

1: Princípio da superposição

Interferência é o fenômeno que tem como origem a adição vetorial dos campos eletromagnéticos (princípio da superposição). Ao se calcular a intensidade do campo resultante, através da eq. (4.41), veremos que esta pode ser maior ou menor que a soma das intensidades dos campos que se superpuseram. Em geral, estes são oriundos da mesma fonte e percorrem caminhos ópticos distintos, de forma que haverá uma diferença de fase entre eles. A Fig. 7.1 mostra um exemplo de como o processo de interferência pode ser obtido. Para efeitos práticos, é como se os raios 1 e 2 fossem provenientes de duas fontes virtuais, F' e F'' . Vários outros casos serão descritos posteriormente. Veremos no Cap. 8 que se a fonte for coerente teremos interferência *estacionária*, ao passo que se a fonte for incoerente teremos interferência *não estacionária*.

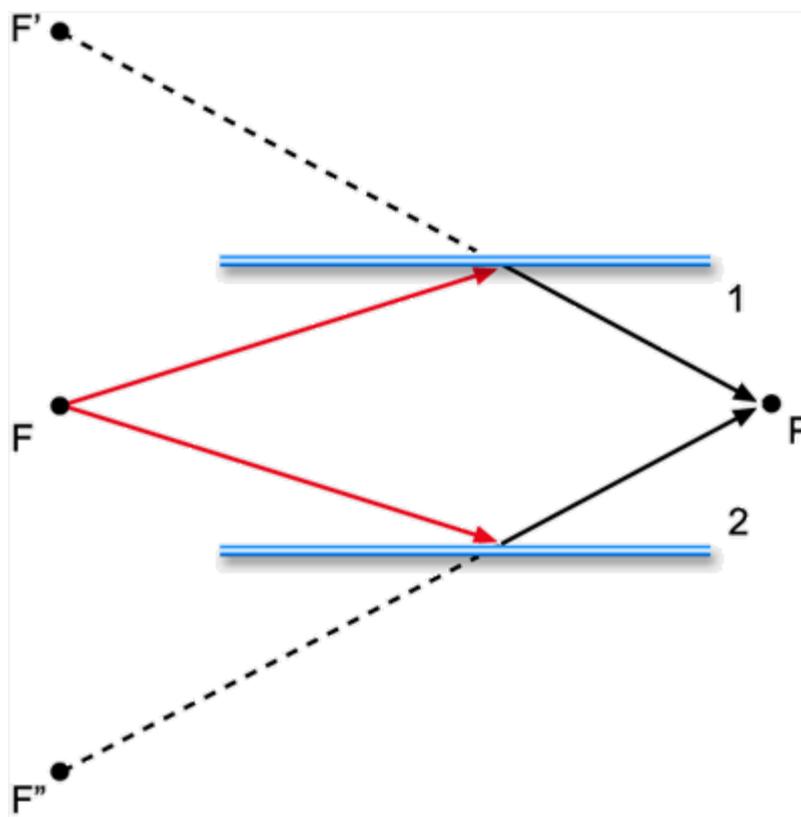


Fig. 7.1 - Diagrama esquemático mostrando a obtenção de interferência.

Autor: Sergio Carlos Zilio

Para entender melhor o princípio da superposição, vamos considerar duas fontes pontuais F_1 e F_2 emitindo ondas esféricas, monocromáticas e coerentes num meio não polarizável (vácuo) conforme está mostrado na Fig. 7.2. No ponto P temos:

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{E}_{01}}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} \exp\{i[k|\vec{r} - \vec{r}_1| - \omega t - \varphi_1]\} \quad (7.1a)$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\vec{E}_{02}}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} \exp\{i[k|\vec{r} - \vec{r}_2| - \omega t - \varphi_2]\} \quad (7.1b)$$

que são os campos produzidos pelas fontes F_1 e F_2 , respectivamente.

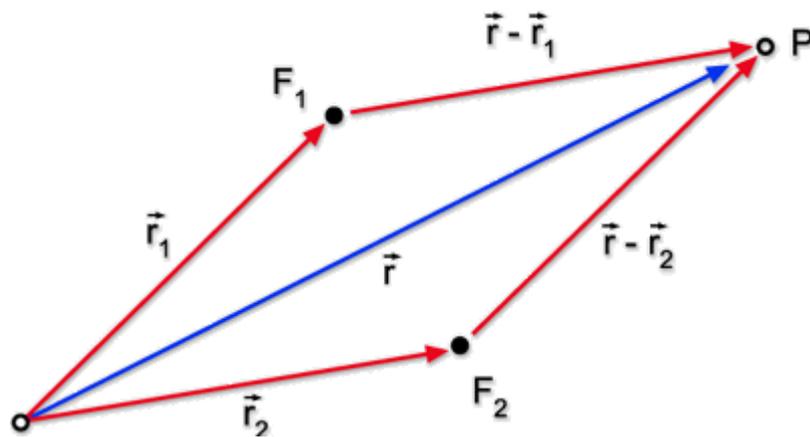


Fig. 7.2 - Arranjo para a observação de interferência de duas fontes pontuais monocromáticas.

O campo resultante \vec{E} vem da superposição de \vec{E}_1 e \vec{E}_2 , isto é, da adição vetorial $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. A intensidade é proporcional a $(\vec{E}^x \vec{E})$, logo:-

$$I \propto \vec{E}^x \vec{E} = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + \vec{E}_1^x \vec{E}_2 + \vec{E}_1 \vec{E}_2^x \quad (7.2)$$

Os dois últimos termos são aqueles responsáveis pela interferência, como veremos a seguir. Podemos escrever estes termos como:

$$\vec{E}_1^x \vec{E}_2 + \vec{E}_1 \vec{E}_2^x = \frac{2\vec{E}_{01}\vec{E}_{02}}{|\vec{r} - \vec{r}_1||\vec{r} - \vec{r}_2|} \cos(k|\vec{r} - \vec{r}_1| - k|\vec{r} - \vec{r}_2| + \varphi_1 - \varphi_2) \quad (7.3)$$

Supondo que \vec{E}_{01} e \vec{E}_{02} são paralelos e definindo:

$$\vec{A}_1 = \frac{\vec{E}_{01}}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} \quad (7.4a)$$

$$\vec{A}_2 = \frac{\vec{E}_{02}}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} \quad (7.4b)$$

$$\delta = k(|\vec{r} - \vec{r}_1| - |\vec{r} - \vec{r}_2|) + \varphi_1 - \varphi_2 \quad (7.4c)$$

temos:

$$\vec{E} \cdot \vec{E} = A_1^2 + A_2^2 + 2\vec{A}_1 \vec{A}_2 \cos \delta \quad (7.5)$$

ou alternativamente,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (7.6)$$

onde o último termo, oriundo da mistura de \vec{E}_1 e \vec{E}_2 varia com a diferença de fase entre os campos e dá origem ao fenômeno chamado interferência. Para a obtenção da eq. (7.6) tomamos \vec{E}_{01} e \vec{E}_{02} paralelos. Se isto não ocorrer, o termo de interferência deverá ser multiplicado por $\cos \Phi$, onde Φ é o ângulo entre \vec{E}_{01} e \vec{E}_{02} . Voltando à análise da eq. (7.6), podemos ver que a intensidade máxima é:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \quad (7.7a)$$

que é maior que a soma $(I_1 + I_2)$. Isto acontece quando o co-seno vale 1, ou seja, quando $\delta = 2n\pi$ (interferência construtiva). Por outro lado, a intensidade mínima é dada por:

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \quad (7.7b)$$

que é menor que $(I_1 + I_2)$. Isto acontece para $\cos \delta = -1$, ou seja, quando $\delta = (2n+1)\pi$ (interferência destrutiva). A Fig. 7.3 mostra como a intensidade varia com δ .

