

# 2.1- Propriedades, Classificação, e tipos de escoamento de fluidos

# 2.1.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo vamos abordar 3 questões relativas os fluidos. São questões bastante gerais: como caracterizá-los, como classificá-los e com classificar alguns dos seus movimentos.

Primeiramente destacamos a questão das propriedades exibidas pelos fluidos ou grandezas características dos fluidos. Em relação a isso poderíamos dizer que um fluido é caracterizado por um conjunto de grandezas físicas as quais praticamente definem o que é aquele fluido. Por exemplo, dentre as propriedades de um fluido poderíamos mencionar o índice de refração. É uma grandeza física para quais os fluidos, em geral, exibem um valor que é bem característico daquele fluido. Poderíamos também falar da velocidade e da propagação do som num determinado fluido. Essa velocidade é uma característica do fluido. No entanto, a velocidade em geral depende também da temperatura. Assim que, além de especificarmos a velocidade devemos também dizer para que valor da temperatura o fluido exiba uma determinada propriedade. É claro que em relação às propriedades mais relevantes nós vamos dedicar um tempo um pouco maior. Dentre elas a questão da viscosidade de um fluido que é algo bem característico de cada fluido. Vamos bordar, ainda que rapidamente, duas grandezas físicas características de fluidos: a da tensão superficial e a capilaridade.

A seguir procuremos classificar os fluidos. Existem muitas formas de classificar fluidos e seus movimentos. Por exemplo, podemos classificá-los em duas categorias apenas: Líquidos e Sólidos. Isso, por que líquidos e sólidos exibem comportamentos do ponto de vista do movimento, bem como propriedades físicas, distintos. Por exemplo, um gás preenche todo espaço de um recipiente. O mesmo não acontece com um líquido.

A seguir, faremos uma classificação bastante simples. Assim, classificaremos os fluídos a partir do comportamento de um fluído ideal ou real. Podemos classificá-los, com base na relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento (o gradiente de velocidade), como fluídos Newtonianos e não Newtonianos. Finalmente, podemos classificar os fluídos como sendo compressíveis ou não compressíveis.





Classificaremos também alguns dos seus movimentos, ou escoamentos. Daremos ênfase aos escoamentos irrotacionais de fluídos incompressíveis.

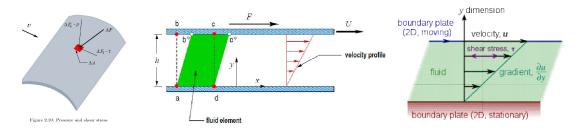
Finalmente, vamos analisar escoamentos. Existem muitas formas de classificar escoamentos. Nós temos primeiramente um escoamento permanente ou estacionário quando as grandezas físicas não dependem explicitamente do tempo. Temos escoamentos rotacionais e irrotacionais.

#### 2.1.2 Viscosidade

A viscosidade é uma constante física característica dos fluidos. Para entendê-la, consideremos uma força aplicada à superfície não necessariamente ortogonal à superfície. Definimos tensão de cisalhamento como sendo dada pelo quociente entre a componente da força tangencial dividida pela área:

$$\tau = \frac{F_t}{A}$$

Ou seja, ela é definida de uma forma análoga à pressão.



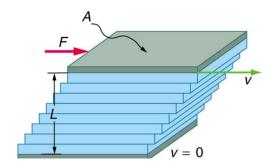
Para os fluidos em geral, o efeito de uma tensão de cisalhamento é colocar o fluido em movimento. Se pensarmos no fluido como sendo composto por diminutas lâminas, os átomos de uma lâmina inferior tenderão impedir o movimento da camada superior. E isso ocorre porque os átomos se atraem. É um efeito semelhante à força de atrito. Haverá dissipação de energia. A consequência da atração entre átomos num fluido é que, se a força aplicada estiver na direção do eixo x a componente x da velocidade dependerá da coordenada y. Escrevemos:

$$V = V(y)$$

Gerando assim um gradiente de velocidades







Definimos o coeficiente de viscosidade,  $\eta$ , a partir da relação entre a tensão de cisalhamento é o gradiente de pressão que ela acarreta. Ou seja,

$$\tau = \eta \, \frac{dV}{dy}$$

Fluidos para os quais existe uma relação linear entre tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidades que ela provoca, de acordo com (000), são denominados fluidos Newtonianos.

	viscosidade (Pa·s)
álcool etílico	$0,248 \times 10^{-3}$
acetona	$0,326 \times 10^{-3}$
metanol	$0,597 \times 10^{-3}$
álcool propílico	$2,256 \times 10^{-3}$
benzeno	$0,64 \times 10^{-3}$
água	$1,0030 \times 10^{-3}$
nitrobenzeno	$2.0 \times 10^{-3}$
mercúrio	$17,0 \times 10^{-3}$
ácido sulfúrico	$30 \times 10^{-3}$
óleo de oliva	$81 \times 10^{-3}$
óleo de rícino	0,985
glicerol	1,485
polímero derretido	10³
piche	10 <sup>7</sup>
vidro	10 <sup>40</sup>
Sangue	$4 \times 10^{-3}$

Fig. Tabela contendo alguns valores da viscosidade.

