

## 08 – Movimento dos Projéteis

### Exercícios Propostos

#### Exercício 8.1

Em relação a um referencial cartesiano com o eixo  $0y$  na vertical e o eixo  $0x$  no nível do gramado de um campo, uma bola é lançada em trajetória parabólica. Livre de atritos, a bola segue seu movimento seguindo as equações:

$$x(t) = 24t \text{ e } y(t) = 32t - 5t^2$$

Lembrando que utilizamos o SI, a partir dos dados, determinar:

- O ponto de altura máxima.
- O alcance.
- O ângulo de tiro da bola.

#### Exercício 8.2

Uma bola é lançada verticalmente para cima com velocidade  $12\text{ m/s}$  de um ponto situado a 9 metros do solo. Calcule (desprezando a resistência do ar):

- A altura máxima atingida pela bola
- A velocidade com que a bola atinge o solo.
- O tempo de voo da bola

#### Exercício 8.3

Uma pequena pedra é lançada a partir do solo, verticalmente para cima, e ela atinge a altura máxima de  $12,8\text{ m}$ . Desprezar resistência do ar.

- Determinar a velocidade de lançamento da pedra.
- Quanto tempo a pedra fica no ar?

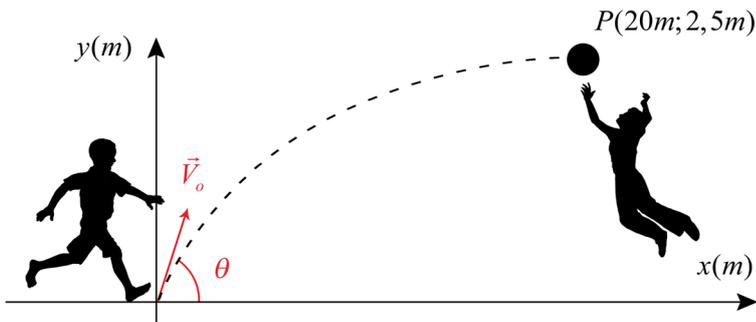
#### Exercício 8.4

De um ponto do solo lançam, simultaneamente, dois projéteis. O projétil A é lançado com velocidade  $v_{0A} = 30\text{ m/s}$ , com ângulo de tiro  $\theta_A = 90^\circ$  e o projétil B, com velocidade  $v_{0B} = 50\text{ m/s}$ , e ângulo de tiro  $\theta_B = 37^\circ$ . Adotar  $g = 10\text{ N/kg}$  e nula, a resistência do ar.

- Qual a distância entre os projéteis no instante em que B estiver passando pelo ponto de altura máxima?
- Qual o tempo de voo de cada projétil?

#### Exercício 8.5

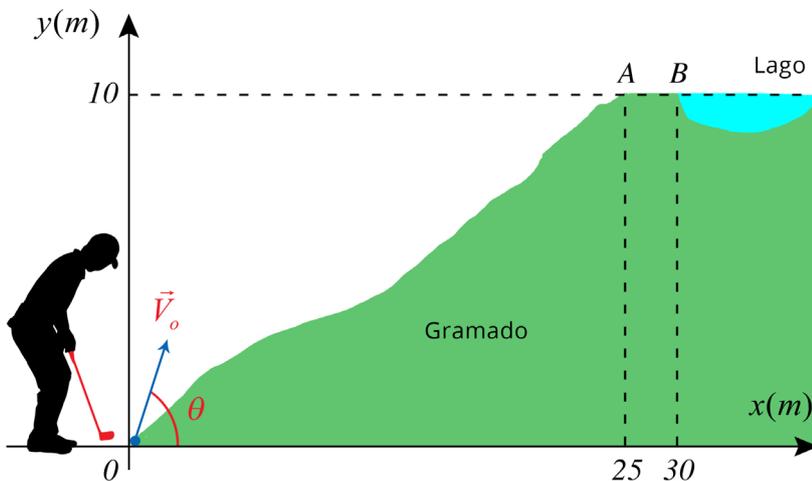
Num jogo de futebol amador uma bola é chutada para o gol com velocidade de módulo  $v_0$  e ângulo de tiro  $\theta$ , conforme esquema.



Adotar  $g = 10 \text{ N/kg}$ , resistência do ar desprezível, e  $\text{sen } \theta = 0,342$  e  $\text{cos } \theta = 0,940$ . Se o goleiro agarra a bola na posição  $P(20 \text{ m}; 2,5 \text{ m})$ , calcule a velocidade  $\vec{v}_0$  da bola imediatamente após o chute.