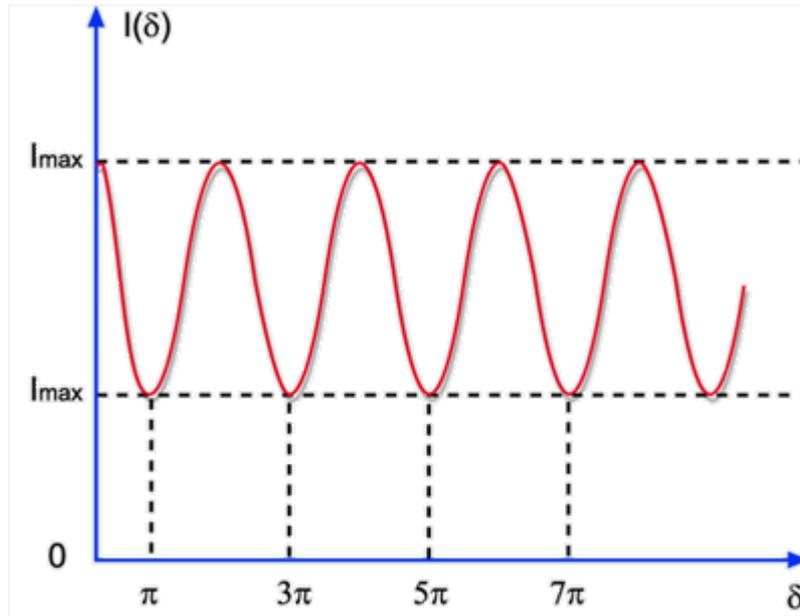
Autor: Sergio Carlos Zilio

Fig. 7.3 - Intensidade dos campos superpostos com função da diferença da fase.

No caso em que $I_1 = I_2 = I_0$ temos $I_{\max} = 4I_0$ e $I_{\min} = 0$. Costuma-se definir a visibilidade das franjas (visibilidade de Michelson) como:

$$\eta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad (7.8)$$

No caso particular em que $\phi_1 = \phi_2$ temos $\delta = k \{ |\vec{r} - \vec{r}_1| - |\vec{r} - \vec{r}_2| \}$, de forma que se considerarmos os máximos, veremos que eles satisfazem:

$$\frac{\delta}{k} = \frac{2n\Pi}{k} = \{ |\vec{r} - \vec{r}_1| - |\vec{r} - \vec{r}_2| \} = \text{const} \quad (7.9)$$

que é um hiperbolóide de revolução. δ pode ser colocado em termos da diferença de caminhos óticos, que neste caso é dada por:

$$\Delta = n \{ |\vec{r} - \vec{r}_1| - |\vec{r} - \vec{r}_2| \} \quad (7.10)$$

Logo:

$$\delta = \frac{2\Pi}{\lambda_0} \Delta + (\phi_2 - \phi_1) \quad (7.11)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

Geralmente $\phi_1 = \phi_1(t)$ e $\phi_2 = \phi_2(t)$, isto é, as fases mudam com o tempo. Chamando τ_0 de tempo de coerência, que é um tempo característico ligado à mudança de fase, e T de tempo de observação, quando $\tau_0 \ll T$ temos interferência não estacionária. Voltaremos a este tópico no Cap. 8.

2: Interferência por divisão da frente de onda

Na discussão do princípio da superposição feita na seção anterior, foram utilizados apenas dois feixes para simplificar a análise, mas o princípio é válido para um número arbitrário deles, conforme abordaremos nas seções posteriores. Em dispositivos interferométricos que utilizam dois feixes costuma-se dividir a frente de onda e isto pode ser feito de várias maneiras, como veremos a seguir.

a. Experiência de Young (fenda dupla)

Um experimento clássico que demonstra a interferência da luz foi feito por Thomas Young, em 1802. Considere o arranjo experimental mostrado na Fig. 7.4. Luz proveniente de uma fonte F passa por um pequeno orifício S e incide sobre duas fendas paralelas estreitas S_1 e S_2 separadas por uma distância h . Um anteparo colocado após as fendas mostrará listas claras e escuras, definindo assim o padrão de interferência que estamos interessados em encontrar. Note que o orifício S é de fundamental importância pois é ele que fornece a coerência espacial necessária entre a radiação vinda das duas fendas.

Como vimos anteriormente na eq. (7.11), $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta + (\varphi_2 - \varphi_1)$,

onde $\Delta = n(\overline{S_2P} - \overline{S_1P})$ é a diferença de caminhos ópticos. Usando o teorema de Pitágoras temos:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$\overline{S_2P} = \sqrt{\left(y + \frac{h}{2}\right)^2 + D^2} \gg D \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(y + \frac{h}{2}\right)^2}{D^2} \right\} \quad (7.12a)$$

$$\overline{S_1P} = \sqrt{\left(y - \frac{h}{2}\right)^2 + D^2} \gg D \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(y - \frac{h}{2}\right)^2}{D^2} \right\} \quad (7.12b)$$

que são expressões válidas apenas quando $h \ll D$. Desta forma,

$$\begin{aligned} \Delta &= nD \left[1 + \frac{1}{2} \frac{y^2 + \frac{h^2}{4} + yh}{D^2} \right] = \\ &= -nD \left[1 + \frac{1}{2} \frac{y^2 + \frac{h^2}{4} - yh}{D^2} \right] = \frac{nyh}{D} \end{aligned} \quad (7.13)$$

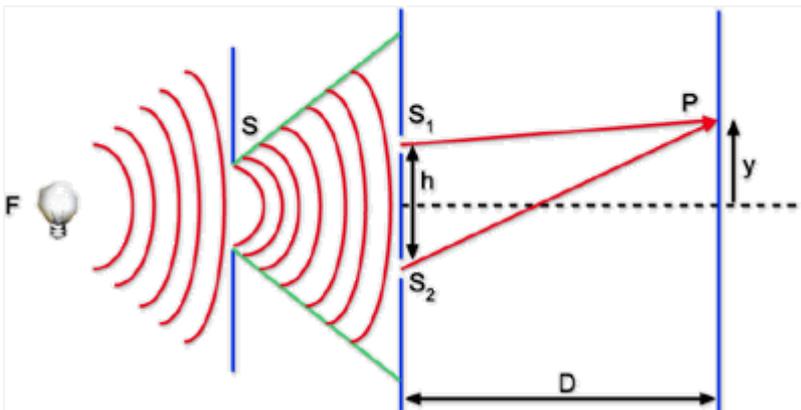


Fig. 7.4 - Experimento de Young para a observação de interferência.

