e-Física
Ensino de Física Online

IFUSP
Instituto de Física da USP

4- Mecânica dos Fluidos - Lei de Stevin

Exercícios Resolvidos

Exercício Resolvido 1.1

Três líquidos de massas M_1, M_2 e M_3 imiscíveis têm densidade ρ_1, ρ_2 e ρ_3 são colocadas num frasco cilíndrico cuja secção transversal é A.

Eles se distribuem de maneira uniforme no vaso (vide figura).

a) Qual é a altura, no vaso, de cada líquido?
b) Qual é a pressão no fundo do vaso?
c) Qual é a força agindo sobre o fundo do vaso?

Resolução:

a)

$$\rho_1 = \frac{M_1}{V_1} \Rightarrow \rho_1 V_1 = M_1$$

Portanto,

$$V_1 = Ah_1 = \frac{M_1}{\rho_1}$$

Logo,

$$h_1 = \frac{M_1}{\rho_1 A}$$

$$h_2 = \frac{M_2}{\rho_2 A}$$

$$h_3 = \frac{M_3}{\rho_3 A}$$

b) no fundo a pressão é a soma das pressões, ou seja,

$$P = P_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

c) a força no fundo exercida pelos líquidos é dada por:

$$F = \frac{P}{A}$$

Logo, essa força é dada por

$$F = \frac{P_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3}{A}$$

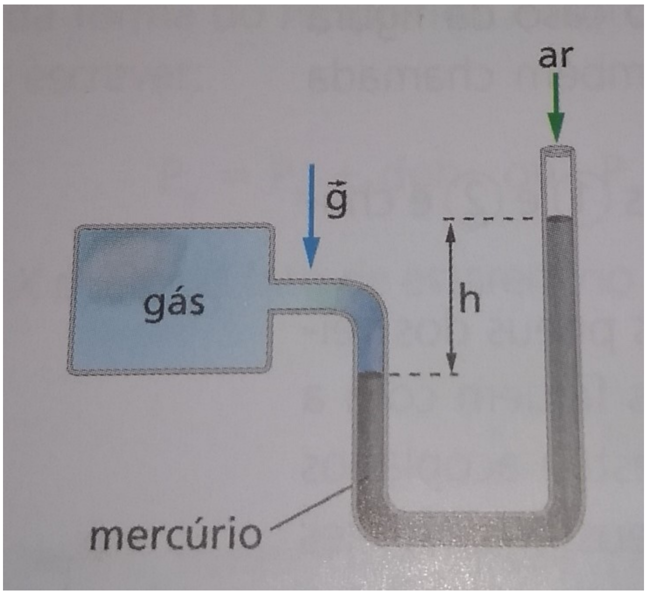
Exercício Resolvido 1.2

Um manômetro simples (voltado par medir a pressão de um gás) pode ser construído por meio do arranjo experimental ilustrado na figura abaixo. A pressão exercida pelo gás comprime uma coluna de mercúrio, cuja densidade é $13,6 \cdot 10^3 kg/m^3$.

a) Escreva uma expressão para a pressão manométrica do gás em função da altura h (o desnível indicado na figura.)

b) Qual é a pressão de um gás quando constatamos que h= 25 cm.

Adote g =10 $g = 10 m/s^2$ e $P_{atm} = 1atm = 10^5 Pa$



Resolução:

a) A pressão exercida pelo gás é contrabalançada por duas pressões,
A pressão atmosférica:

$$P_{atm} = 1atm = 10^5 Pa$$

E a pressão exercida pela coluna de mercúrio sobre o gás. E esta é dada pela expressão:

$$P_{Hg} = \rho_{Hg} g h$$

Portanto, temos

$$P_{gás} = P_{atm} + \rho_{Hg} g h$$

Nesse caso, temos adotando o SI

$$P_{Gás} = \left(10^5\right) + 13,610^3 (10)(h)$$

Assim, para a altura da coluna em metros, obtemos a seguinte expressão para a pressão do gás na unidade Pascal:

