

## 07 – Movimentos Simples

### Exercícios Propostos

#### Exercício 7.1

Uma partícula, de carga elétrica  $q$  e de massa  $m$ , encontra-se em repouso na origem de um referencial cartesiano.

Repentinamente, passa a atuar na partícula a força elétrica  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  onde  $\vec{E}$  é o campo elétrico associado a uma onda eletromagnética cuja dependência com o tempo é da forma  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ . Mostre que a velocidade  $\vec{v}(t)$  e a posição  $\vec{r}(t)$  da partícula em função do tempo podem assim serem escritas:

$$a) \vec{v}(t) = \frac{q \cdot \text{sen}\omega t}{\omega \cdot m} \vec{E}_0$$

$$b) \vec{r}(t) = \frac{q \cdot \vec{E}_0}{\omega \cdot m} (1 - \cos\omega t)$$

#### Exercício 7.2

No instante  $t = 0$ , a força  $\vec{F} = (k + b \cdot t) \cdot \vec{i}$  (SI) passa a atuar isoladamente sobre uma partícula de massa  $m$  (SI) em repouso na origem do eixo  $0x$ . Sendo  $k$  e  $b$  grandezas invariáveis com o tempo e posição, determinar para um instante  $t = t_0$ :

- A aceleração da partícula
- A velocidade da partícula
- O vetor posição da partícula.

#### Exercício 7.3

Acionada por um sistema de força cuja resultante é  $\vec{F} = [1,0 + 0,60 \cdot x] \cdot \vec{i}$  (SI), uma massa  $m = 0,20 \text{ kg}$  parte do repouso da posição  $x = 0$  e passa a se locomover ao longo do eixo  $0x$ . Determinar, em função da posição  $x$ ,

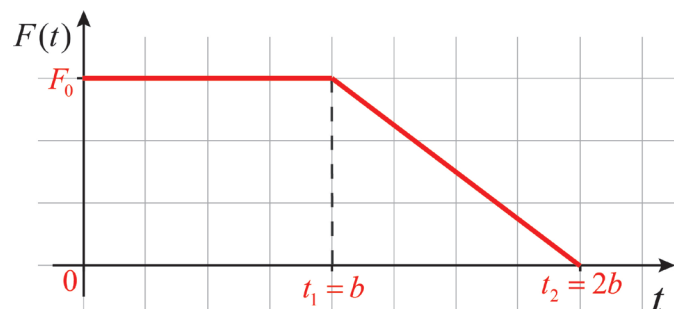
- A aceleração da massa  $m$ .
- A velocidade da massa  $m$ .

Dica: ao aplicar a 2ª Lei de Newton, use a relação:  $a = v \frac{dv}{dx}$ .

#### Exercício 7.4

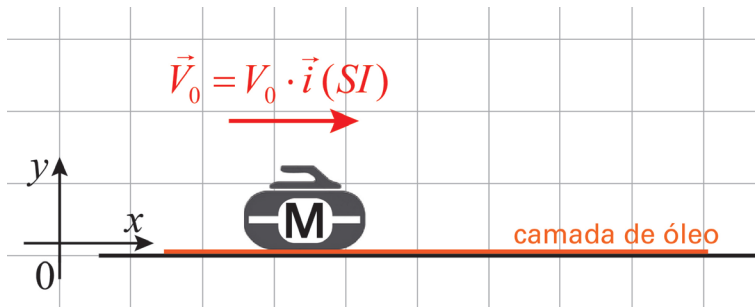
Uma partícula de massa  $m$  encontra-se em repouso na origem de um referencial cartesiano. Num determinado instante, acionada pela força resultante  $\vec{F} = F(t) \cdot \vec{i}$  cuja intensidade varia conforme o gráfico ao lado, a partícula adquire movimento unidimensional ao longo do eixo  $0x$ .

Mostre que a 2ª Lei de Newton prevê que  $x = \frac{10F_0(b)^2}{3m}$  é a posição da partícula no instante  $t_2 = 2b$ .