### Exercício 8.6

Num jogo de golfe o atleta deve lançar a bola colina acima até atingir a região AB conforme esquematizado.



A velocidade de tiro é  $v_0 = 50 \text{ m/s}$  e o ângulo de tiro,  $\theta = 53^\circ$ . Adotar  $g = 10 \text{ N/kg}$  e nula qualquer resistência ao movimento da bola. Nestas condições a bola atinge a região AB?

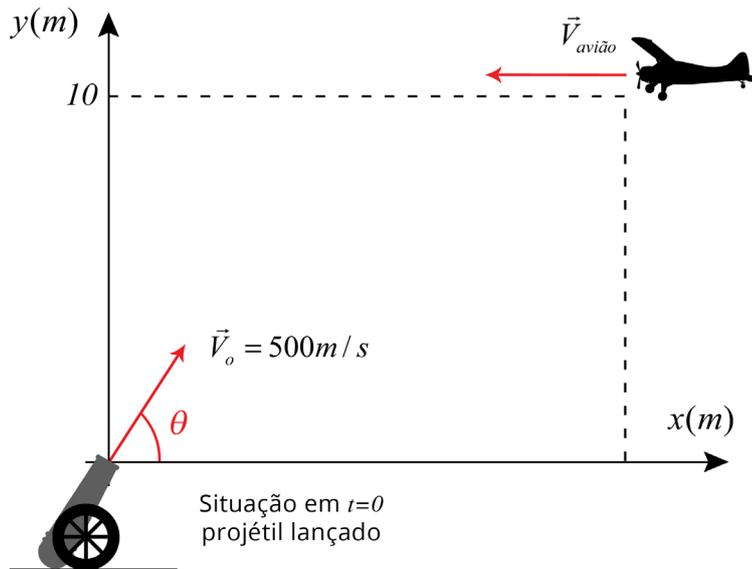
### Exercício 8.7

Uma bola de tênis é lançada com velocidade  $\vec{v}_0 = 10\vec{i} \text{ m/s}$  de uma altura  $H = 45 \text{ m}$  do solo. Desprezar atrito; considerar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Depois de quanto tempo a bola atinge o solo?
- Quais são as coordenadas do ponto de impacto da bola com o solo?
- Qual a velocidade vetorial  $\vec{v}$  da bola quando impacta o solo?
- Qual a equação da trajetória da bola?

### Exercício 8.8

No instante  $t = 0$ , um canhão atira um projétil de massa  $m$  contra um avião militar conforme o esquema. O vetor posição de um avião militar, em relação ao referencial do esquema, é  $\vec{r}_{\text{avião}} = (3.300 - 800t)\vec{i} + (1.155)\vec{j}$  ( $s; m$ ).



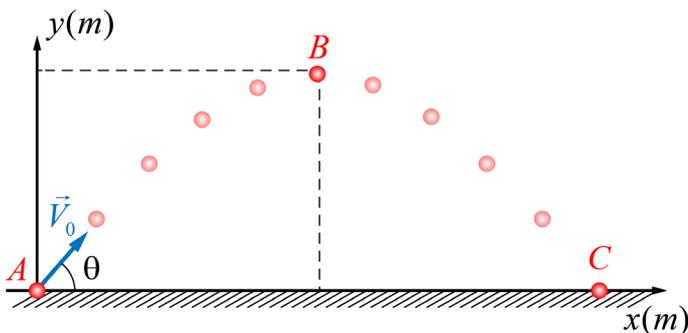
O projétil colide com o avião? Em que instante e em que posição?

### Exercício 8.9

Um avião voa a  $2.000\text{ m}$  de altura com velocidade  $900\text{ km/h}$  ( $250\text{ m/s}$ ). A que distância horizontal, a bomba deve ser solta de modo a atingir o alvo no solo? Desprezar resistência do ar e considerar  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

### Exercício 8.10

Um projétil é lançado de um ponto  $A(0,0)$  com velocidade com velocidade  $v_0 = 600\text{ m/s}$  com ângulo de tiro  $\theta = 60^\circ$ . Dados:  $\cos 60^\circ = 0,5$  e  $\sin 60^\circ = 0,866$ .

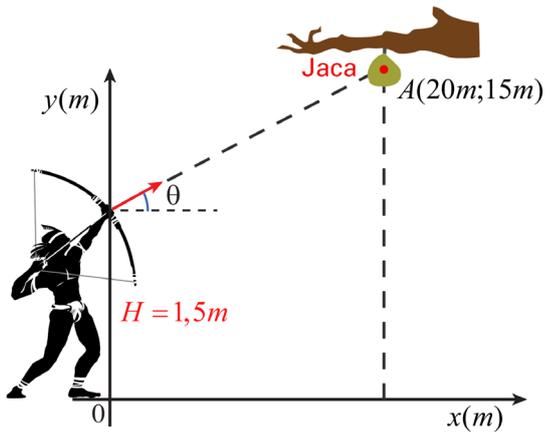


Desprezando-se a resistência do ar, o projétil descreve uma trajetória parabólica conforme ilustra a figura ao lado.