$$P_{Gás} = 10^5 (1 + 1,36h)$$

b) Lembrando que

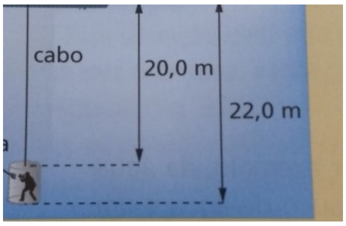
$$0,25cm = \frac{1}{4}m$$

A pressão na unidade Pascal será:

$$P_{Gás} = 10^5(1 + \frac{1,36}{4}) = 1,3410^5 \text{ Pa}$$

Exercício Resolvido 1.3

Uma câmara cilíndrica tem paredes de aço. Sua massa é $m = 3000kg$. A área da base do cilindro é $A = 1,50m^2$ e sua altura é 2,0 m. A câmara é mantida numa profundidade indicada na figura por meio de um cabo de aço preso a uma embarcação. Suponha que a aceleração da gravidade local seja $g = 10,0m/s^2$, e que a densidade da água seja constante e dada por $\rho = 10^3 kg/m^3$.



Calcule a intensidade da:

a) Determine a diferença de forças exercidas pela água na base inferior e superior da câmara (a força resultante de diferenças de pressão). Que força é essa?
b) Determine a força de tração no fio.

Resolução:

a) Na profundidade $h_1 = 20,0$, a pressão P_1 é dada por:

$$P_1 = P_{atm} + \rho g h_1$$

Na profundidade $h_2 = 22,0$, a pressão é dada por:

$$P_2 = P_{atm} + \rho g h_2$$

A diferença de forças é

$$F_2 - F_1 = (P_2 - P_1)A$$

Que se pode escrever como

$$F_2 - F_1 = \rho g(h_2 - h_1)A = \rho g V$$

Onde V é o volume do cilindro. Obtemos

$$F_2 - F_1 = (4,80 - 4,50) \cdot 10^5 N = 0,3 \cdot 10^5 N$$

Essa força é o empuxo

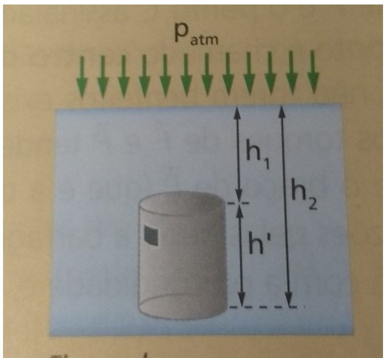


Figura b.

b) A câmara está em equilíbrio sob a ação de três forças (fig.): a tração do fio $(\vec{T})$, o peso $(\vec{P})$ e a força total exercida pela água $(\vec{E})$:

Assim, devemos ter:

$$T + E = P \text{ ou } T = P - E$$

Mas:

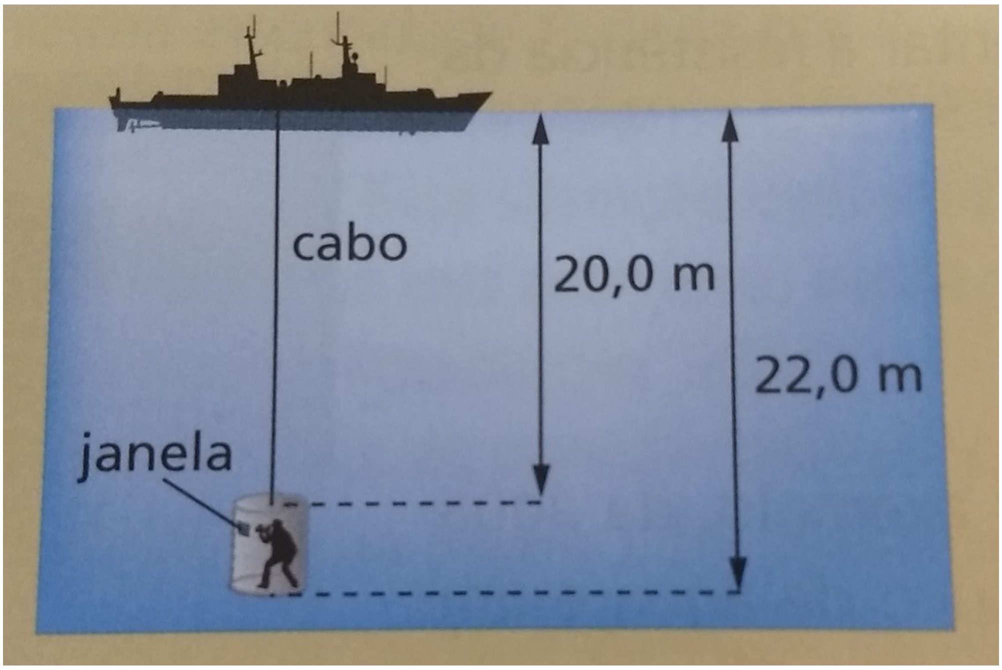
$$P = mg$$
$$P = (3200kg)(10m/s^2)$$
$$P = 3,2 \cdot 10^4 N$$