## 2.1.3 Viscosímetros





Viscosímetros são instrumentos de medida dedicados a determinação do coeficiente de viscosidade de um fluido. O viscosímetro mais simples será apresentado a seguir. Ele é bastante simples por que ele faz uso da determinação da velocidade final de uma bolinha quando imersa num fluido. Esse é o viscosímetro mais simples que a gente poderia imaginar.



Um viscosímetro complexo

#### 2.1.4 Determinando a viscosidade: O método de Stokes.

Um objeto, ao se movimentar num líquido viscoso, experimenta a ação de uma força que se opõe ao movimento. Essa força tem a característica de depender da velocidade da partícula. Quanto maior a velocidade da partícula tanto maior será a intensidade da força exercida pelo fluido viscoso.

No caso de uma esfera de raio a a, Stokes demonstrou que, dentro de uma boa aproximação, podemos escrever que em módulo essa força é dada por:

$$F = -6\pi a\eta V$$

onde  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do líquido e V, a velocidade do objeto inserido no fluido. O sinal negativo indica que o sentido da força é oposto ao sentido da velocidade. A direção da força é a mesma que a da velocidade.

Para objetos com outras formas geométricas, a expressão não é tão simples. Ainda assim, dentro de uma boa aproximação, e considerando-se o regime laminar, podemos escrever:





$$F = -bV$$

onde b depende da geometria do objeto, da área em contato e do coeficiente de viscosidade do fluido.

O aparecimento dessas forças pode ser ilustrado por meio de dois exemplos muito simples. O primeiro é o caso de uma esfera de raio a em movimento num líquido viscoso. Nota-se que uma esfera em queda num líquido se acelera até um determinado ponto. A partir desse ponto, ou de uma determinada distância a partir de onde ela foi solta, a esfera tem velocidade constante porque a força viscosa se equilibra com a força peso. Assim, escrevemos

$$-6\pi a\eta V + mg = 0$$

E, portanto, podemos determinar o coeficiente de atrito dinâmico, determinando a velocidade com que a bolinha desce. Ou seja:

$$\eta = \frac{mg}{6\pi aV}$$



Fig. 25.2. Uma esfera de metal em um tubo executa, ao descer, movimento uniforme.



Fig.25.5. Medindo-se a velocidade final podemos determinar o parâmetro b e com isso estimar o coeficiente de viscosidade.

O outro é o movimento de um paraquedas. O ar é também um fluido. O paraquedista, a partir de certo tempo, cai com velocidade constante.







Por conta da resistência do ar, um paraquedas desce com velocidade constante

#### 2.1.5 Número de Reynolds

A relevância da viscosidade no movimento dos fluidos, e em particular na distinção entre tipos de escoamentos, pode ser analisada a partir do número de Reynolds. Tal nome é uma homenagem a Osborne Reynolds físico irlandês (1842–1912).

Definimos tal número  $R_{e}$  (uma grandeza adimensional) como o quociente,

$$R_e = \frac{\rho VL}{\eta}$$

Onde  $\rho$  é a densidade do fluido, sua densidade média, V é a velocidade média enquanto que L é uma dimensão característica do sistema (por exemplo, o diâmetro de um tubo pelo qual o fluido escoa) e  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade.

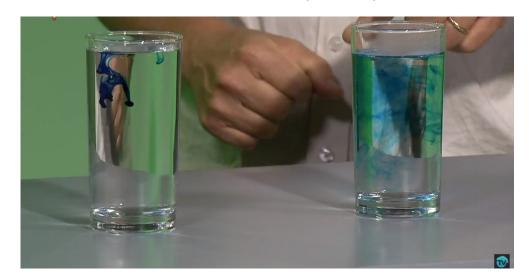
#### 2.1.6 Difusão

Podemos também distinguir os fluidos levando em conta um aspecto bem interessante que é a difusão do fluido. Em geral nós estamos interessados na passagem de um fluido através de uma membrana. Ou seja, como esse fluido vai se difundir passando de uma região, por exemplo, a região extracelular para região intracelular.