### Exercício 7.5

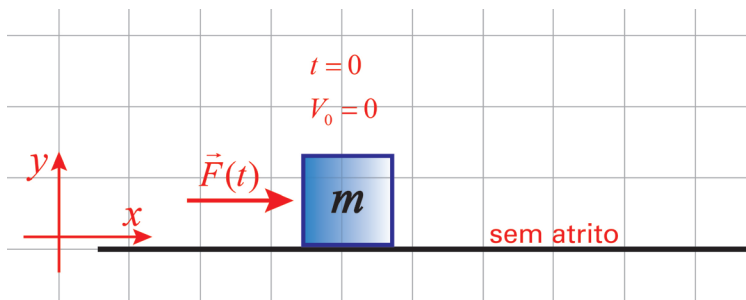
Um bloco de massa  $m = 2,0 \text{ kg}$  é lançado com velocidade  $\vec{v}_0 = 16 \cdot \vec{i}$  (SI) sobre uma camada de óleo esparramado sobre um plano horizontal.



Uma vez em movimento, a força de arrasto dependente e oposto à velocidade cuja expressão é  $\vec{F}(v) = -(b \cdot v) \cdot \vec{i}$ . Desprezando-se a resistência do ar e considerando  $b = 8 \text{ N/(m/s)}$ , o máximo deslocamento realizado pelo bloco.

### Exercício 7.6

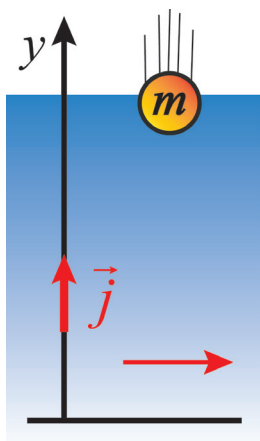
Um bloco de massa  $m = 0,50 \text{ kg}$  encontra-se em repouso sobre um plano horizontal.



Em determinado instante o bloco é acionado por uma força dependente do tempo  $t$  cuja expressão, no SI, é  $\vec{F}(t) = (6 \cdot t) \cdot \vec{i}$ . Despreza-se o atrito entre o bloco e o plano sobre o qual ele desliza. Determine as intensidades da velocidade e do deslocamento do bloco (considerado como partícula, em função do tempo).

### Exercício 7.7

Uma esfera, de raio  $R$  e massa  $m$  penetra num meio viscoso com velocidade inicial  $\vec{v}_0 = -v_0 \cdot \vec{j}$  em relação ao eixo  $0y$  orientado verticalmente para cima.



No interior do fluido a esfera fica sujeita a força de empuxo (Arquimedes), a força de arrasto e o peso próprio. Para simplificação, não se considera o empuxo de Arquimedes e a intensidade da força de arrasto, dependente e oposta à velocidade da esfera, é assim escrita:  $F(v) = -kv$  (SI).

Mostrar que:

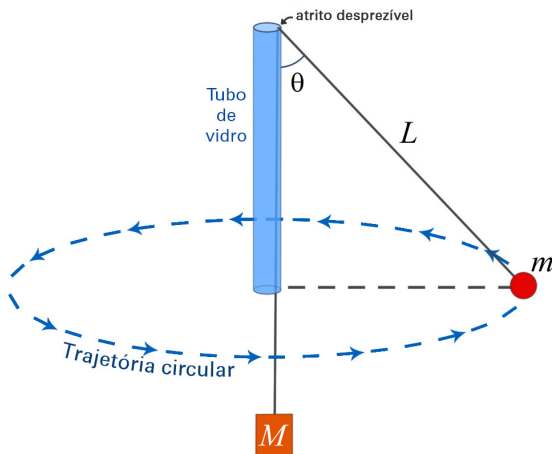
a)  $\vec{v} = -\frac{mg}{k} \vec{j}$  é a velocidade terminal da esfera (velocidade constante que a esfera adquire a partir do instante

em que  $dv/dt = 0$ ).

b) E que  $\Delta y(t) = y(t) - y_0 = -\left(\frac{mg}{k}\right)t + \left(\frac{m^2g}{k^2} + \frac{mv_0}{c}\right)\left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right)$  é o deslocamento da esfera em função do tempo.

## Exercício 7.8

Nas extremidades de um fio leve, flexível e inextensível, – que passa por dentro de um tubo de vidro – são fixadas as massas  $m = 0,240\text{ kg}$  e  $M = 0,400\text{ kg}$ . A massa  $m$  é posta a girar em torno do tubo em trajetória circular de modo que a massa  $M$  não suba nem desça. Tem-se, assim, o que se denomina de pêndulo cônico.



Considere  $g$  = intensidade do campo gravitacional e nula a força de atrito entre o fio e o tubo de vidro. Sendo  $T$  = período do movimento circular efetuado por  $m$ , mostrar que:

a)  $\theta = \arccos\left(\frac{m}{M}\right)$

b)  $L = \frac{MgT^2}{4\pi^2 m}$  é o comprimento do pêndulo cônico em questão.

