2-3 Equação horária de MHS

A solução mais geral da equação de Newton é uma combinação linear de duas funções trigonométricas. Ou seja,

O mais comum dentre eles é aquele associado à rotação da Terra em torno de seu eixo. Outro

A expressão acima pode ser entendida como uma definição de movimento harmônico simples.

A solução depende, alem da constante ω, a ser determinada, de duas outras constantes C e D. Essas duas últimas constantes são determinadas a partir das condições iniciais:

$$x(0) \quad \text{e} \quad v(0) \quad .$$

e esse aspecto é importante termos sempre em mente.
Considerando-se a propriedade do coseno:

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - sen(a)sen(b)$$

Pode-se ver que a solução geral pode ser escrita ainda sob uma forma inteiramente equivalente a (000), ou seja:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0)$$

Donde inferimos que as constantes A e θ_0 se relacionam de uma forma simples com as constantes C e D. Tal relação è:

$$C = A\cos\theta_0$$
$$D = -Asen\theta_0$$

Temos assim duas formas equivalentes de escrever a equação horário do MHS, no que tange à equação horária da coordenada x.

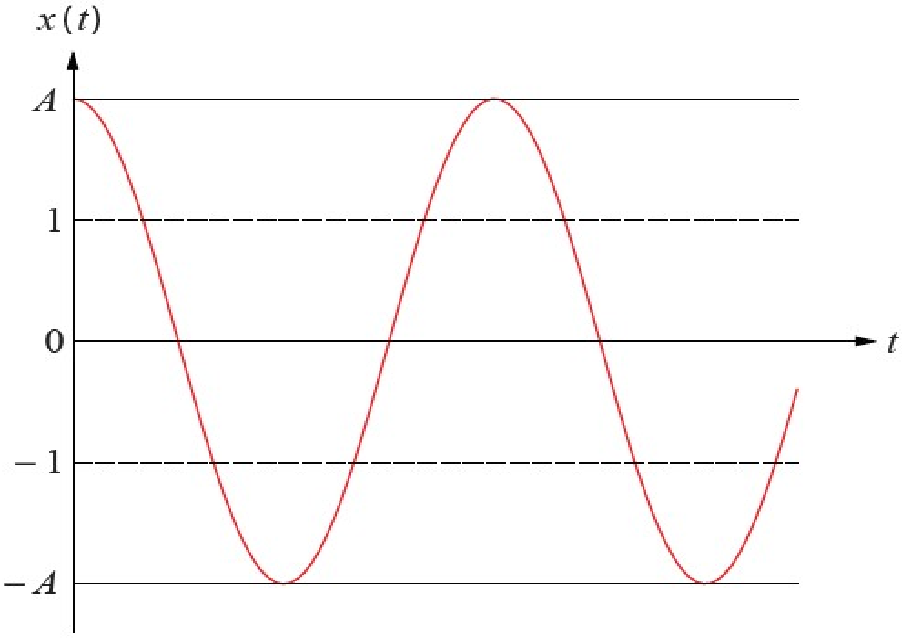

Fig. 26.6. Comportamento da posição em função do tempo.

Trata-se de uma solução envolvendo, de novo, três parâmetros desconhecidos e que serão determinados como segue.

Notemos primeiramente, que a solução proposta é tal que os valores máximos do deslocamento, x_M , e os valores mínimos, x_m, dos deslocamentos ocorrem para valores dados por:

$$x_M = A \qquad x_m = -A$$

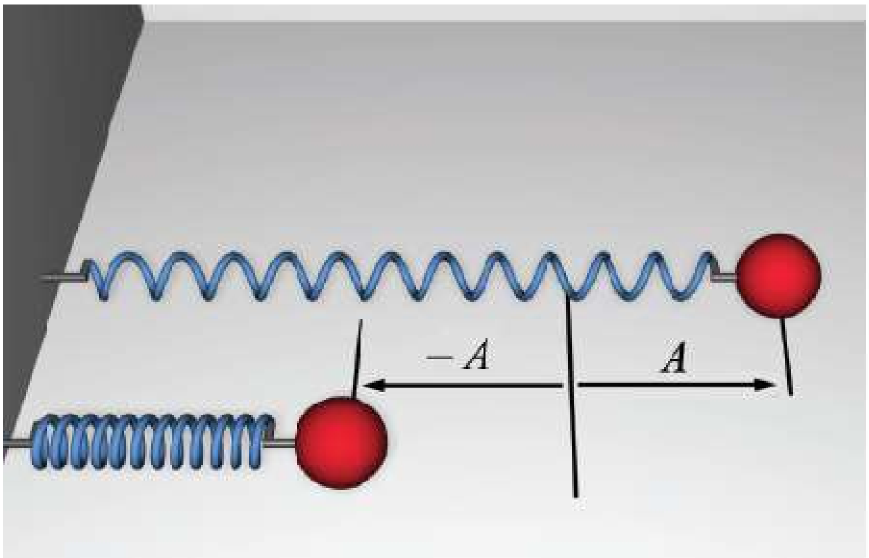

Fig. Ilustrando o conceito de amplitude.

Isso indica que o parâmetro A da expressão (000) é, portanto, a amplitude do movimento.

Denominamos o termo

$$\phi(t) = \omega t + \theta_0$$

De fase do MHS. Com isso, definimos a constante θ_0 como sendo a fase inicial. Isto é:

$$\theta_0 = \phi(t = 0)$$

A constante θ_0 é, portanto uma fase a qual, por enquanto, é uma constante arbitrária. No entanto, ela pode ser determinada, assim como a amplitude, a partir das condições iniciais. Ou seja, a partir do conhecimento de como o movimento se iniciou.

2-3.1 Período e Frequência desse MHS

Analisaremos agora a constante ω. A função cosseno é uma solução se ω for dado por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

E, portanto, a constante ω depende da massa e da constante elástica da mola. Veremos a seguir que essa constante está também relacionada ao período do movimento.

Como dito anteriormente, o movimento do oscilador harmônico é periódico. O período é determinado a partir da condição bastante geral enunciada na introdução e que nesse caso é:

$$x(t+T) = x(t)$$
$$v(t+T) = v(t)$$

Da solução proposta em (21.6) segue que a condição para que o movimento seja período do movimento é:

$$\cos(\omega t + \omega T + \theta_0) = \cos(\omega t + \theta_0)$$
$$sen(\omega t + \omega T + \theta_0) = sen(\omega t + \theta_0)$$

As condições acima são satisfeitas para valores de ωT tais que:

$$\omega T = 2\pi$$

Portanto, o período do movimento harmônico simples é dado por:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{k}}}$$

A frequência, sendo o inverso do período será dada pela expressão

$$\mathrm{f} = \frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{\omega}{2\pi} = \sqrt{\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}}\frac{1}{2\pi}$$

A frequência do oscilador harmônico depende, portanto, da massa da partícula e da constante elástica k.