No entanto é mais fácil analisar a difusão quando temos um fluido e quando nele inserimos outro fluido. Um corante, por exemplo.



https://youtu.be/VI3q6g5XL2c

Quando inserimos um fluido colorido é fácil perceber isso com bastante clareza, bem como e analisar o que acontece em termos de difusão, por exemplo, de um corante quando colocado em um líquido. Ou seja, depois de quanto tempo o líquido como um todo estará colorido. O que é curioso isso que a difusão depende da temperatura. Abaixo apresentamos algumas experiências onde fica bastante claro a facilidade de difusão num caso e num outro caso a diferentes temperaturas. Esse vai ser o único aspecto que abordaremos aqui.

# 2.1.7 Tensão superficial e Capilaridade

Fluidos exibem outros dois fenômenos que os distinguem dos sólidos. Tais fenômenos são designados tensão superficial e capilaridade. Em ambos os casos lidamos com fenômenos visuais surpreendentes e, muitas vezes lúdicos. Para entendê-los devemos analisar as propriedades das superfícies de separação entre dois meios distintos.

No caso da tensão superficial, os dois meios referidos acima, em geral, são um líquido, como a água, e o ar. Na interface entre esses dois meios se forma uma superfície de separação entre eles. Na realidade se forma uma película bem fina, que exibe propriedades interessantes.





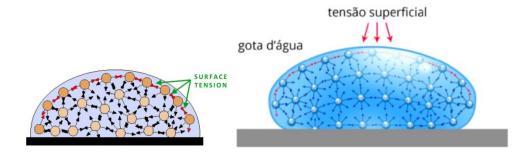
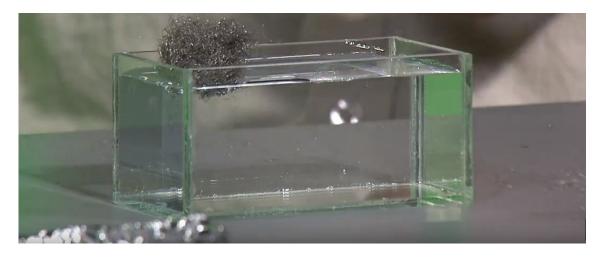


Figura – Formação de gotas como resultado da existência de uma tensão superficial.

Como resultado das forças de coesão, as forças intermoleculares e interatômicas, as moléculas que se encontram na superfície do líquido são atraídas pelas moléculas abaixo delas bem como por aquelas que se encontram ao seu lado. Isso leva à criação de uma película na interface entre dois meios dotada de um comportamento elástico. Como resultado, ela suporta o pisoteio de pequenos insetos ou, em alguns casos pequenos objetos como um clipe, sobre a superfície do líquido. Estes objetos se apoiam sobre a película que resiste à penetração no interior do líquido. Disso resultam efeitos visuais muito interessantes.



https://youtu.be/5AXBeug-Jsl

Outro resultado decorrente da tensão superficial pode ser constatado quando consideramos pequenas porções do fluido. Quando depositadas sobre uma mesa, essas pequenas porções adquirem uma forma arredondada. Muitas vezes a superfície de separação tem, praticamente, uma forma esférica. Esse é o caso das gotas de água, constituindo, por exemplo, o orvalho que fica depositado nas folhas.

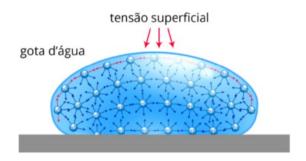






https://youtu.be/W7a ilLALjs

Uma forma de determinar a tensão superficial de um líquido é por meio da determinação da força por unidade de comprimento necessária para aumentar a área da superfície da película localizada na interface dos dois meios.



Formação de gotas como resultado da existência de uma tensão superficial.

Capilaridade se refere a outra propriedade dos fluidos quando em contato colocados em tubos bem finos. Nesse caso podemos observar que os fluidos sobem ou descem, em relação à superfície do fluido como um todo, na região na qual ele faz contato com a parede de um tubo que o contem. Ele se torna mais e mais acentuado na medida em que usamos tubos cada vez mais finos.

Este fenômeno pode ser entendido mediante a comparação entre as forças de coesão, forças entre as moléculas pertencentes ao fluido, e as forças de interação entre essas moléculas e aquelas pertencentes ao recipiente que o contém. Existe sempre uma tendência de coesão entre as moléculas do líquido. Essas forças procuram atrair as moléculas mais externas do fluido em direção ao interior do mesmo. A essas forças se contrapõem as forças de atração entre as moléculas do fluido e aquelas do recipiente.

