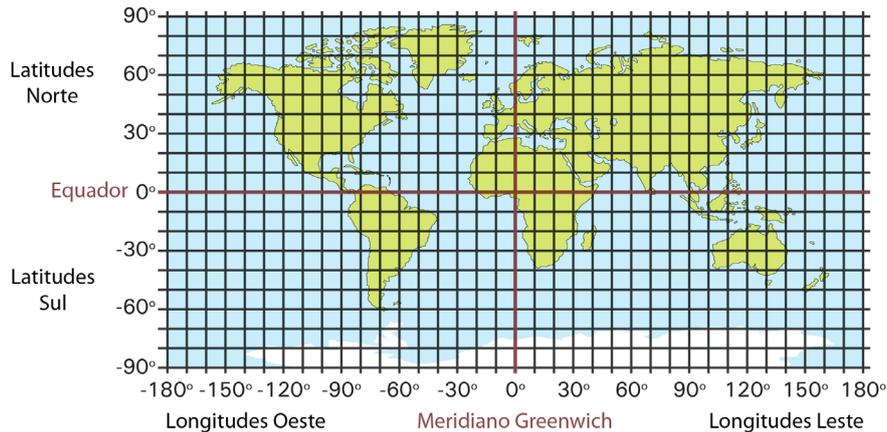


02 – Outras Coordenadas

Exercícios Propostos

Exercício 2.1

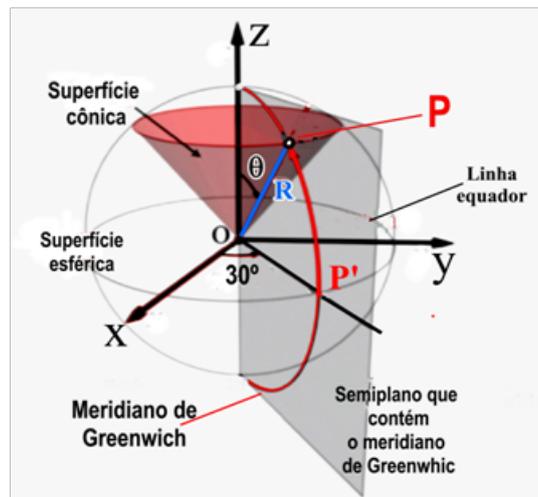
Um avião parte de um aeroporto cuja posição é $A(25^\circ \text{ Sul}; 45^\circ \text{ Oeste}; 800 \text{ m})$ e voa 100° para leste e 62° para norte para chegar a outro aeroporto B, cuja altitude média é também 800 m .



Quais as coordenadas do aeroporto B?

Exercício 2.2

O diagrama localiza um ponto P superfície do globo terrestre e adota um sistema de referencia cartesiano cartesiano xyz com origem no centro do globo. O plano x_0z faz um ângulo de 30° com o plano que contem o meridiano de Greenwich que, por sua vez, contem o eixo Oz e o ponto P. Considere $\theta = 53^\circ$ e $R = 6.400 \text{ km}$.



Expressar a posição do ponto P em função:

- das coordenadas cartesianas do referencial cartesiano indicado.
- Expressar a posição do ponto P em função das coordenadas “latitude e longitude”.
- Expressar a posição do ponto P em função das coordenadas esféricas cuja origem coincide com a origem do referencial cartesiano.

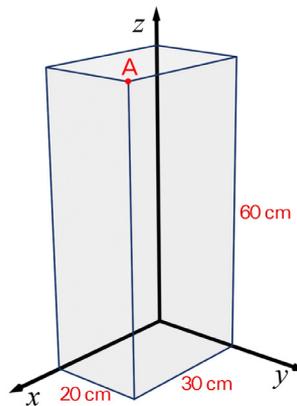
Exercício 2.3

Coordenadas polares podem ser convertidas em cartesianas e vice versa. Complete a tabela:

Ponto no plano	Coordenadas cartesianas	Coordenadas polares
A	(80, 60)	
B		$(20, \pi/2)$
C	$(-30, 0)$	
D	(40, 40)	
E		$(30, 3\pi/2)$
F	(0, 50)	

Exercício 2.4

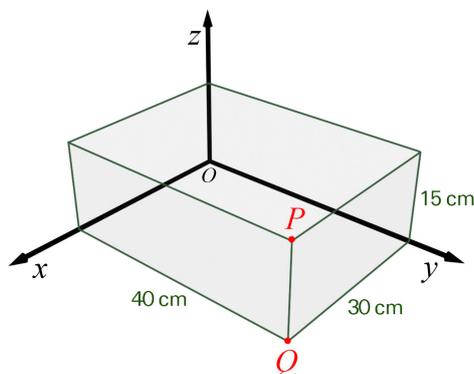
O ponto A é o vértice de paralelepípedo de dimensões 20 x 30 x 60 cm conforme ilustra a figura. Considere o referencial cartesiano esquematizado.



- Dar as coordenadas cartesianas de A.
- Expressar A em coordenadas cilíndricas.
- Expressar A em coordenadas esféricas.

Exercício 2.5

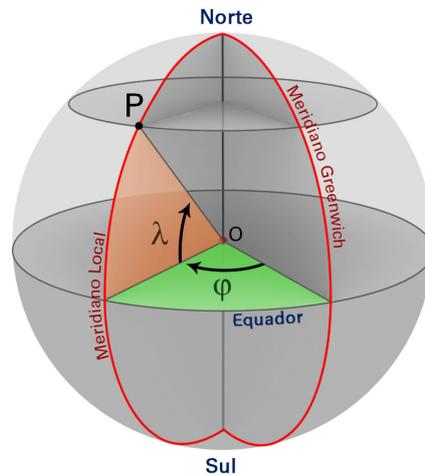
Considere os vértices P e Q de um paralelepípedo figurado e o sistema de referencia cartesiano adotado.