- Qual a altura máxima B alcançada pelo projétil?
- Qual o tempo de voo?
- Qual o alcance AC do projétil
- Escreva a equação da trajetória.

### Exercício 8.11

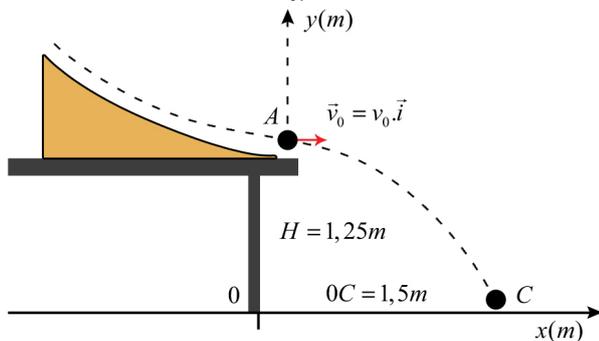
Um atleta de arco e flecha mira para o ponto  $A(20\text{ m}; 15\text{ m})$  de uma jaca madura conforme esquema e referencial adotado. A flecha é ejetada do arco com velocidade  $v_0 = 25\text{ m/s}$  com ângulo de tiro  $\theta$ .



No instante em que a flecha é disparada, a jaca se desprende do galho e cai em queda livre. Considerar a flecha como partícula e desprezar resistência do ar. Adotar  $g = 10 \text{ N/kg}$ . Pergunta: a flecha acerta na jaca? Caso positivo, em que posição?

### Exercício 8.12

Uma esfera move ao longo de uma calha fixa em cima do tampo horizontal de uma mesa de altura  $H = 1,25 \text{ m}$ .

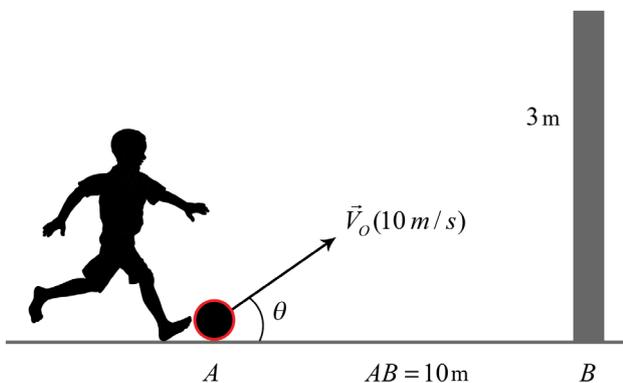


A esfera abandona a mesa com velocidade  $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$  e colide com o piso num ponto C distante  $1,5 \text{ m}$  do pé da mesa conforme ilustra a figura. Desprezar resistência do ar. Adotar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Calcular a velocidade  $v_0$  da esfera ao abandonar a rampa e a velocidade  $\vec{V}$  de impacto no ponto C.

### Exercício 8.13

Um garoto chuta uma bola num ângulo de  $53^\circ$  com a horizontal e velocidade inicial  $V_0$  igual a  $10 \text{ m/s}$ , tentando fazê-la passar por cima de um muro de  $3 \text{ m}$ , a  $10 \text{ metros}$  do ponto do chute.

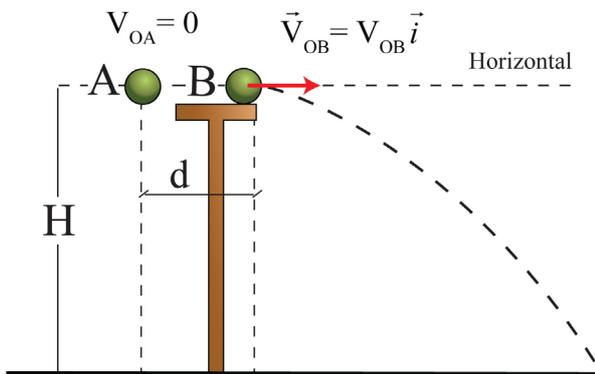


Ignorar a largura do muro e as forças de atrito e outras forças que atuam na bola num caso real. Adotar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\cos 53^\circ = 0,6$  e  $\text{sen } 37^\circ = 0,6$ .