Quando as forças de coesão entre as moléculas do líquido são maiores do que aquelas entre essas moléculas e aquelas do tubo, se forma uma superfície tal que os pontos de contato do fluido se localizam abaixo da superfície do líquido como um todo. É como se o líquido estivesse sendo repelido pelo tubo. Esse é

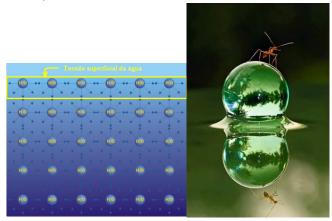




o caso do mercúrio colocado num tubo fino de vidro. Quando ocorre o contrário, os pontos de contato do líquido com o tubo se situam em pontos mais elevados da superfície do líquido. Nesse caso, o líquido tende a se aderir à superfície do tubo. Esse é o caso quando colocamos água num tubo de vidro fino. Tudo se passa como se o líquido estivesse sendo atraído pelo tubo.

Quanto menor o diâmetro do tubo tanto mais acentuado será o efeito da capilaridade.

Ambos os fenômenos podem ser entendidos a partir das forças de interação entre as moléculas ou átomos. Como resultado das forças intermoleculares ou interatomicas as moléculas que se encontram na superfície do líquido são atraídas por moléculas abaixo delas bem como aquelas que se encontram ao seu lado. Isso leva à criação de uma película na interface entre dois meios. Tal película tem um comportamento elástico. Como resultado ela suporta o pisoteio de pequenos insetos ou, em alguns casos pequenos objetos sobre a superfície do líquido.



Como resultado da tensão superficial, veremos que pequenas porções do fluido quando depositadas sobre uma mesa adquirem uma forma tal que a superfície de separação entre o fluido, na forma líquida, e o ar adquire uma forma arredondada. Muitas vezes essa superfície é praticamente esférica. Esse é o caso das gotas de água constituindo, por exemplo, o orvalho que cai nas folhas.

Uma forma de determinar a tensão superficial de um líquido é através da determinação da força por unidade de volume necessária para aumentar a área da superfície da película localizada na interface dos dois meios.

Capilaridade se refere a outra propriedade de fluidos mediante a qual um fluido pode subir ou descerem em tubos muito finos (vide figura abaixo).







https://youtu.be/dgsHT3M0o1w

Este fenômeno pode ser entendido à luz da tensão superficial, associada à tendência de coesão entre as moléculas do líquido e das forças de atração entre as moléculas do fluido e aquelas do recipiente que as contém. O líquido tende a se aderir à superfície do tubo.



https://youtu.be/99AkMR8JmYk

#### 2.1.8 Ondas Sonoras e o Número de Mach

As ondas sonoras se propagam em fluidos. Essa velocidade, no entanto, ela depende de vários aspectos. Mas grosso modo o mais importante é a questão da variação da pressão com a densidade. É isso que determina a velocidade num fluido. Essa variação da pressão com a densidade pode ser tal que ela esteja ocorrendo num processo adiabático. Então nós temos uma velocidade levando em conta que o processo no qual nós temos a variação da pressão com a densidade é um processo adiabático. No entanto, podemos considerar processos isotérmicos. Com isso então nós temos outra velocidade que depende da temperatura, mas levando em conta que essa taxa de variação ela se dá num processo isotérmico.





Ondas sonoras se propagam em fluidos. A velocidade do som pode ser expressa em termos de taxa de variação da pressão com respeito à densidade. Em principio, escrevemos:

$$\frac{\delta P}{\delta \rho} = V_s^2$$

Ocorre que a taxa de variação da pressão depende da natureza do processo que deu origem à perturbação. Em geral, consideramos dois tipos de processos dando origem à perturbação de pressão num fluido. Processos isotérmicos e adiabáticos. Temos assim duas velocidades possíveis. Quando a perturbação é gerada de tal forma que o processo ocorre a temperatura constante, a velocidade é dada pela derivada considerando-se a temperatura constante:

$$V_T^2 = \frac{\delta P}{\delta \rho} \bigg|_T$$

No caso em que o processo é adiabático, escrevemos:

$$V_A^2 = \frac{\delta P}{\delta \rho} \bigg|_A$$

O número de Mach, M, é obtido como uma relação entre a velocidade do fluido e a velocidade do som no fluido. Ou seja,

$$M = \frac{V}{V_s}$$

# 2.2- Classificando Fluidos

A seguir, abordaremos a questão de classificação de fluidos. Os fluidos podem ser classificados de acordo com algumas características. Vamos então falar de algumas classificações dos fluidos, por exemplo, um fluido compressível, um fluído não compressível é um exemplo. Finalmente nós vamos abordar a questão do movimento dos fluidos. Aqui estamos falando dos tipos de escoamentos dos fluidos e que são objeto de grande interesse.