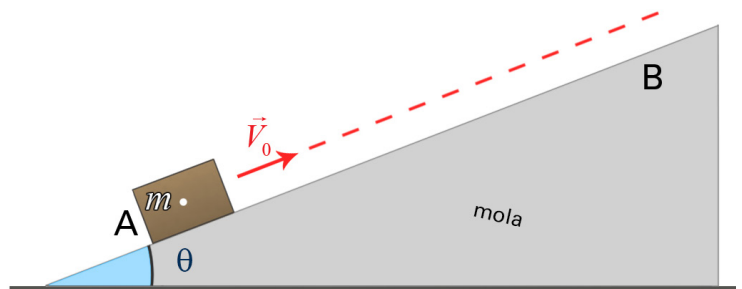
## Exercício 7.9

Um automóvel com massa total  $m = 800\text{ kg}$  trafega por uma rodovia asfaltada, retilínea e plana, com velocidade escalar uniforme  $v_0 = 32\text{ m/s}$ . O motorista, em função de uma placa informando “acidente a  $100\text{ m}$ ”, aciona os freios, introduzindo uma desaceleração escalar variável  $a(t) = -kg.t^2$  (SI) onde  $k = 1200\text{ kg.m/s}^4$ .

Determinar o percurso de frenagem  $\Delta s$  do automóvel desde o instante em que o carro começou a desacelerar até parar.

## Exercício 7.10

O esquema ao lado ilustra um bloco de massa  $m = 4,0\text{ kg}$  sendo lançado plano acima com velocidade escalar  $v_0 = 10,8\text{ m/s}$  a partir do ponto A no sentido do ponto B.

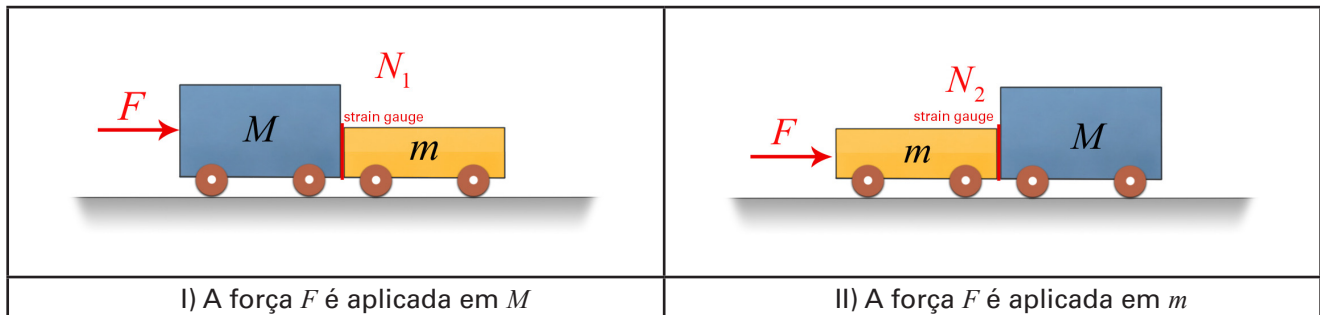


O bloco sobe o plano e momentaneamente para em B antes de iniciar o movimento de retorno. O coeficiente de atrito dinâmico entre as superfícies é  $\mu = 0,60$  e ângulo  $\theta$  é tal que  $\sin\theta = 0,60$  e  $\cos\theta = 0,80$ . Considere  $g = 10\text{ N/kg}$ . Decorrido um intervalo de tempo  $\Delta t$  o bloco retorna ao ponto de lançamento A. Determine  $\Delta t$ .

### Exercício 7.11

Dois carrinhos, de massas  $M$  e  $m$ , podem ser movimentados em cima de uma superfície horizontal. Eles são colocados em contato e entre as superfícies em contato é inserido um medidor de força (*strain gauge*).

Quando uma força horizontal de intensidade  $F$  empurra o carrinho  $M$  e o “strain gauge” acusa a força de compressão  $N_1 = 16$  newtons.