Vamos agora supor que $n = 1$ (vácuo) e $\phi_1 = \phi_2$ (feixes coerentes). Disto resulta que:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{yh}{D} \quad (7.14)$$

Para se obter intensidade máxima devemos ter:

$$\delta = 2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{yh}{D} \Rightarrow y_{\max} \frac{D}{h} m\lambda_0 \quad (7.15a)$$

e intensidade mínima quando:

$$\delta = 2\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{yh}{D} \Rightarrow y_{\min} \frac{D}{h} \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad (7.15b)$$

A Fig. 7.5 mostra o padrão de interferência que se observa no anteparo. A distância entre duas franjas consecutivas (dois máximos consecutivos), chamada *interfranja* é dada por:

$$y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda_0 D}{h} \quad (7.16)$$

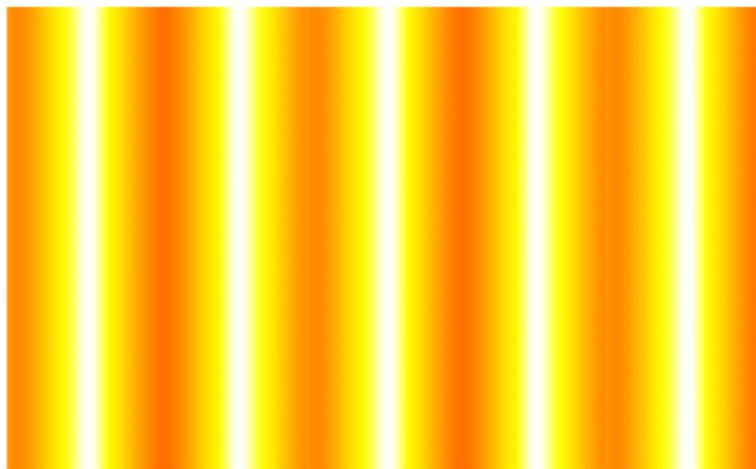


Fig. 7.5 - Padrão de interferência obtido com a fenda dupla.

Maneiras alternativas de se demonstrar interferência por divisão da frente de

Autor: Sergio Carlos Zilio

ondas são vistas na Fig. 7.6. Dentre elas se incluem também os interferômetros de Michelson e de Mach-Zehnder, que devido a sua importância serão tratados separadamente.

b. Interferômetro de Michelson

O interferômetro de dois feixes mais conhecido foi desenvolvido por Michelson em 1880. O desenho básico está mostrado na Fig. 7.7. A radiação proveniente de uma fonte F é colimada e dividida por um divisor de feixes DF. Os feixes divididos são refletidos pelos espelhos E_1 e E_2 e voltam para o divisor de feixes. O padrão de interferência é observado em P, ao se variar a posição de um dos espelhos.

Supondo ser a fonte monocromática e o interferômetro estar no vácuo ($n = 1$), a diferença de caminhos ópticos é dada por $\Delta = x_1 - x_2$ e portanto a diferença de fase é:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(x_1 - x_2) \quad (7.17)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

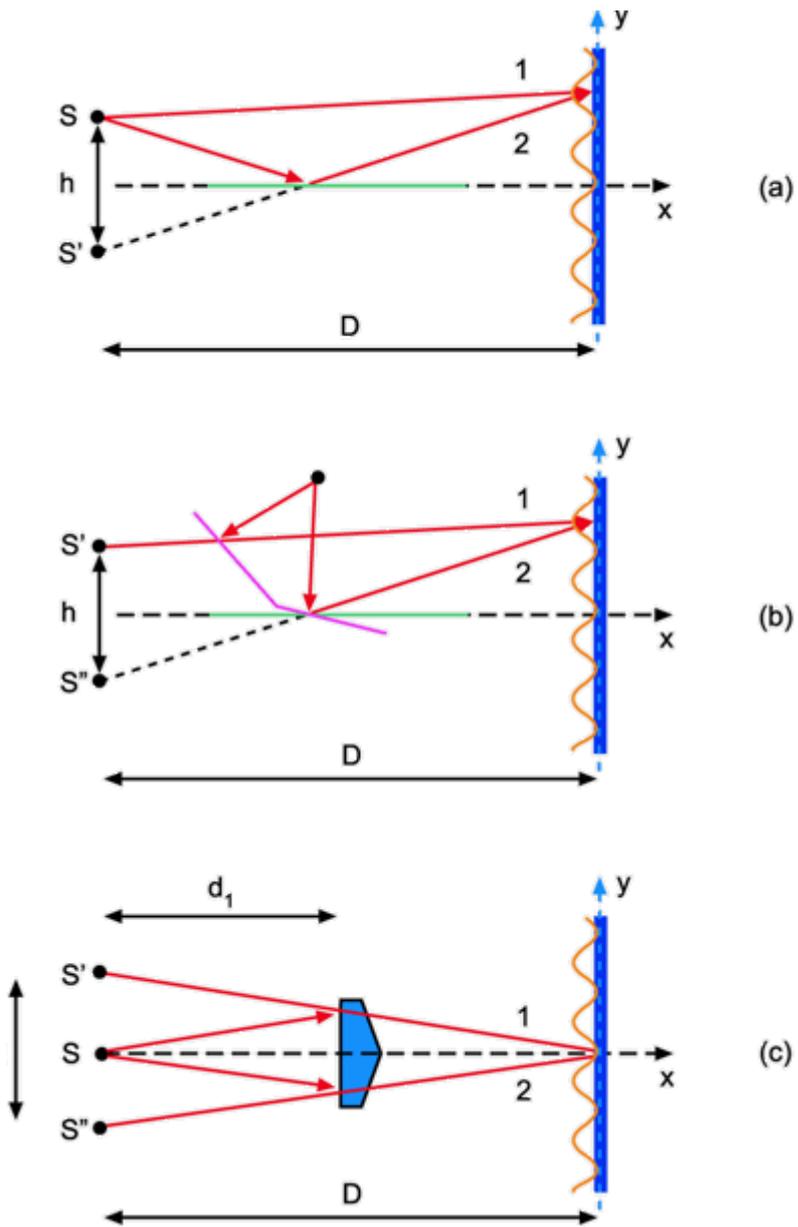
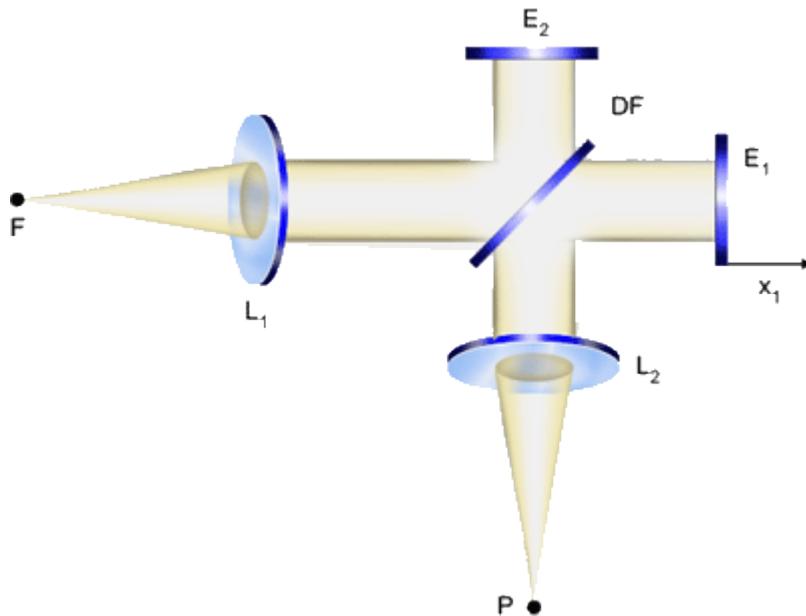


Fig. 7.6 - Alguns dispositivos que produzem interferência por divisão de frente de onda:

(a) espelho simples de Lloyd, (b) espelho duplo de Fresnel e (c) biprisma de Fresnel.