Vamos agora à classificação dos fluidos. Vamos começando pela classificação mais simples. Agora podemos definir dois tipos de fluidos. Um fluido pode ser viscoso ou um fluido real. Em geral os fluidos são viscosos. E uma segunda categoria são os fluidos não viscosos.

Fluidos podem ser classificados ainda como fluidos newtonianos e fluidos não newtonianos. Nós dizemos que um fluido é newtoniano se a relação entre a tensão e o gradiente de velocidade se essa relação for linear. No entanto, se esta relação não for uma relação linear dizemos que o fluido é não newtoniano.

#### 2.2.1 Fluidos Viscosos (ou reais) e Não viscosos (ou ideais)

Fluidos não viscosos a rigor não existem. No entanto, essa situação idealizada descreve de forma aproximada o comportamento de alguns fluidos quando sob determinadas condições.

A questão decisiva, na classificação dos fluidos numa dessas duas categorias, tem a ver com o coeficiente de viscosidade. A rigor, podemos falar de dois coeficientes de viscosidade. O coeficiente de viscosidade dito dinâmico, relevante na equação de Navier-Stoker é definido pela expressão abaixo. Outro parâmetro relevante é o coeficiente de viscosidade cinemático definido por:

$$\upsilon = \frac{\eta}{\rho}$$

Alguns coeficientes de viscosidade são apresentados na tabela abaixo.





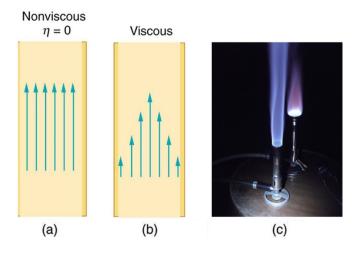
Tabela 2: Tabela com alguns valores da viscosidade.

	viscosidade (Pa·s)	
álcool etílico	0,248 × 10 <sup>-3</sup>	
acetona	0,326 × 10 <sup>-3</sup>	
metanol	0,597 × 10 <sup>-3</sup>	
álcool propílico	2,256 × 10 <sup>-3</sup>	
benzeno	0,64 × 10 <sup>-3</sup>	
água	1,0030 × 10 <sup>-3</sup>	
nitrobenzeno	2,0 × 10 <sup>-3</sup>	
mercúrio	17,0 × 10 <sup>-3</sup>	
ácido sulfúrico	30 × 10 <sup>-3</sup>	
óleo de oliva	81 × 10 <sup>-3</sup>	
óleo de rícino	0,985	
glicerol	1,485	
polímero derretido	10 <sup>3</sup>	
piche	10 <sup>7</sup>	
vidro	1040	
Sangue	4 × 10 <sup>-3</sup>	

Observa-se que os gases têm, de longe, um coeficiente de viscosidade dinâmica bem menos do que os líquidos.

Um líquido viscoso tem o seu movimento descrito pela equação de Navier-Stoker.

O escoamento de um fluído viscoso é bastante diferente de um fluído ideal. As figuras abaixo ilustram algumas dessas diferenças.







Consideramos um fluído como sendo ideal quando não classificação de energia decorrente dos efeitos das forças atrativas entre as moléculas ou átomos. Ou seja, dissipação associados às mesmas forças que dão origem às forças de atrito. Isto vale em relação aos elementos de volume dos fluídos ou não fluídos com o meio externo.

Para considerarmos um fluído como sendo um fluído ideal se durante o seu movimento não existem trocar de Carlos entre o fluído e o meio no qual ele está imerso (por exemplo, o meio ambiente). Assim, para um fluido ideal a entropia é constante:

#### 2.2.2 Fluidos Newtonianos e Não Newtonianos

Fluidos para os quais a relação entre tensão de cisalhamento e a resposta em termos do gradiente de velocidades, obedece a uma relação linear

$$\tau = \eta \, \frac{dV}{dy}$$

são denominados não Newtonianos.

No entanto, a relação mais geral possível, no entanto, é da forma:

$$\tau = k \left(\frac{dV}{dy}\right)^n$$

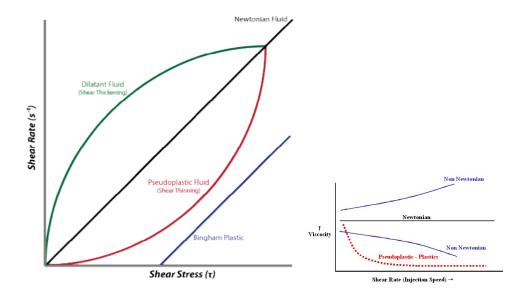
Onde n é um numero inteiro e maior do que um.