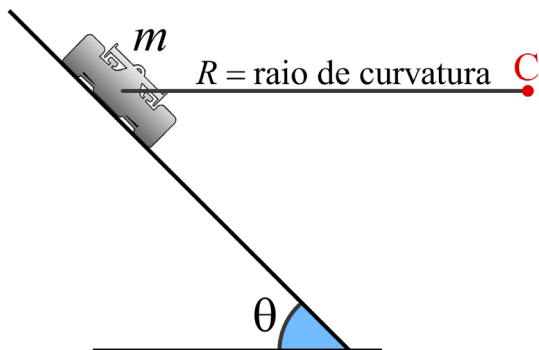


Quando as posições dos carrinhos são invertidas (fig.II) a força de compressão acusada pelo “strain gauge” é  $N_2 = 24$  newtons. A força de compressão medida pelo instrumento é a intensidade da força de interação entre as duas superfícies em contato. Desprezando-se a massa do “strain gauge” e as forças de resistência ao movimento, considerando que  $M + m = 20$  kg, determinar:

- Os valores das massas  $M$  e  $m$
- A aceleração do sistema ( $M + m$ ) nas duas situações esquematizadas.

### Exercício 7.12

Na Fórmula Indy, corrida de carro tradicional no EUA, as curvas são projetadas com “sobreelevação” conforme ilustra a figura abaixo.



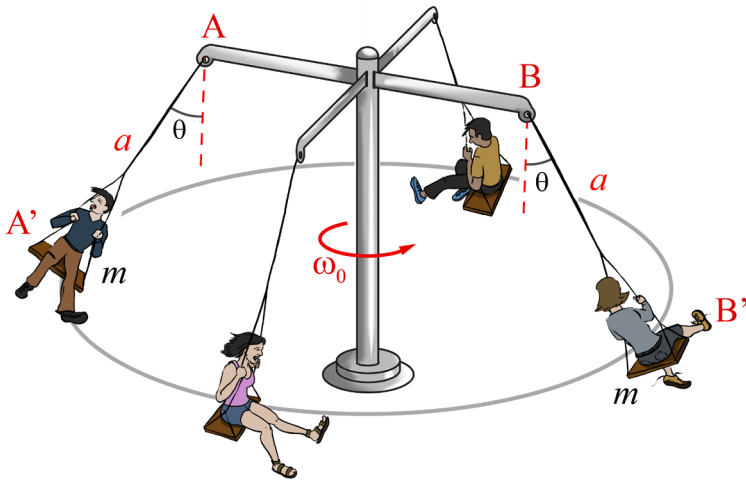
A sobre elevação é definida pelo ângulo  $\theta$  que a pista faz com a horizontal.

Esta geometria garante que, um carro efetuando uma curva em trajetória de raio de curvatura  $R$ , pode atingir uma velocidade escalar máxima  $v_{\max}$  sem que veículo desgarre do asfalto, mesmo que seus pneus percam o atrito com a pista.

Mostre que, nas condições descritas no enunciado, a velocidade máxima com a qual o carro pode percorrer a trajetória curvilínea, com segurança, é  $v_{\max} = \sqrt{R \cdot g \cdot \tan \theta}$  onde  $g$  = campo gravitacional local.

### Exercício 7.13

A figura abaixo ilustra um “carrossel” gigante encontrado em parques de diversões. Ele consta, basicamente, de uma plataforma giratória de diâmetro  $AB = 2 \cdot b = 8,0$  m de cuja borda são suspensas cadeiras por meio de cabos flexíveis mas resistentes de comprimento  $AA' = BB' = a = 3,0$  m.



Posto a girar com velocidade angular  $\omega_0$  as cadeiras com massa total  $m$  percorrem trajetórias circulares concêntricas com o eixo que passa pelo centro da plataforma circular. Determina velocidade escalar de cada cadeira quando  $\theta = 37^\circ$ . Desprezar a inércia dos cabos e considerar  $g = 10 \text{ N/kg}$ . Determinar a velocidade angular da plataforma girante.

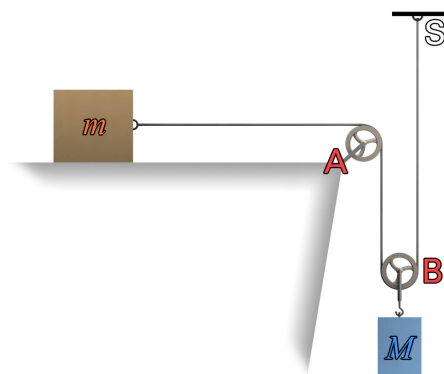
### Exercício 7.14

Um automóvel de massa total  $800 \text{ kg}$  move-se sobre uma pista asfaltada plana e em trajetória retilínea com velocidade constante  $v_0$ . Num determinado momento o automóvel, conservando a velocidade escalar, adentra num trecho curvilíneo e passa a percorrer trecho de uma circunferência de raio  $R = 112.5 \text{ m}$ . Se o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o asfalto for  $\mu = 0,80$ , qual a máxima velocidade escalar  $v_0$  para que complete o trecho curvilíneo com segurança? Adotar  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