Autor: Sergio Carlos Zilio**Fig. 7.7 - Interferômetro de Michelson.**

onde x_1 e x_2 são respectivamente as distâncias percorridas pelos feixes 1 e 2.

A intensidade observada em P é:

$$I(\Delta) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{y} \Delta\right) \quad (7.18)$$

Como os feixes 1 e 2 são refletidos e transmitidos de maneira igual pelo divisor D, temos $I_1 = I_2 = I_0$. Desta forma,

$$I(\Delta) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{y} \Delta\right) \right] \quad (7.19)$$

Observando que $I(0) = 4I_0$, podemos re-escrever a eq. (7.19) como:

$$I(\Delta) = \frac{1}{2} I(0) \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{y} \Delta\right) \right] \quad (7.20)$$

ou, alternativamente:

$$P(\Delta) = I(\Delta) - \frac{1}{2} I(0) = \frac{1}{2} I(0) \cos\left(\frac{2\pi}{y} \Delta\right) \quad (7.21)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

É interessante notar que $P(\Delta)$ é a transformada de Fourier do espectro da fonte, isto é, de uma função $\delta(\lambda - \lambda_0)$. Este instrumento é usado para fazer espectroscopia com transformada de Fourier da seguinte maneira: mede-se $I(\Delta)$ variando-se a posição de um dos espelhos, subtrai-se $\frac{1}{2}I(0)$ para a obtenção de $P(\Delta)$ e em seguida faz-se a transformada de Fourier que nos dá o espectro $B(\lambda)$ da fonte. Voltaremos a falar deste instrumento no Cap. 8.

c. Interferômetro de March-Zehnder

Um outro interferômetro de dois feixes importante é o interferômetro de Mach-Zehnder. O desenho básico está mostrado na Fig. 7.8 e o princípio de funcionamento é similar ao de Michelson. A radiação proveniente de uma fonte F é colimada e dividida por um divisor de feixes DF_1 . Os feixes divididos são refletidos pelos espelhos E_1 e E_2 e vão para um outro divisor de feixes DF_2 . O padrão de interferência é observado na saída 1 ou na saída 2, ao se variar a posição de um dos espelhos.

A característica principal deste instrumento é que variando-se a diferença de caminhos ópticos é possível fazer com que a luz comute entre uma e outra saída. Isto tem importância em comunicações ópticas porque possibilita alterar a direção de tráfego do sinal. Já no caso do interferômetro de Michelson, a luz ou vai para o observador, ou retorna para a fonte.

Autor: Sergio Carlos Zilio

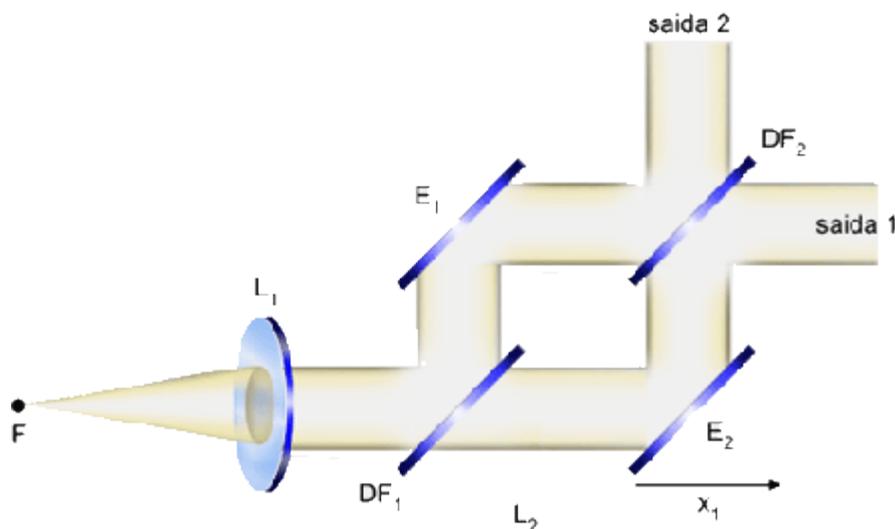


Fig. 7.8 - Interferômetro de Mach-Zehnder.

3: Interferência por divisão de amplitude

No nosso estudo de interferência nos concentramos até agora no problema de interferência entre apenas dois feixes. Queremos agora tratar o problema de interferência entre múltiplos feixes. Uma maneira de se produzir um grande número de feixes mutuamente coerentes é por reflexão múltipla entre duas superfícies planas e paralelas parcialmente refletoras, como por exemplo, a placa de vidro mostrada na Fig. 7.9.

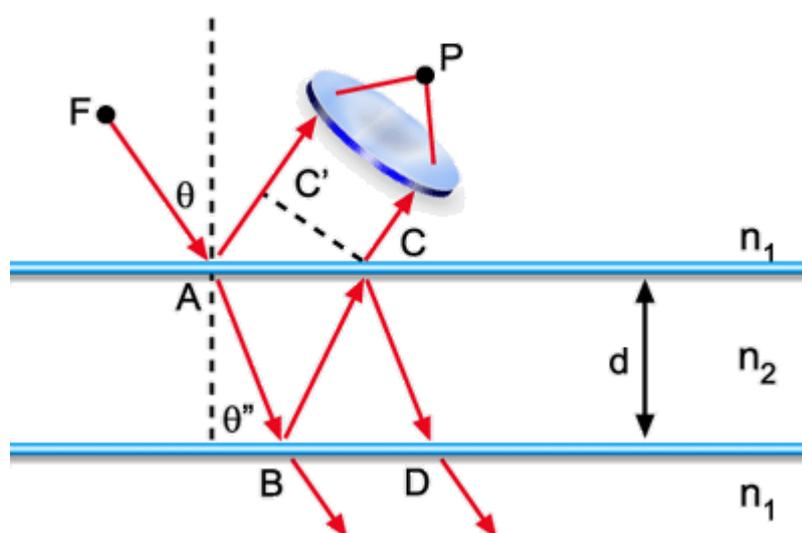


Fig. 7.9 - Interferência por múltiplas reflexões.

