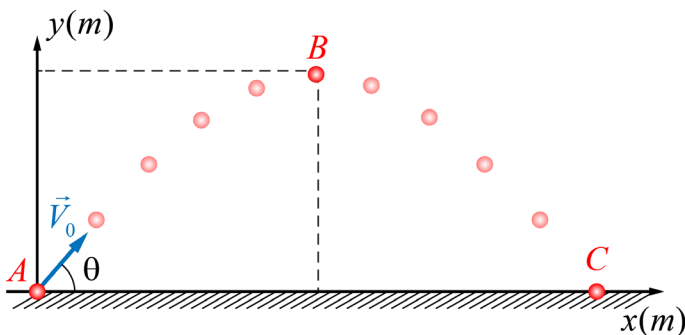
O projétil colide com o avião? Em que instante e em que posição?

Exercício 8.9

Um avião voa a 2.000 m de altura com velocidade 900 km/h (250 m/s). A que distância horizontal, a bomba deve ser solta de modo a atingir o alvo no solo? Desprezar resistência do ar e considerar $g = 10\text{ m/s}^2$.

Exercício 8.10

Um projétil é lançado de um ponto $A(0,0)$ com velocidade com velocidade $v_0 = 600\text{ m/s}$ com ângulo de tiro $\theta = 60^\circ$. Dados: $\cos 60^\circ = 0,5$ e $\sin 60^\circ = 0,866$.

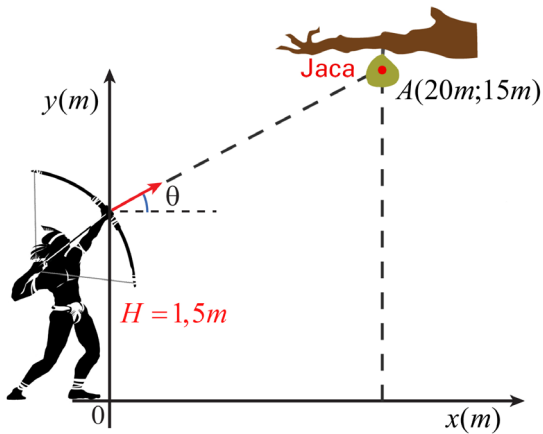


Desprezando-se a resistência do ar, o projétil descreve uma trajetória parabólica conforme ilustra a figura ao lado.

- Qual a altura máxima B alcançada pelo projétil?
- Qual o tempo de voo?
- Qual o alcance AC do projétil
- Escreva a equação da trajetória.

Exercício 8.11

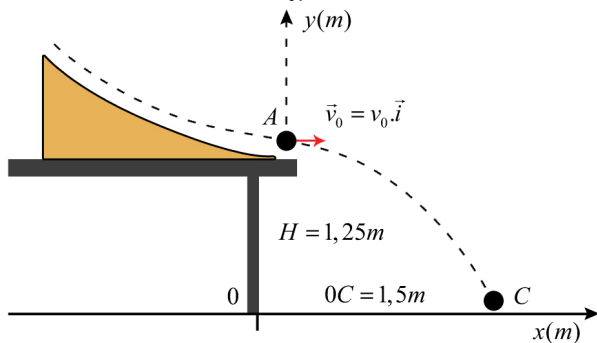
Um atleta de arco e flecha mira para o ponto $A(20\text{ m}; 15\text{ m})$ de uma jaca madura conforme esquema e referencial adotado. A flecha é ejetada do arco com velocidade $v_0 = 25\text{ m/s}$ com ângulo de tiro θ .



No instante em que a flecha é disparada, a jaca se desprende do galho e cai em queda livre. Considerar a flecha como partícula e desprezar resistência do ar. Adotar $g = 10 \text{ N/kg}$. Pergunta: a flecha acerta na jaca? Caso positivo, em que posição?

Exercício 8.12

Uma esfera move ao longo de uma calha fixa em cima do tampo horizontal de uma mesa de altura $H = 1,25 \text{ m}$.

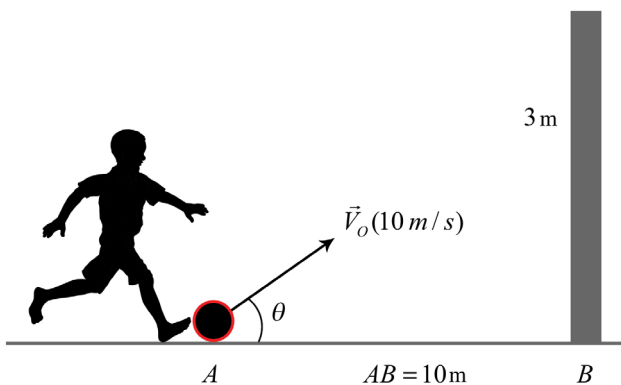


A esfera abandona a mesa com velocidade $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$ e colide com o piso num ponto C distante $1,5 \text{ m}$ do pé da mesa conforme ilustra a figura. Desprezar resistência do ar. Adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Calcular a velocidade v_0 da esfera ao abandonar a rampa e a velocidade \vec{V} de impacto no ponto C.

Exercício 8.13

Um garoto chuta uma bola num ângulo de 53° com a horizontal e velocidade inicial V_0 igual a 10 m/s , tentando fazê-la passar por cima de um muro de 3 m , a 10 metros do ponto do chute.

