3-4 Energia no MHS

A energia mecânica é conservada ao longo de todo o movimento do oscilador harmônico. Como sabemos, ela consiste de dois temos. O primeiro é a energia cinética, a qual é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left[A\omega sen\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2 = \frac{1}{2}m\left(A\omega\right)^2\left[sen\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2$$

Ou seja, a energia cinética varia com o tempo ao longo do movimento.

A segunda forma de energia do pêndulo é a energia potencial. Ela depende da coordenada da partícula de acordo com a expressão:

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

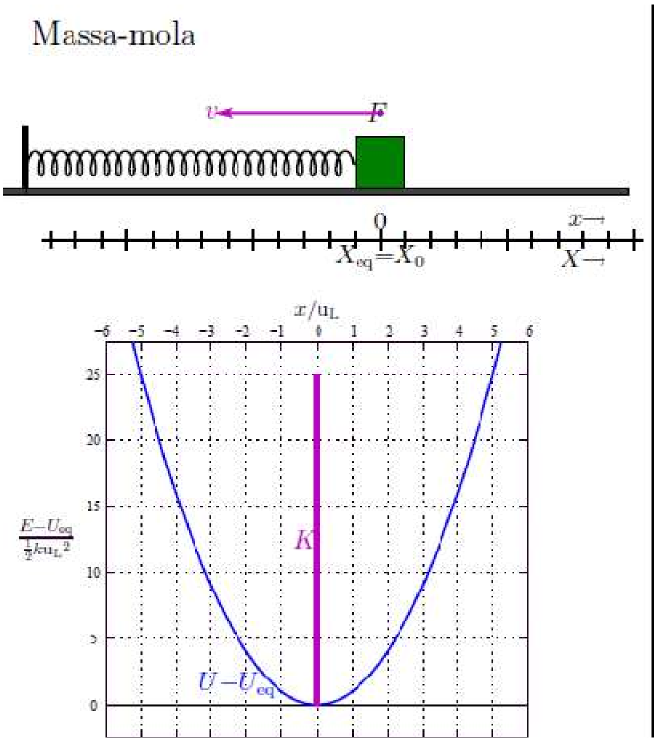

Fig. Gráfico da energia potencial.

Logo, substituindo-se a expressão para a coordenada como função do tempo, encontramos:

$$U = \frac{1}{2}k\left[A\cos\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2 = \frac{1}{2}kA^2\left[\cos\left(\omega t + \alpha\right)\right]^2$$

E, portanto, essa forma de energia também depende do tempo.

Assim no caso do movimento harmônico simples, a energia mecânica é dada pela expressão:

$$E = E_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Substituindo-se as expressões para a velocidade angular e o ângulo em função do tempo, encontraremos:

$$E = \frac{1}{2}m\left(A\omega\right)^2\left[sen\left(\omega t+\alpha\right)\right]^2 + \frac{1}{2}kA^2\left[\cos\left(\omega t+\alpha\right)\right]^2$$

Tendo em vista que

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Obtemos

$$E = \frac{1}{2}kA^2\left[sen\left(\omega t+\alpha\right)\right]^2 + \frac{1}{2}kA^2\left[\cos\left(\omega t+\alpha\right)\right]^2 = \frac{1}{2}kA^2\left(\left[sen\left(\omega t+\alpha\right)\right]^2 + \left[\cos\left(\omega t+\alpha\right)\right]^2\right)$$

Finalmente, lembrando que

$$sen^2\left(\omega t+\alpha\right) + \cos^2\left(\omega t+\alpha\right) = 1$$

Obtemos;

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Que é como sabemos e como foi verificado explicitamente, constante. A energia depende do quadrado da amplitude.

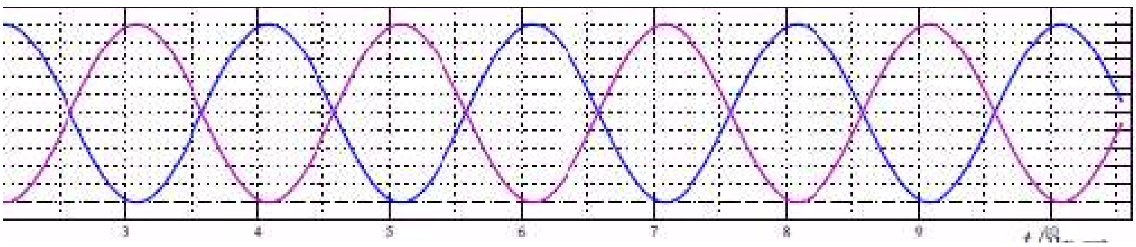

Fig. As energias potencial e cinética variam com o tempo. A energia mecânica, no entanto, permanece constante