Autor: Sergio Carlos Zilio

Vamos inicialmente considerar apenas os raios (1) e (2) atingindo o ponto P. Posteriormente tomaremos um número maior de raios. Tomando a origem da propagação no ponto A, a situação do campo elétrico será:

Em

$$A: \begin{cases} \text{Incidente: } E_0 \exp\{-i\omega t\} & (7.22a) \\ \text{Re fletido: } \rho E_0 \exp\{-i\omega t\} & (7.22b) \\ \text{Transmitido: } \tau E_0 \exp\{-i\omega t\} & (7.22c) \end{cases}$$

Em

$$B: \begin{cases} \text{Incidente: } \tau E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} - \omega t)\} \\ \text{Re fletido: } \rho' \tau E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} - \omega t)\} \\ \text{Transmitido: } \tau \tau' E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} - \omega t)\} \end{cases}$$

Em

$$C: \begin{cases} \text{Incidente: } \rho' \tau E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} + k_2 \overline{BC} - \omega t)\} \\ \text{Re fletido: } \rho' \tau E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} + k_2 \overline{BC} - \omega t)\} & (7.24a) \\ \text{Transmitido: } \rho' \tau \tau' E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} + k_2 \overline{BC} - \omega t)\} & (7.24b) \end{cases}$$

(7.24c)

C:

A frente de onda é constituída pelos campos em C e C', dados por:

$$\begin{aligned} E_c &= \rho' \tau \tau' E_0 \exp\{i(k_2 \overline{AB} + \overline{BC}) - \omega t\} = \\ &= \rho' \tau \tau' E_0 \exp\{i(2k_2 \overline{AB} - \omega t)\} \end{aligned} \quad (7.25a)$$

$$E_{c'} = \rho E_0 \exp\{i(k_1 \overline{AC} - \omega t)\} \quad (7.25b)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

onde $\overline{AB} = \overline{BC}$. Por outro lado, vemos que $\overline{AB} = \frac{d}{\cos \theta''}$ e $\overline{AC}' = \overline{AC} \sin \theta$

implicando que $\overline{AC} = 2d \tan \theta'' \sin \theta$. Definimos:

$$\phi_1 = k_1 \overline{AC}' = 2dk_1 \tan \theta'' \sin \theta \quad (7.26a)$$

$$\phi_2 = 2k_2 \overline{AB} = \frac{2dk_2}{\cos \theta''} \quad (7.26b)$$

Podemos ainda obter através das equações de Fresnel que $\rho = -\rho'$ e $\tau\tau' = 1 - \rho^2$. Desta forma o campo elétrico total na frente de onda será:

$$\begin{aligned} E_{total} &= E_1 + E_2 = E_0 \left[\rho e^{i\phi_1} + \rho' \tau \tau' e^{i\phi_2} \right] \exp\{-i\omega t\} = \\ &= \rho E_0 \exp\left[i(\phi_1 - \omega t)\right] \left[1 + (1 - \rho^2) \exp\{i(\phi_2 - \phi_1)\} \right] \end{aligned} \quad (7.27)$$

de forma que a intensidade será proporcional a:

$$|E_{total}|^2 = E_{total}^x \cdot E_{total} = \rho^2 E_0^2 \left\{ 1 + (1 - \rho^2) \left[1 - 2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \right] \right\} \quad (7.28)$$

Se tivermos trabalhando com vidros teremos

$$\rho \sim 0,2 \rightarrow \rho^2 = 0,04 \rightarrow (1 - \rho^2) = 0,96 \sim 1. \text{ Então:}$$

$$|E_{total}|^2 = 2\rho^2 E_0^2 \left[1 - \cos(\phi_2 - \phi_1) \right] \quad (7.29)$$

A diferença de fases é:

$$\begin{aligned} \delta = \phi_2 - \phi_1 &= \frac{2k_2 d}{\cos \theta''} - 2k_1 d \sin \theta \tan \theta'' = \\ &= \frac{2d}{\cos \theta''} (k_2 - k_1 \sin \theta \sin \theta'') \end{aligned} \quad (7.30)$$

Usando a lei de Snell, $k_1 \sin \theta = k_2 \sin \theta''$, temos:

$$\delta = 2dk_2 \cos \theta'' = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 d \cos \theta'' \quad (7.31)$$

As condições de máximo e mínimo de interferência são dadas respectivamente por:

$$\frac{4\pi n_2}{\lambda_0} d \cos \theta'' = (2m + 1)\pi \quad (7.32a)$$

$$\frac{4\pi n_2}{\lambda_0} d \cos \theta'' = 2m\pi \quad (7.32b)$$

4: Interferômetro de Fabry-Pérot

Voltamos agora à discussão da interferência de múltiplos feixes considerando todos os feixes emergindo da placa como indicado na Fig. 7.10. Usando o princípio da superposição encontramos o campo elétrico transmitido como:

$$E = \sum_{i=1}^{\infty} E_i = E_0 \tau \tau' + E_0 \tau \tau' \rho' e^{i\delta} + E_0 \tau \tau' \rho' e^{i2\delta} + \dots \quad (7.33)$$

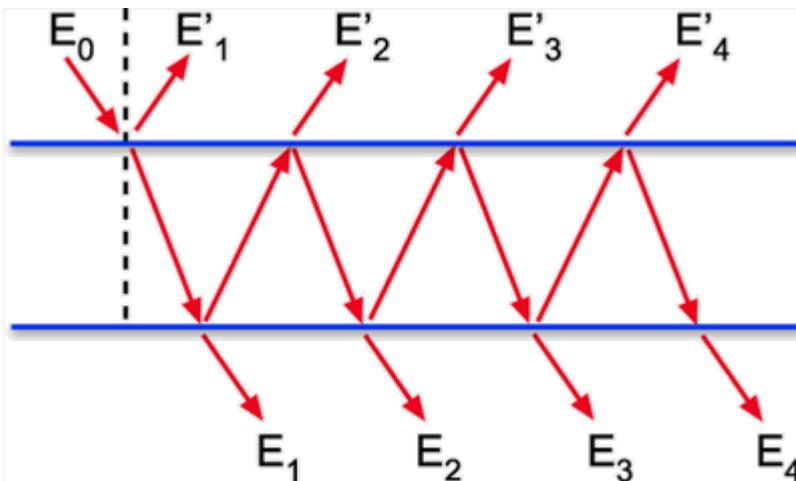


Fig. 7.10 - Interferência de múltiplos feixes.

onde $E_0(t) = E_0 \exp\{-i\omega t\}$, a origem das fases foi novamente tomada em A

Autor: Sergio Carlos Zilio

e δ é a diferença de fase obtida na seção anterior $\left(\delta = \frac{4x}{\lambda_0} n_2 d \cos \theta'' \right)$.

Colocando $E_0 \tau \tau'$ em evidência obtemos:

$$E = E_0 \tau \tau' (1 + \rho'^2 e^{i\delta} + \rho'^4 e^{i2\delta} + \dots) = \frac{E_0 \tau \tau'}{1 - \rho'^2 e^{i\delta}} \quad (7.34)$$

Nesta última passagem foi usado o fato de que o termo entre parênteses é uma série geométrica. Além disso, $\tau \tau' = 1 - \rho^2 = 1 - R$ e $\rho'^2 = \rho^2 = R$, portanto o campo elétrico será dado por:

$$E = \frac{E_0 (1 - R)}{1 - R e^{i\delta}} \quad (7.35)$$

de onde se calcula a intensidade como:

$$I \propto |E|^2 = \frac{E_0^2 (1 - R)^2}{(1 - R e^{i\delta})(1 - R e^{-i\delta})} = \frac{E_0^2 (1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos \delta} \quad (7.36)$$

ou seja,

$$I(\delta) = \frac{I_0 (1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \left(\frac{\cos^2 \delta}{2} - \frac{\sin^2 \delta}{2} \right)} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2} \frac{\sin^2 \delta}{2}} \quad (7.37)$$

Quando $\delta = 2n\pi$ temos $\frac{\sin^2 \delta}{2} = 0$ e $I_{\max} = I_0$, mas quando