Em função da relação entre tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento, ser ou não uma relação linear, classificamos os fluidos como sendo Newtonianos ou não.

Quando a relação é linear o fluido é dito Newtoniano. Gases e a água, por exemplo, são fluidos Newtonianos. Quando a relação é não linear (vide figura) o fluido é não Newtoniano.







#### 2.2.3 Fluidos Compressíveis e incompressíveis

Se a densidade de um fluido se mantiver constante ao longo do tempo e do espaço, o fluido é dito incompressível.

Assim, podemos também classificar o fluido de acordo com o aspecto da compressibilidade. Um fluido é dito incompressível se a sua densidade se mantém constante. Ou seja, se a velocidade do fluido não variar de ponto a ponto. Escrevemos então:

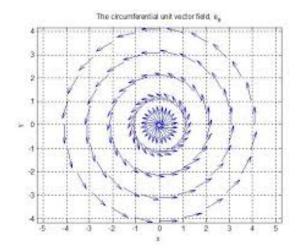
$$\rho = \rho_0$$

É, assim, um fluido bastante simples. Ou melhor, num estado dentre os mais simples, pois estamos diante de um fluido cuja densidade não varia de ponto. Ás vezes utilizamos essa situação como uma aproximação para uma situação real,

Se admitirmos o fluido como sendo incompressível nós já podemos fazer uma previsão bastante simples em relação às linhas de corrente.

Num fluido incompressível as linhas de corrente são sempre linhas fechadas de acordo com a figura abaixo





# 2.3- Classificando Escoamentos

Existem muitas formas de classificar escoamentos. Por exemplo, á luz da dimensionalidade do mesmo. Assim, podemos falar de escoamentos unidimensionais, quando a velocidade tem apenas a componente x, por exemplo. Quando a velocidade tem apenas duas componentes, estamos lidando com escoamentos bidimensionais. No caso mais geral, estamos nos referindo a escoamentos tridimensionais

A seguir abordaremos alguns tipos de escoamentos, com ênfase especial aos escoamentos de fluidos incompressíveis e que se movimentam sem executar movimento de rotação. Ademais consideraremos apenas fluidos bidimensionais.

# 2.3.1 Escoamentos Unidimensionais, Bidimensionais e Tridimensionais.

Um escoamento unidimensional é o mais simples de todos. Para ele escrevemos:

$$V_{r} \neq 0$$

$$V_{v} = 0$$

$$V_z = 0$$

Assim, nesse caso, as linhas de corrente são sempre paralelas





Definimos **escoamentos bidimensionais** como sendo aqueles que ocorrem da mesma forma ao longo de planos paralelos. Nesse caso eles não dependem do plano (aqui tomado como sendo o eixo z). Nesse caso, o campo de velocidades tem duas componentes:

$$V_{r} \neq 0$$

$$V_y \neq 0$$

$$V_z = 0$$

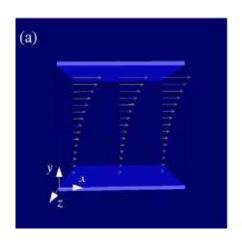
No escoamento tridimensional, o campo de velocidades exibe as três componentes:

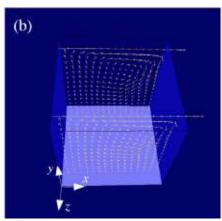
$$V_x \neq 0$$

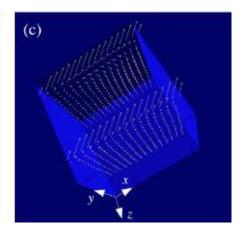
$$V_v \neq 0$$

$$V_z \neq 0$$

Escoamento bidimensional e escoamentos tridimensionais







# 2.3.2 Escoamento permanente ou estacionário

Denominamos escoamentos permanentes como sendo aqueles para os quais as grandezas físicas relevantes não dependem explicitamente do tempo. Ou seja, as grandezas relevantes não dependem do tempo.

$$\vec{V}(x,y,z)$$

$$\rho(x,y,z)$$

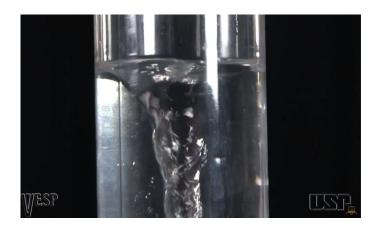




#### 2.3.3 Escoamentos rotacionais e irrotacionais

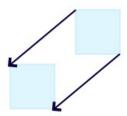
Num escoamento irrotacional poderíamos dizer que o fluido não possui uma velocidade angular que varia, eventualmente, de ponto a ponto. Abaixo apresento um vídeo onde ocorre uma situação bastante interessante, bastante estudada também que é o surgimento de vórtices. O fluido tem, portanto uma velocidade angular e gira em torno de um eixo.