Portanto:

$$T = P - E = (3,2 \cdot 10^4 N) - (3,0 \cdot 10^4 N)$$
$$T = 2 \cdot 10^3 N$$

Exercício Resolvido 1.4

Um cinegrafista adentra numa câmara cilíndrica, de paredes de aço. A massa do conjunto câmara cinegrafista é $m = 3200kg$ e a área da base do cilindro é $A = 1,50m^2$. A câmara é mantida na profundidade indicada na figura por meio de um cabo de aço preso a uma embarcação. Suponha que a aceleração da gravidade local seja $g = 10,0m/s^2$, e que a densidade da água seja constante e dada por $\rho = 10^3 kg/m^3$. Admita ainda que a pressão atmosférica seja $P_{atm} = 10^5 Pa$.



Calcule a intensidade da:

c) Força exercida pela água na base superior da câmara;
d) Força exercida pela água na base inferior da câmara;
e) Força resultante exercida pela água sobre a câmara;
f) Força de tração no fio.

Resolução:

c) Na profundidade $h_1 = 20,0$, a pressão p_1 é dada por:

$$p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$$
$$p_1 = \left(10^5\right) + \left(10^3\right)(10)(20)$$
$$p_1 = 3 \cdot 10^5 N/m^2 = 3 \cdot 10^5 Pa$$

Sendo $A = 1,52m^2$, a força total exercida na base superior tem intensidade:

$$F_1 = p_1 \cdot A$$
$$F_1 = \left(310^5 N/m^2\right)\left(1,50m^2\right)$$
$$F_1 = 4,50 \cdot 10^5 N$$

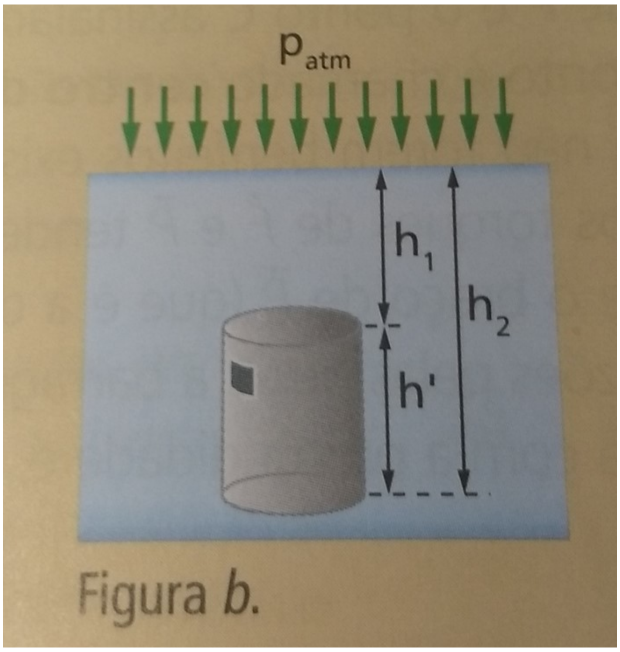


Figura b.