$\frac{\sin^2 \delta}{2} = 1$ e $I_{\min} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2}}$. A função $I(\delta)$, chamada de função de Airy,

está mostrada na Fig.7.11. Costuma-se escrever:

$$I(\delta) = \frac{1}{1 + \frac{F \sin^2 \delta}{2}} \quad (7.38)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

onde $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ indica o contraste das franjas de interferência. A função de

Airy pode ser também graficada como função da frequência ν . Chamando de $\Delta\nu$ a distância entre dois picos consecutivos desta função (free spectral range) e de $\delta\nu$ a largura de cada pico, podemos definir a finesse do interferômetro como:

$$F = \frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} \quad (7.39)$$

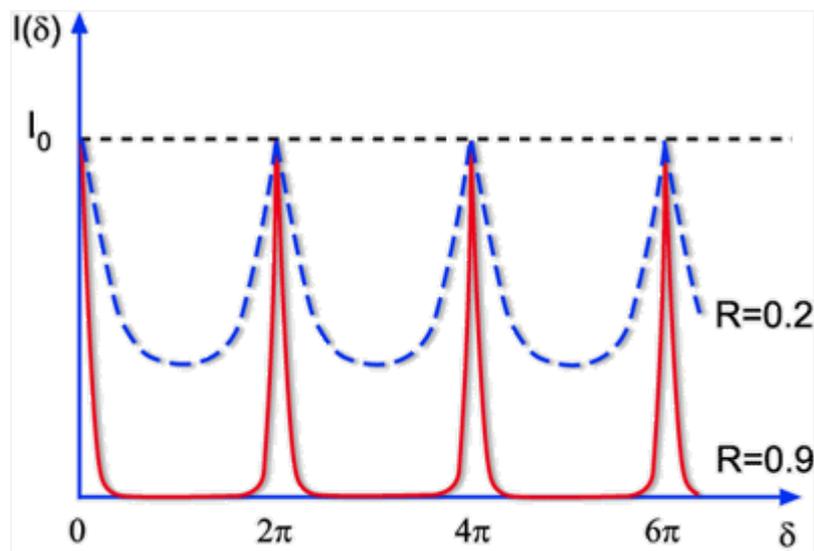


Fig. 7.11 - Função de Airy

O dispositivo inventado por C. Fabry e A Pérot é usado geralmente para medidas de comprimentos de onda com alta precisão e para o estudo da estrutura fina de linhas espectrais. Um interferômetro deste tipo consiste essencialmente de dois espelhos parcialmente refletivos de vidro ou quartzo, podendo ser planos ou esféricos mas estando alinhados para se obter o contraste de franjas máximo. Se a distância entre as placas puder ser variada mecanicamente, o dispositivo é chamado *interferômetro*, mas se as placas forem fixas o termo usado é *étalon*. As Figs. 7.12 (a) e (b) mostram as duas situações.

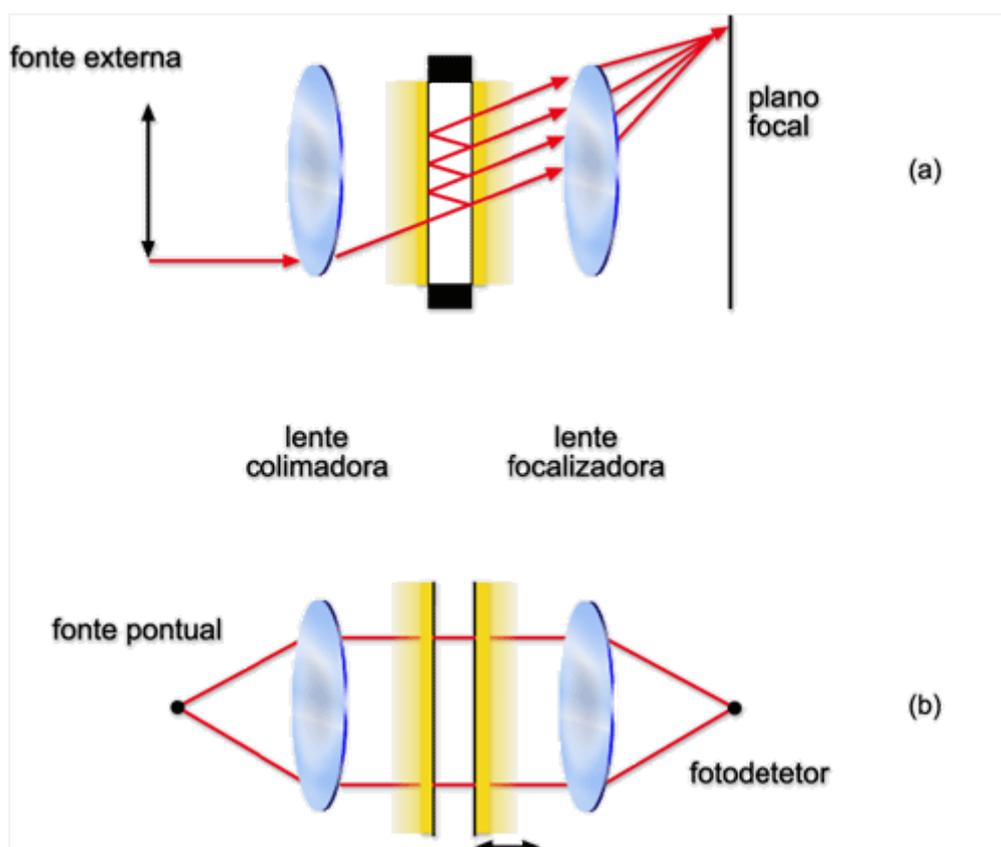


Fig. 7.12 - (a) étalon Fabry-Perot e (b) interferômetro de Fabry-Perot.

O interferômetro é usualmente montado entre lentes colimadora e focalizadora. Se uma fonte extensa de luz é usada, franjas circulares concêntricas aparecem no plano focal da lente focalizadora. Uma outra maneira de se usar o interferômetro é no método de varredura, utilizando uma fonte pontual que é colocada de tal forma que apenas um ponto aparece no plano focal de saída. A varredura pode ser obtida mecanicamente, variando a distância entre os espelhos, ou, opticamente, variando a pressão do gás (índice de refração) no interferômetro. A intensidade de saída é medida foto-eletronicamente e consiste numa soma de funções de Airy, uma para cada componente espectral.

5: Analizador de espectro óptico

Em todo o mundo, os lasers são amplamente empregados em diversas áreas do conhecimento humano. Durante sua utilização, principalmente no

Autor: Sergio Carlos Zilio

desenvolvimento de ciência e tecnologia, vários fatores influenciam a eficácia e precisão de uma determinada técnica. O comprimento de onda da luz do laser está sempre sujeito a pequenas variações devido a flutuações térmicas do ambiente, variações na tensão de alimentação, ruídos acústicos etc. Para que se possa corrigir, ou pelo menos monitorar, as variações de comprimento de onda de lasers, é necessária a utilização de instrumentos ópticos com alto poder de resolução, capazes de distinguir frequências bem próximas. Este tipo de instrumento é o analisador de espectro óptico, que consiste de um interferômetro de Fabry-Perot confocal, cujo tamanho da cavidade é alterado por meio de um transdutor piezoelétrico, como mostra a Fig. 7.13.