Abaixo apresento um vídeo onde ocorre uma situação bastante interessante, bastante estudada também que é o surgimento de vórtices. O fluido tem, portanto uma velocidade angular e gira em torno de um eixo.



youtube.com/watch?v=16iCr kfZlo

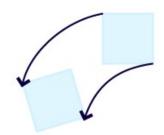
Na figura abaixo, ilustramos a evolução de uma parte do fluido irrotacional,



No caso em que o fluido é rotacional, no entanto, a evolução seria de acordo com a figura abaixo.



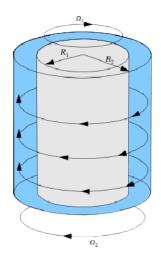




A título de exemplo, consideremos o caso em que

$$V_x(x,y) = -V_0 y / \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$V_y(x,y) = V_0 x / \sqrt{x^2 + y^2}$$

Esse caso é ilustrado na figura abaixo



# 2.3.4 Escoamentos incompressíveis e irrotacionais

São os escoamentos mais simples de serem analisados.

# 2.3.5 Exemplo de Escoamentos Simples

Consideremos três exemplos de escoamentos simples. O primeiro é aquele de uma fonte ou de um sorvedouro na origem. No caso de uma fonte na origem o potencial de velocidade é dado por:

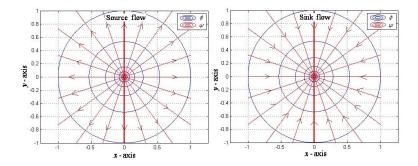




$$V_x = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}$$

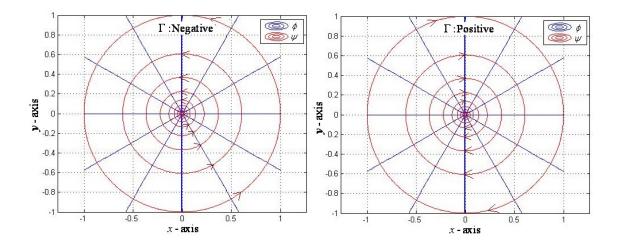
$$V_y = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}$$

No caso de uma fonte,  $\alpha \rangle 0$ . Para o Sorvedouro teremos  $\alpha \langle 0$ .



Consideremos agora o caso de um vórtice. Nesse caso a velocidade tem sempre a componente azimutal. Ou seja

$$\vec{v}(r,\theta) = v_{\theta}(r,\theta)\vec{e}_{\theta} = v_{\theta}(r,\theta)(-\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j})$$







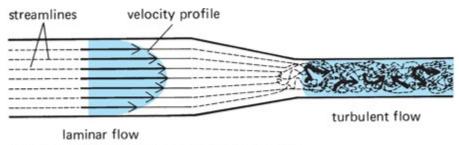
#### 2.3.6 Escoamentos Laminar e Turbulento

No regime laminar a velocidade do fluido em relação a objeto é a mesma ao longo de laminas (vide figura). A definição de lâmina não é muito precisa.

As características principais do escoamento laminar, são:

- 1- Ele acontece apenas quando o escoamento ocorre a baixas velocidades.
- 2- As partículas do fluido percorrem trajetórias praticamente retilíneas.
- 3- Ele ocorre apenas para números de Reynolds baixos (Re < 2000)
- 4- Quando acrescentamos um corante no fluido ele não se mistura com o fluido.
- 5- Tratamento matemático é mais simples
- 6- É um tipo de escoamento mais raro de acontecer

Por exemplo, no caso de um objeto nele imerso, no regime laminar a velocidade do fluido em relação ao objeto é a mesma ao longo de uma lamina. As moléculas de uma determinada lâmina não interagem com as moléculas de outras lâminas. O movimento é mais organizado, vide figura abaixo



Copyright @2006 by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

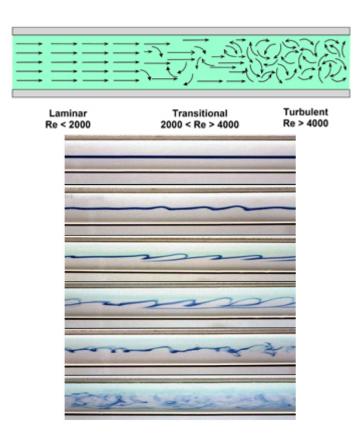
No regime dito turbulento, ocorrem interações entre as diversas moléculas. O movimento é muito mais complexo, mais desorganizado. As linhas de força exibem um padrão que pode ser representado pela figura 16.23b.