Na profundidade $h_2 = 22,0$, a pressão é dada por:

$$p_2 = p_{atm} + \rho g h_2 \text{ ou } p_2 = p_1 + \rho g h' \text{ em que } h' = 2,0m.$$

Assim:

$$p_2 = p_1 + \rho g h'$$
$$p_2 = \left(3 10^5\right) + \left(10^3\right)\left(10\right)\left(2\right)$$
$$p_2 = \left(3 \cdot 10^5\right) + \underbrace{\left(0,20 \cdot 10^5\right)}_{2,00 \cdot 10^4} = 3,20 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

A força total exercida pela água na base inferior tem intensidade:

$$F_2 = p_2 \cdot A$$
$$F_2 = \left(3,2 10^5 N/m^2\right)\left(1,50 m^2\right)$$
$$F_2 = 4,80 \cdot 10^5 N$$

d) Pela simetria da situação (fig. A), na face lateral as forças (horizontais) se cancelam. Assim, a força resultante exercida pela água sobre a câmara $\left(\vec{F}_A\right)$ é a resultante de $\vec{F}_1$ com $\vec{F}_2$:

$$\vec{F}_A = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Observando a figura d e lembrando que $F_2 > F_1$, temos:

$$F_A = F_2 - F_1$$
$$F_A = 4,80 \cdot 10^5 - 4,50 \cdot 10^5$$
$$F_A = 0,30 \cdot 10^5$$
$$F_A = 3,0 \cdot 10^4 N$$

e) A câmara está em equilíbrio sob a ação de três forças: a tração do fio $\left(\vec{T}\right)$, o peso $\left(\vec{P}\right)$ e a força total exercida pela água $\left(\vec{F}_A\right)$:

Assim, devemos ter:

$$T + F_A = P \text{ ou } T = P - F_A$$

Mas:

$$P = mg$$
$$P = (3200kg)(10m/s^2)$$
$$P = 3{,}2 \cdot 10^4 N$$

Portanto:

$$T = P - F_A = (3{,}2 \cdot 10^4 N) - (3{,}0 \cdot 10^4 N)$$
$$T = 2 \cdot 10^3 N$$

Exercício Resolvido 1.5

Dentro de um recipiente fechado é inserido um gás sob pressão de $2{,}3 \cdot 10^5 N/m^2$, e um líquido, cuja densidade é $4{,}0g/cm^3$. Sendo $g = 10m/s^2$ determine a pressão num ponto que se situa 3 cm abaixo da superfície de contato entre o gás e o líquido (vide figura).

Resolução:

De acordo com a teoria, a pressão num fluido varia de acordo com a expressão:

$$dp = \rho g dz$$

Portanto,

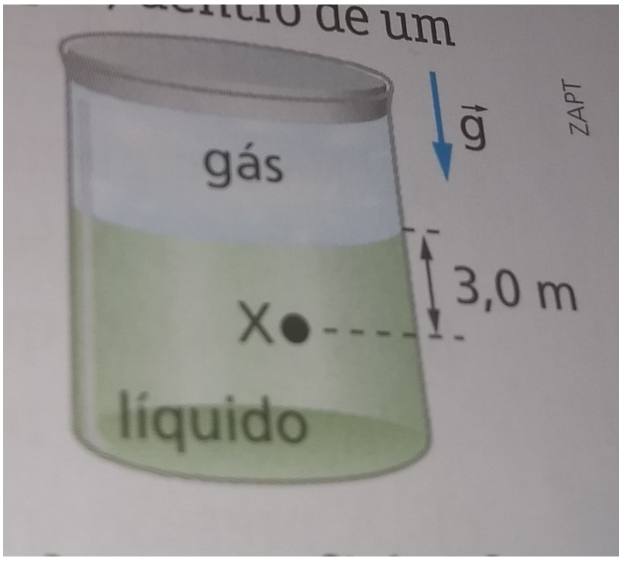
$$p = p_0 + \rho g z$$

No caso,

$$p_0 = 2{,}3 \cdot 10^5 N/m^2 = 2{,}3 \cdot 10^5 Pa$$
$$g = 10m/s^2$$
$$\rho = 4g/cm^3 = 4000kg/m^3$$