- Escrever as coordenadas polares do ponto Q.
- Escrever as coordenadas cilíndricas do ponto Q.
- Escrever as coordenadas esféricas de P.

Exercício 2.6

A posição de um ponto sobre a Terra é definida por 3 coordenadas: latitude (λ), longitude (φ) e altitude (h).



Porém, em coordenadas geográficas, as posições são definidas na superfície são caracterizadas pelas coordenadas latitude (λ) e longitude (φ). Se no ponto P passam o paralelo 43°N e o meridiano 80°W , quais são suas as coordenadas geográficas?

Exercício 2.7

A cidade de Campinas (SP) tem as seguintes coordenadas geográficas: latitude ($\lambda = 23^\circ\text{Sul}$) e longitude ($\varphi = 47^\circ\text{Oeste}$). Considere o raio da Terra como sendo $R = 6.400\text{km}$. Escrever as suas coordenadas esféricas, adotando o plano xz passando por Campinas.

Exercício 2.8

Os pontos $A(10,10)$ e $B(0, -30)$, onde as coordenadas são dadas em metros, pertencem a um plano cartesiano xy . Escrever a expressão polar de cada ponto.

Exercício 2.9

O ponto K é representado, em coordenadas polares, por $K(70\text{m}, \pi\text{rad})$. Expresse K em coordenadas cartesianas e em coordenadas cilíndricas.

Exercício 2.10

a) Expressar, em coordenadas cilíndricas, o ponto B cujas coordenadas cartesianas são $x = 10, y = -20$ e $z = 20$ expressos em m .

b) Expressar em coordenadas esféricas o ponto G cujas coordenadas cartesianas são $x = -40, y = 40$ e $z = 20$ expressos em m .

Exercício 2.11

O ponto H é assim expresso em coordenadas esféricas: $H(20\text{m}, \pi/4\text{rad}, \pi/6\text{rad})$. Escrever H na notação cartesiana.

Exercício 2.12

Dados dois pontos expressos em coordenadas polares: A(10 m, $\pi/4$ rad) e B(20 m, $2\pi/3$ rad). Qual a distância AB?

Exercício 2.13

Considere as seguintes equações cartesianas: a) $(x-1)^2 + y^2 = 1$ e b) $y = 3$. Determine as respectivas equações polares.

Respostas dos exercícios propostos

Exercício 2.1

B(37° N; 55° Leste; 800 m)

Exercício 2.2

- a) $P(x; y; z) = P(4.426 \text{ km}; 2.556 \text{ km}; 3.852 \text{ km})$
 b) $P(\lambda; \varphi) = P(37^\circ \text{ N}; 0^\circ)$
 c) $P(R; \theta; \varphi) = P(6.400 \text{ km}; 53^\circ; 30^\circ)$.

Exercício 2.3

- A (100 m; $0,205\pi$)
 B (0; 20)
 C (30; π)
 D ($40\sqrt{2}$; $\pi/4$)
 E (0; -30)
 F (50; $\pi/2$)

Exercício 2.4

- a) $A(xy; z) = A(30; 20; 60) \text{ cm}$
 b) $A(\rho; \theta; z) = A(10\sqrt{13} \text{ cm}; \pi/5,34 \text{ rad}; 60 \text{ cm})$
 c) $A(R; \theta; \varphi) = A(70 \text{ cm}; \pi/5,8 \text{ rad}; \pi/5,34 \text{ rad})$

Exercício 2.5

- a) $Q(\rho; \varphi) = Q(50 \text{ cm}; 53^\circ) = Q(50 \text{ cm}; \pi/3,39 \text{ rad})$
 b) $Q(\rho; \varphi; z) = Q(50 \text{ cm}; \pi/3,39 \text{ rad}; 15 \text{ cm})$
 c) $Q(R; \theta; \varphi) = Q(5\sqrt{109} \text{ cm}; 73,3^\circ; 53,1^\circ) = Q(5\sqrt{109} \text{ cm}; \pi/2,46 \text{ rad}; \pi/3,39 \text{ rad})$

Exercício 2.6

$P(\lambda; \varphi) = P(43^\circ \text{ N}; 80^\circ \text{ Oeste ou } 80^\circ \text{ W})$

Exercício 2.7

Campinas($R; \theta; \varphi$) = Campinas(6.400 km; 23°S; 0°)

Exercício 2.8

A($10\sqrt{2} \text{ m}; \pi/4 \text{ rad}$)

B($30 \text{ m}; 3\pi/2 \text{ rad}$)

Exercício 2.9

$K(x; y) = K(-70 \text{ m}; 0)$

$K(\rho; \varphi; z) = K(70 \text{ m}; \pi \text{ rad}; 0)$

Exercício 2.10

a) B($\rho; \varphi; z$) = B($10\sqrt{5} \text{ m}; 10\pi/6,06 \text{ rad}; 20 \text{ m}$)

b) G($R; \theta; \varphi$) = G($60 \text{ m}; \pi/2,55 \text{ rad}; 3\pi/4 \text{ rad}$)

Exercício 2.11

H($12,5 \text{ m}; 7,07 \text{ m}; 14,1 \text{ m}$)

Exercício 2.12

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \approx 20 \text{ m}$$

Exercício 2.13

a) $\rho = 2\cos\varphi$

b) $\rho = 3.\operatorname{cosec}\varphi$