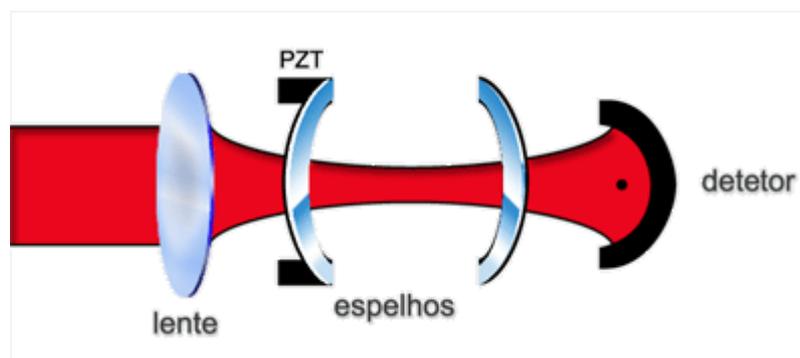


Fig. 7.13 - Vista esquemática do analisador de espectro óptico.

O princípio de funcionamento do interferômetro de Fabry-Perot foi discutido na seção anterior, onde encontramos que sua transmissão é dada pela função de Ary:

$$I(\nu) = \frac{I_0}{1 + \left(\frac{2F}{x}\right)^2 \frac{\sin^2 \delta}{2}} \quad (7.40)$$

onde I_0 é a intensidade da luz incidente, F é a finesse da cavidade óptica $\left(F = \frac{\pi\sqrt{R}}{(1-R)}\right)$ e $\delta = \frac{4\pi\nu d}{c}$ é a fase ganha pela onda ao efetuar uma

volta completa na cavidade. A expressão acima é válida para uma onda plana incidindo normalmente num interferômetro de espelhos planos, separados por uma distância d . Num caso real, o feixe é gaussiano e os espelhos são

Autor: Sergio Carlos Zilio

esféricos, porém, o formato da curva é essencialmente o mesmo, exceto pela fase π , que no caso do interferômetro confocal passa a ser a metade. A finesse caracteriza a qualidade da cavidade; quanto maior ela for, menor a largura dos picos de intensidade e maior o poder de resolução do interferômetro. Vemos da expressão para F que a finesse depende da refletividade dos espelhos, de maneira que quanto maior a refletividade, maior a finesse. Na prática, outros fatores são importantes na determinação de F , apesar da refletividade continuar sendo o termo principal. Estes outros fatores são: irregularidade nas superfícies, desalinhamento dos espelhos, perdas por absorção e por difração.

Se a distância entre os espelhos for variada continuamente por meio de um transdutor piezoelétrico, a intensidade medida pelo detetor apresentará um perfil como o mostrado pela linha cheia da Fig. 7.14. Se o laser apresentar outro modo, de frequência ν' , a ele corresponderá outro função de Airy, mostrada pela linha tracejada da Fig. 7.14. A distância entre picos consecutivos

($\Delta\nu = \frac{c}{4d}$ no caso da cavidade confocal) é chamado de intervalo espectral

livre (free spectral range) que em geral é da ordem de GHz. O espectro repete-se periodicamente em cada intervalo espectral livre. A finesse é definida

como $F = \frac{\Delta\nu}{\delta\nu}$, onde $\delta\nu$ é a largura de linha mostrada na Fig. 7.14.

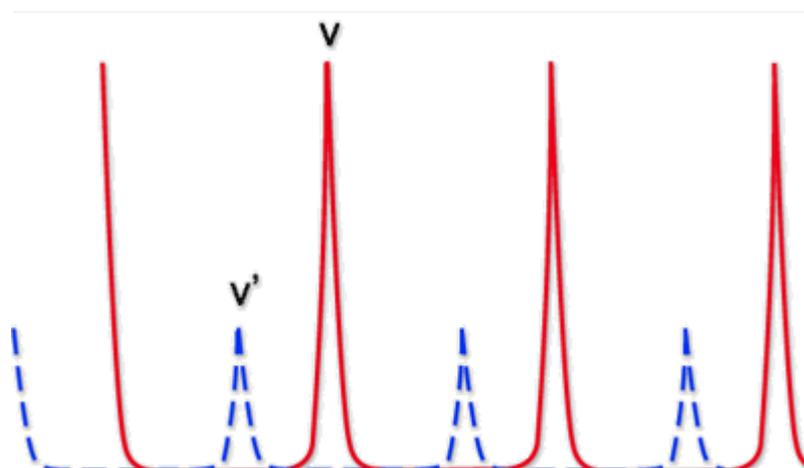


Fig. 7.14 - Funções de Airy para as frequências ν e ν' .

6: Teoria das películas

Uma das aplicações da interferência de múltiplos feixes é na confecção de componentes ópticos que transmitem ou refletem seletivamente a radiação eletromagnética. Tais componentes são feitos depositando-se filmes finos de materiais dielétricos sobre um substrato de vidro ou quartzo opticamente plano.

Os materiais mais utilizados para este fim são:

$MgF_2 (n = 1,38)$, $SiO_2 (1,45)$, $ZnS (n = 2,38)$, $cridita (n = 1,34)$,
 $TiO_2 (n = 2,2)$, ZnO_2 , CSF , etc

No tratamento deste problema não usaremos a soma de campos transmitidos ou refletidos como foi feito o interferômetro de Fabry-Perot. Ao invés, faremos uso das condições de contorno para \vec{E} e \vec{H} nas interfaces entre os filmes. Considere 3 meios com índices de refração n_0, n_1 e n_2 conforme mostra a Fig. 7.15. O campo \vec{E}_0 incide do meio n_0 sobre o meio n_1 . O campo total refletido é \vec{E}_0 . No meio n_1 o campo total caminhando para a direita é \vec{E}_1 e para a esquerda \vec{E}_1 e no meio n_2 o campo total transmitido é \vec{E}_2 caminhando para a direita. Como as polarizações não se alteram na passagem de um meio para o outro, podemos escrever as condições de contorno para os módulos de \vec{E} e \vec{H} como:

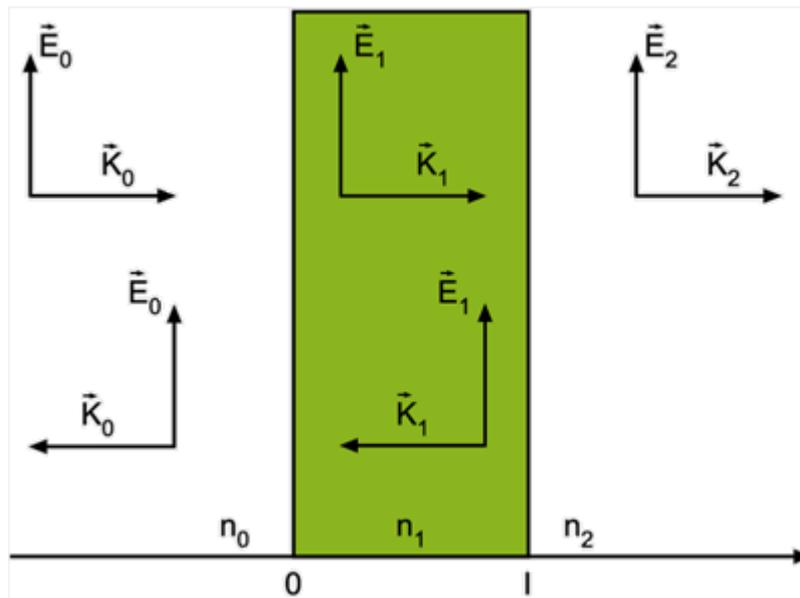


Fig. 7.15 - Geometria dos campos elétricos para a determinação das condições de contorno.