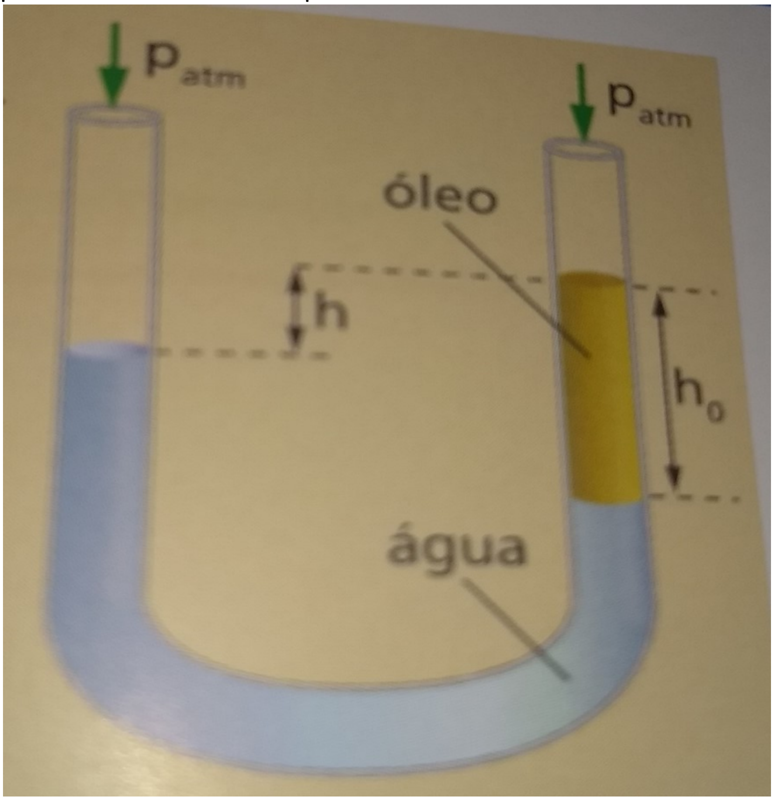
Logo:

$$p = 2{,}3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3 = 3{,}510^5 Pa$$



Exercício Resolvido 1.6

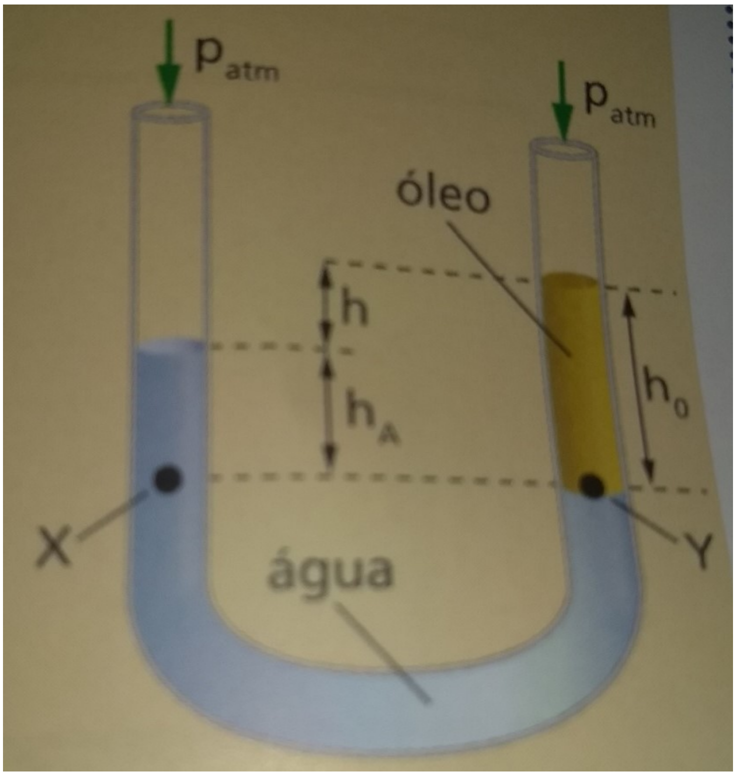
Um tubo em U contém dois líquidos imiscíveis em equilíbrio: a água, cuja densidade é $\rho_A = 1,0 g/cm^3$, e o óleo de oliva, cuja densidade é $\rho_0 = 0,90 g/cm^3$ (vide figura). Sabendo-se que $h_0 = 20cm$, calcule o desnível h entre as superfícies livres dos dois líquidos.