### Exercício 7.15

Um fio flexível, inextensível e leve, passando pela polia fixa A e pelo polia móvel B, tem uma extremidade fixa no bloco  $m$  e a outra, fixa num suporte rígido  $S$ . Um bloco  $M$  é pendurado na polia móvel B. Inicialmente segura-se a massa  $m$  de modo que o fio fique tenso e o sistema em repouso.

O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco  $m$  e a superfície sobre a qual ela é  $\mu_0$ . Chame o campo gravitacional de  $g$  e desconsidere a inércia das polias bem como o atrito em seus eixos.

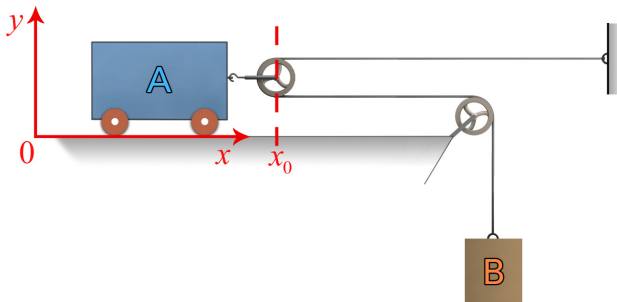


No instante  $t = 0$  o bloco  $m$  é liberado e o sistema começa a se movimentar. Mostre que a aceleração escalar do bloco  $m$  é:

$$a_m = \frac{(M - 2\mu_0 m)g}{2(M + m)}$$

### Exercício 7.16

O sistema abaixo figurado parte do repouso e, neste momento o eixo da polia fixa no carrinho A encontra-se na posição  $x_0$  conforme referencial adotado.

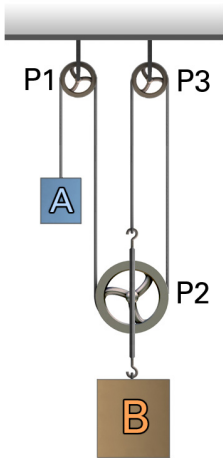


O sistema tem livre movimento e o fio que une os corpos passando pelas polias é flexível e inextensível e de pesos desprezíveis. Sendo  $m_A = 2,0\text{ kg}$  e  $m_B = 0,50\text{ kg}$  e considerando  $g = 10\text{ N/kg}$ , determinar:

- A aceleração do carrinho A.
- A tração no fio.

### Exercício 7.17

Um fio leve, flexível e inextensível, tendo em uma das extremidades um bloco A, passa pela polia fixa P1, contorna a polia móvel P2, passa pela polia fixa P3 e a outra extremidade é presa no eixo da polia móvel P3 da qual pende o bloco B, conforme esquematizado.



As polias são leves e considere inexistente qualquer tipo de atrito. Sendo  $m_B = 40\text{ kg}$  e  $m_A = 10\text{ kg}$ , determinar:

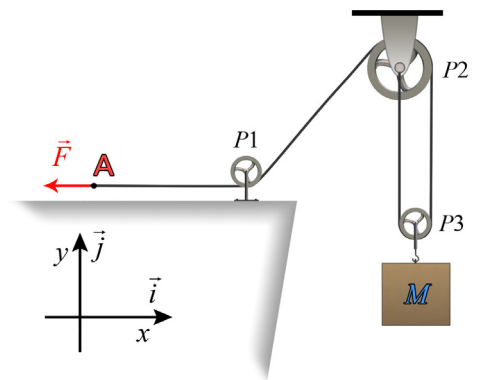
- A aceleração do bloco B.
- A tração no fio.

### Exercício 7.18

Uma caixa de massa  $M = 50\text{ g}$  é erguida por meio de um sistema de polias e um cabo flexível, inextensível e leve, conforme esquematizado. Sabe-se que um ponto fixo da caixa move-se segundo a função horária  $y = y_0 + 0,50 t^2$  (SI) de acordo com o referencial adotado.