$$\text{Em } x=0: \begin{cases} E_0 + E_0' = E_1 + E_1' \\ H_0 - H_0' = H_1 - H_1' \end{cases} \quad (7.41a)$$

$$\text{Em: } x=l \begin{cases} E_1 \exp\{ik_1 l\} + E_1' \exp\{-ik_1 l\} = E_2 \exp\{ik_2 l\} \\ H_1 \exp\{ik_1 l\} + H_1' \exp\{-ik_1 l\} = H_2 \exp\{ik_2 l\} \end{cases} \quad (7.41a)$$

Como $H = \frac{nE}{\mu c}$, as duas equações envolvendo o campo magnético se

transformam em:

$$n_0(E_0 - E_0') = n_1(E_1 - E_1') \quad (7.42a)$$

$$n_1(E_1 \exp\{ik_1 l\} - E_1' \exp\{-ik_1 l\}) = n_2 E_2 \exp\{ik_2 l\} \quad (7.42b)$$

Das equações anteriores para o campo elétrico e destas duas últimas sai que:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$n_0 \left(1 - \frac{E'_0}{E_0} \right) = \left[-in_1 \operatorname{sen} k_1 l + n_2 \cos k_1 l \right] \frac{E_2}{E_0} \exp \{ ik_2 l \} \quad (7.43.a)$$

$$1 + \frac{E'_0}{2} = \left[\cos k_1 l - i \frac{n_2}{n_1} \operatorname{sen} k_1 l \right] \frac{E_2}{E_0} \exp \{ ik_2 l \} \quad (7.43.b)$$

Lembrando-se que $\tau = \frac{E_2}{E_0}$ e $\rho = \frac{E'_0}{E_0}$ e que o fator $\exp \{ ik_2 l \}$ não é importante

pois sempre estamos interessados em $|\rho|^2$ e $|\tau|^2$, podemos escrever as equações acima na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} \rho = \begin{pmatrix} \cos k_1 l & -i \frac{\operatorname{sen} k_1 l}{2} \\ -in_1 \operatorname{sen} k_1 l & \cos k_1 l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_2 \end{pmatrix} \tau = M \begin{pmatrix} 1 \\ n_2 \end{pmatrix} \tau \quad (7.44)$$

onde M é chamada de matriz de transferência do filme n_1 . Podemos generalizar este raciocínio para N filmes:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} \rho = M_1 M_2 M_3 \dots M_N \begin{pmatrix} 1 \\ n_2 \end{pmatrix} \tau \quad (7.45)$$

onde $M_1 M_2 \dots M_N = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ é a matriz de transferência para N filmes. Da

igualdade matricial acima obtém-se:

$$\rho = \frac{An_0 + Bn_N n_0 - C - Dn_N}{An_0 + Bn_N n_0 + C + Dn_N} \quad (7.46.a)$$

$$\tau = \frac{2n_0}{An_0 + Bn_N n_0 + C + Dn_N} \quad (7.46.b)$$

A seguir vamos ver duas aplicações simples do que foi exposto acima.

Autor: Sergio Carlos Zilio**a. Película anti-refletora**

Tomemos inicialmente apenas uma película. Através da eq. (7.44) vemos que a matriz de transferência deste filme possui os elementos $A = \cos k_1 l$, $B = i \operatorname{sen} k_1 l / n_1$, $C = i n_1 \operatorname{sen} k_1 l$ e $D = \cos k_1 l$, que quando substituídos na eq. (7.46.a) resulta em:

$$\rho = \frac{n_1(1-n_2)\cos k_1 l + i(n_1^2 - n_2)\operatorname{sen} k_1 l}{n_1(1-n_2)\cos k_1 l - i(n_1^2 + n_2)\operatorname{sen} k_1 l} \quad (7.47)$$

Se $k_1 l = \frac{\pi}{2}$ temos $\rho = \frac{(n_2 - n_1^2)}{(n_2 + n_1^2)}$ e portanto, $R = |\rho|^2 = \left[\frac{(n_2 - n_1^2)}{(n_2 + n_1^2)} \right]^2$. Se

quisermos uma película anti-refletora ($\rho = 0$) as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$k_1 = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} = \frac{\pi}{2} \quad (7.48.a)$$

$$n_1 = \sqrt{n_2} \quad (7.48.b)$$

b. Películas refletoras

Considere agora 2N películas onde as ímpares têm espessura $\frac{\lambda_i}{4}$ e índice de refração n_i , enquanto que as pares possuem espessura $\frac{\lambda_p}{4}$ e índice de refração n_p conforme mostra a Fig. 7.16.

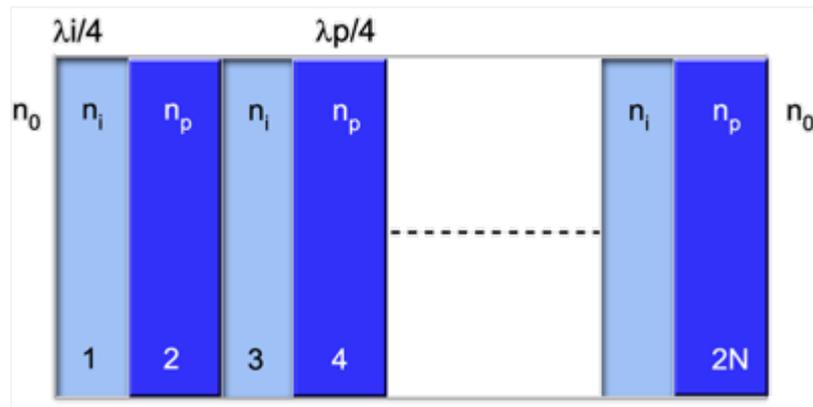
Autor: Sergio Carlos Zilio

Fig. 7.16 - Configuração para um espelho de alta refletividade.

As matrizes de transferência para as ímpares e pares são:

$$M_i M_p = \begin{pmatrix} -\frac{n_p}{n_i} & 0 \\ 0 & -\frac{n_i}{n_p} \end{pmatrix} P$$

$$M = (M_i M_p)^N = \begin{pmatrix} \left(-\frac{n_p}{n_i}\right)^N & 0 \\ 0 & \left(-\frac{n_i}{n_p}\right)^N \end{pmatrix} \quad (7.49)$$

Portanto, $A = \left(-\frac{n_p}{n_i}\right)^N$, $B = C = 0$ e $D = \left(-\frac{n_i}{n_p}\right)^N$ e assim, tomando $n_0 = 1$

temos:

$$\rho = \frac{\left(-\frac{n_p}{n_i}\right)^N - \left(-\frac{n_i}{n_p}\right)^N}{2} \cdot n \quad (7.50)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$\Rightarrow R = |\rho|^2 = \left[\frac{\left(\frac{n_p}{n_i} \right)^{2N} - n}{\left(\frac{n_p}{n_i} \right)^{2N} + n} \right]^2 \quad (7.51)$$

Quando $n \sim n_0 = 1$ e N muito grande, $\left(\frac{n_p}{n_i} \right)^{2N} \sim 0$ pois $n_p < n_i$ e portanto

$R \sim 1$.