Resolução:

Os pontos X e Y da figura abaixo pertencem a um mesmo líquido, no caso a água e estão no mesmo nível. Portanto, a pressão no ponto X é igual à pressão no ponto Y. Escrevemos

$$p_x = p_y \qquad (1)$$



A pressão p_x é calculada utilizando o ramo esquerdo do tubo, temos assim:

$$p_x = p_{atm} + \rho_A \cdot g \cdot h_A \qquad (2)$$

A pressão p_y, por outro lado, é calculada utilizando o ramo direito do tubo. Nesse ramo, temos:

$$p_y = p_{atm} + \rho_0 \cdot g \cdot h_0 \qquad (3)$$

Substituindo as expressões 2 e 3 em 1, obtemos:

$$p_{atm} + \rho_A \cdot g \cdot h_A = p_{atm} + \rho_0 \cdot g \cdot h_0$$

$$\rho_A \cdot h_A = \rho_0 \cdot h_0$$

Portanto:

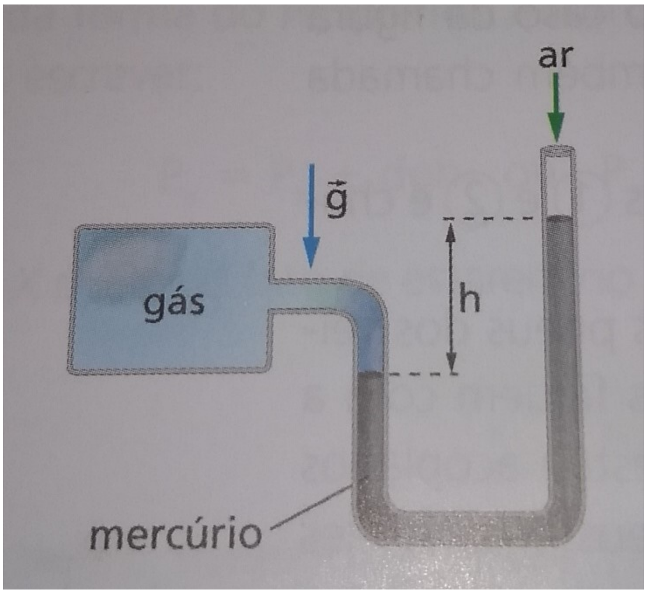
$$h_A = \frac{\rho_0}{\rho_A} \cdot h_0 = \left(\frac{0,90}{1,0}\right) \cdot (20) \Rightarrow h_A = 18cm$$

Assim:

$$h = h_0 - h_A = 20cm - 18cm \Rightarrow h = 2,0cm$$

Exercício Resolvido 1.7

Pode-se medir a pressão de um gás contido em um recipiente por meio do uso do arranjo experimental ilustrado na figura abaixo. O gás comprime uma coluna de mercúrio, cuja densidade é $13,6 \cdot 10^3 kg/m^3$, de modo que o desnível h vale 0,380 m.



Sabendo que $g = 10,0 m/s^2$ e que a pressão atmosférica vale $p_{atm} = 1,01 \cdot 10^5 \, Pa$, Determine a pressão manométrica do gás.

Resolução:

A pressão exercida pelo gás deve equilibrar a soma de duas pressões: A pressão atmosférica

$$P_0 = 1,01 \cdot 10^5 \, Pa$$

E a pressão exercida pela coluna de altura h do mercúrio. Assim, a pressão é composta por duas contribuições:

$$P_{Gas} = P_0 + \rho_{Hg} g h$$

Donde inferimos que:

$$P_{Gas} = 1,01 \cdot 10^5 + 13,510^3 \cdot 10 \cdot 0,38 = \left(1,01 + 0,513\right) \cdot 10^5 \ Pa$$

Exercício Resolvido 1.8

O pistão de sustentação de um elevador hidráulico de carros possui diâmetro de 30 cm.

a) Qual é a pressão manométrica necessária para elevar um carro com massa de $1,2 \times 10^3$ kg? Expresse essa pressão em pascals e em atmosferas.

b) Qual deve ser o diâmetro do pistão onde é aplicada a força para que o mesmo carro seja erguido por uma força equivalente ao peso de 10 kg?