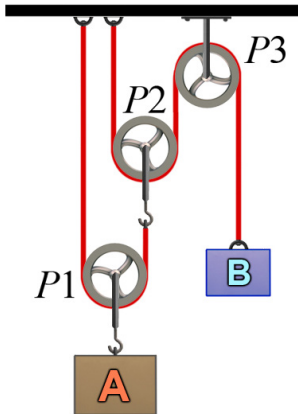
Adotando  $g = 10\text{ N/kg}$  e desprezíveis os atritos nos eixos das polias bem como a inércia de cada uma delas, determine:

- intensidade da força com que a extremidade A do cabo é puxada.
- a velocidade escalar do ponto em função do tempo.



### Exercício 7.19

Considere o sistema de polias e fios esquematizado. O bloco A tem massa  $m_A = 10 \text{ kg}$  e o bloco B,  $m_B = 4,0 \text{ kg}$ . Cada polia tem massa  $m = 2,0 \text{ kg}$ .



Adote  $g = 10 \text{ N/kg}$  e despreze atritos nos eixos das polias. Determinar a tração no fio que envolve:

- a polia P1.
- a polia P2.

## Respostas dos exercícios propostos

### Exercício 7.1

$$\text{a) } \vec{v}(t) = \frac{q \cdot \text{sen} \omega t}{\omega \cdot m} \vec{E}_0$$

$$\text{b) } \vec{r}(t) = \frac{q \cdot \vec{E}_0}{\omega \cdot m} (1 - \cos \omega t)$$

### Exercício 7.2

$$\text{a) } \vec{a}(t) = \left[ \frac{k + bt}{m} \right] \vec{i} \text{ (SI)}$$

$$\text{b) } \vec{v}(t) = \left[ \frac{kt}{m} + \frac{bt^2}{2m} \right] \vec{i} \text{ (SI)}$$

$$\text{c) } \vec{r}(t) = \left[ \frac{kt^2}{2m} + \frac{bt^3}{6m} \right] \vec{i} \text{ (SI)}$$

### Exercício 7.3

$$\text{a) } \vec{a}(x) = [5 + 3x] \vec{i} \text{ (SI)}$$

$$\text{b) } \vec{v}(x) = \left[ \sqrt{10x + 3x^2} \right] \vec{i} \text{ (SI)}$$

### Exercício 7.4

$$x = \frac{10F_0(b)^2}{3m}$$

**Exercício 7.5**

$$\Delta x_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{mv_0}{b} \left( 1 - e^{-\frac{bt}{m}} \right) = \frac{mv_0}{b} = 4 \text{ metros}$$

**Exercício 7.6**

$$v(t) = 6t^2 \text{ (s, m / s)} \text{ e } \Delta x = 2t^3 \text{ (s, m / s}^2\text{)}$$

**Exercício 7.7**

$$\text{a) } \vec{v} = -\frac{mg}{k} \cdot \vec{j}$$

$$\text{b) } \Delta y(t) = y(t) - y_0 = -\left(\frac{mg}{k}\right)t + \left(\frac{m^2g}{k_2} + \frac{mv_0}{c}\right)\left(1 - e^{-\frac{k \cdot t}{m}}\right)$$

**Exercício 7.8**

$$\text{a) } \theta = \arccos\left(\frac{m}{M}\right)$$

$$\text{b) } L = \frac{MgT^2}{4\pi^2m}$$

**Exercício 7.9**

$$\Delta S = 96 \text{ m}$$

**Exercício 7.10**

$$\Delta = 2,8 \text{ s}$$

**Exercício 7.11**

$$\text{a) } M = 12 \text{ kg e } m = 8 \text{ kg}$$

$$\text{b) } |\vec{a}| = 2,0 \text{ m / s}^2 \text{ em ambas as situações}$$

**Exercício 7.12**

$$v_{\max} = \sqrt{R \cdot g \cdot \tan \theta}$$

**Exercício 7.13**

$$\omega_0 \cong 1,26\pi \text{ rad / s}$$

**Exercício 7.14**

$$v_0 \leq 30 \text{ m / s (108 km / h)}$$



### Exercício 7.15

$$a_m = \frac{(M - 2\mu_0 m)g}{2(M + m)}$$

### Exercício 7.16

a)  $a = 2,5m / s^2$

b)  $T = 2,5N$

### Exercício 7.17

a)  $a_B = 2,0m / s^2$ , vertical para cima

b)  $T = 160N$ .

### Exercício 7.18

a)  $F = T = 225N$

b)  $v_A = 2.t(SI)$

### Exercício 7.19

a)  $T_1 = 50N$

b)  $T_2 = 40N$