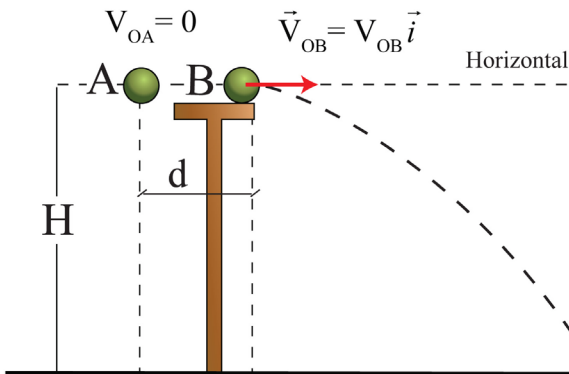


Ignorar a largura do muro e as forças de atrito e outras forças que atuam na bola num caso real. Adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\cos 53^\circ = 0,6$ e $\text{sen } 37^\circ = 0,6$.

A bola ultrapassa o muro?

Exercício 8.14

Uma esfera A é abandonada de uma altura $H = 1,80\text{ m}$ do solo e outra, B, é lançada da mesma altura com velocidade horizontal $\vec{v}_{0B} = 2 \cdot \vec{i}$ conforme esquema a seguir.

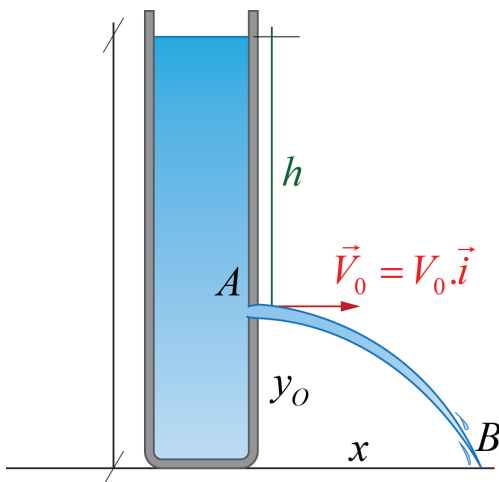


Desprezar resistência do ar e outras influências. Adotar $g = 10\text{ m/s}^2$ e a distância entre as verticais que passam por A e B como sendo $d = 0,20\text{ m}$.

- Calcule o tempo de queda de cada esfera.
- Qual das esferas chega primeiro ao solo?

Exercício 8.15

Do orifício A, existente num recipiente cilíndrico contendo água, jorra um filete de água que emerge com velocidade $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$.



O filete atinge o tampo de uma mesa, sobre o qual, o cilindro encontra-se em repouso, à distância $x = 0,80\text{ m}$ do cilindro. A altura do orifício A em relação ao tampo é $y_0 = 0,20\text{ m}$. Considerar a água como líquido ideal e $g = 10\text{ m/s}^2$.

- Determinar a velocidade v_0 das moléculas de água ao emergir do orifício A.
- Se pelas Leis de Hidrodinâmica, a velocidade $v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$, calcule a altura da coluna de água no interior do cilindro $H = h + y_0$.

Respostas dos exercícios propostos

Exercício 8.1:

a) $y_{\max} = 51,2m$

b) $x_{\text{alcance}} = 153,6m$

c) $\theta_{\text{Tiro}} = \arctan(1,33) \approx 53^\circ$

Exercício 8.2

a) $y_{\max} = 16,2m$

b) $\vec{v} = -18\vec{j} (m/s)$

c) $\Delta t_{\text{voo}} = \text{tempo de queda} = 3,0s$

Exercício 8.3

a) $v_{0,y} = +16m/s$

b) $\Delta t = 3,2s$

Exercício 8.4

a) $d_{AB} = 120m$

b) $t_{\text{vooA}} = t_{\text{vooB}} = 6s$

Exercício 8.5

$$\vec{v}_0 = (20,4m/s, 7,42m/s)$$

Exercício 8.6

A bola atinge o ponto $P(28m, 18m, 10m)$, portanto, dentro da região AB.

Exercício 8.7

a) $\Delta t = 3s$

b) $x = 30m$ e $y = 0$

c) $\vec{v} = 10\vec{i} - 30\vec{j}$

d) $y(x) = 45 - 5\left(\frac{x}{10}\right)^2 = 45 - \frac{x^2}{20}$

Exercício 8.8

A colisão ocorre no instante $t = 3s$ na posição $H(900m, 1.155m)$.

Exercício 8.9

A bomba deve ser solta $5km$ antes do alvo.

Exercício 8.10

a) $y_{\max} = 13.520m$

b) $\Delta t_{\text{vo}} = 104s$

c) $\text{alcance} = 31.200m$

d) $y(x) = \frac{26}{15}x - \frac{x^2}{18000} = \left(\frac{26}{15} - \frac{x}{18000} \right)x$

Exercício 8.11

Ponto de impacto $P(x = 20m, y = 11,5m)$

Exercício 8.12

$$\vec{v} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$$

Exercício 8.13

A bola não ultrapassa o muro.

Exercício 8.14

a) $t_{\text{quedaA}} = 0,6s, t_{\text{quedaB}} = 0,6s$

b) Se os cronômetros que medem o decorrer do tempo forem sincronizados e disparados simultaneamente, as esferas chegam juntas no solo.

Exercício 8.15

a) $v_0 = 4m/s$

b) $H = 0,20 + 0,90 = 1m$