Resolução:

a) A pressão necessária para produzir uma força igual ao peso do carro, $F_2 = Mg$, na área do pistão 2, de diâmetro D, $A_2 = \pi D^2/4$ é

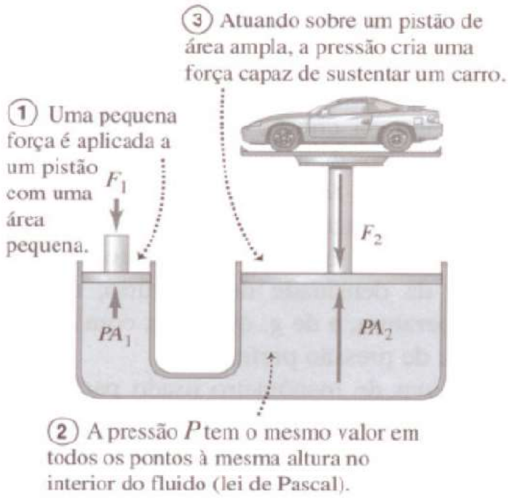
$$P = \frac{Mg}{A_2} = \frac{4Mg}{\pi D^2} = 1{,}66\times 10^5 \text{ M/m}^2 = 1{,}66\times 10^5 \text{ Pa}$$

A atmosfera padrão é atm $= 101325$ Pa:

$$P = 1{,}64 \text{ atm}$$

b) Para a mesma pressão no pistão 1, de diâmetro d, com o peso de $m = 10$ kg:

$$P = \frac{4mg}{\pi d^2} = \frac{4Mg}{\pi D^2}$$
$$d = \frac{D}{\sqrt{M/m}} = 2{,}74 \text{ cm}$$



Exercício Resolvido 1.9

Numa região onde g = 10m/s^2 e a pressão atmosférica vale aproximadamente 1,01.10^{5}Pa, temos um recipiente contendo um líquido de massa específica ρ = 8,5g/cm3. Calcule a pressão num ponto B situado 20 cm abaixo da superfície livre do líquido.

Resolução:

Consideremos um ponto A na superfície livre do líquido. Nesse ponto, a pressão é igual à pressão atmosférica.

$$p_A = p_{atm} = 1{,}01.10^5\text{Pa}$$

Pela lei de Stevin temos:

$$p_B = p_A = \rho g h$$

Mas,

$$\rho = 8{,}5\text{g/cm}^3 = 8{,}5.10^3\text{kg/m}^3$$
$$h = 20 \text{ cm} = 0{,}20\text{m}$$

Assim,

$$p_B = p_A = \rho gh = (1{,}01.10^5) + (8{,}5.10^3)(10)(0{,}20) =$$
$$= 1{,}01.10^5 + 0{,}17.10^5 = 1{,}18.10^5$$
$$\boxed{p_B = 1{,}18.10^5 Pa}$$

Exercício Resolvido 1.10

O sistema esquematizado está em equilíbrio num local em que $g = 10m/s^2$. As massas específicas da água e do mercúrio são:

$$\rho a = 1{,}0g/cm^3 \qquad \text{e} \qquad \rho m = 13{,}6g/cm^3$$

Sabendo que x = 68 cm, calcule o valor de y.

Resolução:

Os pontos A e B estão num mesmo nível e pertencem ao mesmo líquido:

$$p_A = p_B \qquad (I)$$

Mas, pela lei de Stevin, temos:

$$p_A = p_C + \rho_a gx = p_{at} + \rho_a gx$$
$$p_B = p_D + \rho_m gy = p_{at} + \rho_m gy$$

Substituindo em I:

$$p_a + \rho_a gx = p_{at} + \rho_m gy$$
$$\rho_a x = \rho_m y$$
$$(1{,}0g/cm^3)(68cm) = (13{,}6g/cm^3)(y)$$

Portanto: $\boxed{y = 5{,}0cm}$

Exercício Resolvido 1.11

A figura esquematiza uma prensa hidráulica em que os êmbolos têm áreas $A_1 = 10cm^2$ e $A_2 = 30\ cm^3$. Aplicando-se uma força de intensidade $F_1 = 40N$ ao êmbolo menor, qual a intensidade F_2 da força transmitida ao êmbolo maior?

Resolução:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{40N}{10cm^2} = \frac{F_2}{30cm^2} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{F_2 = 120N}$$