A bola ultrapassa o muro?

### Exercício 8.14

Uma esfera A é abandonada de uma altura  $H = 1,80\text{ m}$  do solo e outra, B, é lançada da mesma altura com velocidade horizontal  $\vec{v}_{0B} = 2 \cdot \vec{i}$  conforme esquema a seguir.

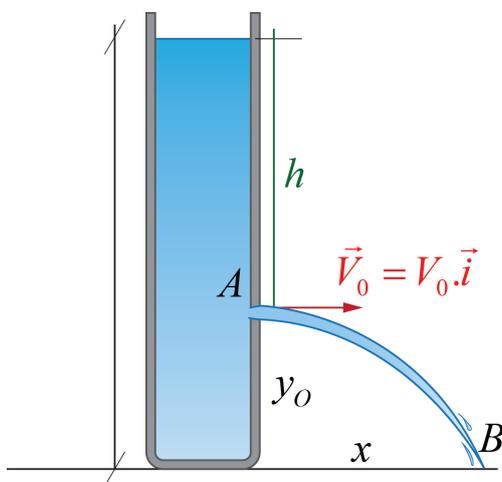


Desprezar resistência do ar e outras influências. Adotar  $g = 10\text{ m/s}^2$  e a distância entre as verticais que passam por A e B como sendo  $d = 0,20\text{ m}$ .

- Calcule o tempo de queda de cada esfera.
- Qual das esferas chega primeiro ao solo?

### Exercício 8.15

Do orifício A, existente num recipiente cilíndrico contendo água, jorra um filete de água que emerge com velocidade  $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$ .



O filete atinge o tampo de uma mesa, sobre o qual, o cilindro encontra-se em repouso, à distância  $x = 0,80\text{ m}$  do cilindro. A altura do orifício A em relação ao tampo é  $y_0 = 0,20\text{ m}$ . Considerar a água como líquido ideal e  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

- Determinar a velocidade  $v_0$  das moléculas de água ao emergir do orifício A.
- Se pelas Leis de Hidrodinâmica, a velocidade  $v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ , calcule a altura da coluna de água no interior do cilindro  $H = h + y_0$ .

## Respostas dos exercícios propostos

### Exercício 8.1:

a)  $y_{\max} = 51,2m$

b)  $x_{\text{alcance}} = 153,6m$

c)  $\theta_{\text{Tiro}} = \arctan(1,33) \approx 53^\circ$

### Exercício 8.2

a)  $y_{\max} = 16,2m$

b)  $\vec{v} = -18\vec{j} (m/s)$

c)  $\Delta t_{\text{voo}} = \text{tempo de queda} = 3,0s$

### Exercício 8.3

a)  $v_{0,y} = +16m/s$

b)  $\Delta t = 3,2s$

### Exercício 8.4

a)  $d_{AB} = 120m$

b)  $t_{\text{vooA}} = t_{\text{vooB}} = 6s$

### Exercício 8.5

$$\vec{v}_0 = (20,4m/s, 7,42m/s)$$

### Exercício 8.6

A bola atinge o ponto  $P(28m, 18m, 10m)$ , portanto, dentro da região AB.

### Exercício 8.7

a)  $\Delta t = 3s$

b)  $x = 30m$  e  $y = 0$

c)  $\vec{v} = 10\vec{i} - 30\vec{j}$

d)  $y(x) = 45 - 5\left(\frac{x}{10}\right)^2 = 45 - \frac{x^2}{20}$

### Exercício 8.8

A colisão ocorre no instante  $t = 3s$  na posição  $H(900m, 1.155m)$ .

### Exercício 8.9

A bomba deve ser solta  $5km$  antes do alvo.

### Exercício 8.10

a)  $y_{\max} = 13.520m$

b)  $\Delta t_{\text{vo}} = 104s$

c)  $\text{alcance} = 31.200m$

d)  $y(x) = \frac{26}{15}x - \frac{x^2}{18000} = \left( \frac{26}{15} - \frac{x}{18000} \right)x$

### Exercício 8.11

Ponto de impacto  $P(x = 20m, y = 11,5m)$

### Exercício 8.12

$$\vec{v} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$$

### Exercício 8.13

A bola não ultrapassa o muro.

### Exercício 8.14

a)  $t_{\text{quedaA}} = 0,6s, t_{\text{quedaB}} = 0,6s$

b) Se os cronômetros que medem o decorrer do tempo forem sincronizados e disparados simultaneamente, as esferas chegam juntas no solo.

### Exercício 8.15

a)  $v_0 = 4m/s$

b)  $H = 0,20 + 0,90 = 1m$