- 1- Acontece quando o escoamento ocorre a baixas velocidades.
- 2- As partículas do fluido percorrem trajetórias completamente irregulares.
   O movimento médio ocorre na direção do escoamento.
- 3- Ele ocorre para números de Reynolds altos (Re > 4000)
- 4- Quando acrescentamos um corante no fluido ele se mistura com o fluido.
  Ou seja, o fluido fica completamente colorido.





- 5- Tratamento matemático é muito mais complexo
- 6- É o tipo de escoamento mais comum



Nenhum dos dois tipos de escoamento está ao alcance na nossa vista.



Fig 16.23. Campos de velocidade no regime laminar e turbulento.

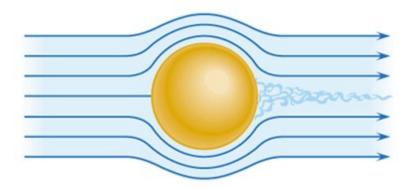
Assim, pode-se dizer que aquilo que melhor caracteriza cada um dos regimes é o número de Reynolds

Um fluido pode exibir os dois tipos de escoamento. No entanto, verifica-se que há uma fase de transição. Essa fase denominada de transição é marcada pelos seguintes características.





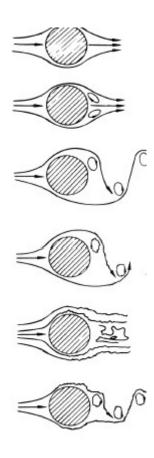
- 1- Nessa fase as velocidades não são nem muito baixas, nem muito altas. Ela acontece num domínio de velocidades entre os dois tipos de escoamentos já mencionados.
- 2- Essa fase é marcada pelo surgimento dos primeiros vórtices (vide fig. abaixo)



- 3- Ele ocorre para números de Reynolds intermediários, ou seja, na faixa de valores 2000 <Re < 4000)</p>
- 4- Quando acrescentamos um corante no fluido ele se mistura com o fluido. Ou seja, o fluido, no entanto não fica completamente colorido.







### 2.3.7 Forças no Regime Turbulento

A expressão (000) para a força exercida por um fluido quando do movimento de um objeto nele imerso, só vale para pequenas velocidades. Ou seja, quando se trata do regime dito laminar. Nesse regime, a força é de natureza viscosa, resulta apenas da colisão do objeto em movimento com os átomos do fluido.

Ao atingir o regime turbulento, a força sobre um objeto, quando este se movimenta ao longo do eixo  $\mathsf{z}(\mathit{F_z})$ , pode ser escrita como:

$$F_z = -\frac{\rho C_a A}{2} V_z^2$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar (quando o fluido for o ar),  $C_a$  é o coeficiente de arrasto (o qual depende da geometria do objeto e do coeficiente de viscosidade), A é a área do objeto em contato com o fluido e  $V_z$  é a





componente z da velocidade. Muitas vezes escrevemos, nesse regime, expressões envolvendo potencias de ordem mais alta na velocidade. Ou seja:

$$F_z = -\kappa V_z^n$$

onde κ é uma constante análoga àquela da expressão (000).

Na tabela 16.1 apresentamos alguns valores típicos e aproximados dos coeficientes de arrasto para diferentes designs de automóveis.

Forma	$C_a$
0 00 2	0,8 - 0,9
	0,35
	0,24
	0,16
6000	0,13

Tabela 16.1. Alguns valores do coeficiente de arrasto.

Tabela 16.1. Alguns valores do coeficiente de arrasto.





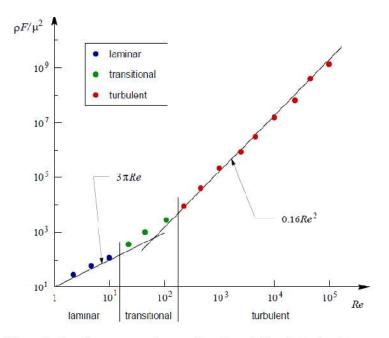


Figure 3.16: Dimensionless force on a sphere as function of Re; plotted points are experimental data, lines are theory (laminar) and curve fit (turbulent).