

Autor: Sergio Carlos Zilio

1: Formulação matricial da ótica geométrica

Neste capítulo daremos sequência ao estudo de ótica geométrica, fazendo uma “revisão” da propagação dos raios através de sistemas ópticos, com ênfase em lentes. Para isto adotaremos um tratamento matemático na forma matricial. Este tipo de formalismo é de muita importância para a descrição da propagação de feixes gaussianos e cálculos de cavidades ressonantes para lasers, como veremos posteriormente. É também adequado para descrever sistemas que incluem muitos elementos ópticos, já que o efeito do conjunto pode ser encontrado através de multiplicação de matrizes.

Vamos levar em conta apenas os raios paraxiais confinados ao redor do eixo óptico (θ muito pequeno). Considere a situação mostrada na Fig. 3.1. Podemos supor que, na aproximação paraxial, existe uma relação linear entre as características geométricas dos feixes de entrada e saída do sistema óptico. Desta forma, tomando Y_i como a altura e θ_i como o ângulo do raio incidente no sistema óptico, e Y_e e θ_e como os parâmetros do feixe emergente, podemos escrever um conjunto de equações envolvendo estas grandezas:

$$\begin{aligned} Y_e &= S_{11}Y_i + S_{12}\theta_i \\ \theta_e &= S_{21}Y_i + S_{22}\theta_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

que pode ser colocada na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} Y_e \\ \theta_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_i \\ \theta_i \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

ou esquematicamente, na notação de Dirac utilizada na mecânica quântica, $|R_e\rangle = S|R_i\rangle$. Para um sistema óptico composto de vários elementos, basta apenas fazer a multiplicação de suas matrizes, respeitando a ordem com que os raios incidem nos elementos. Assim, $|R_n\rangle = nS_{n-1}\dots S_2S_1|R_1\rangle$.

Como exemplo, vamos encontrar a matriz S para uma lente positiva (convergente) de distância focal f . A Fig. 3.2 mostra os raios principais para uma lente convergente. Note que quando o raio estiver descendo $\frac{dy}{dz} < 0$ e portanto θ é negativo.

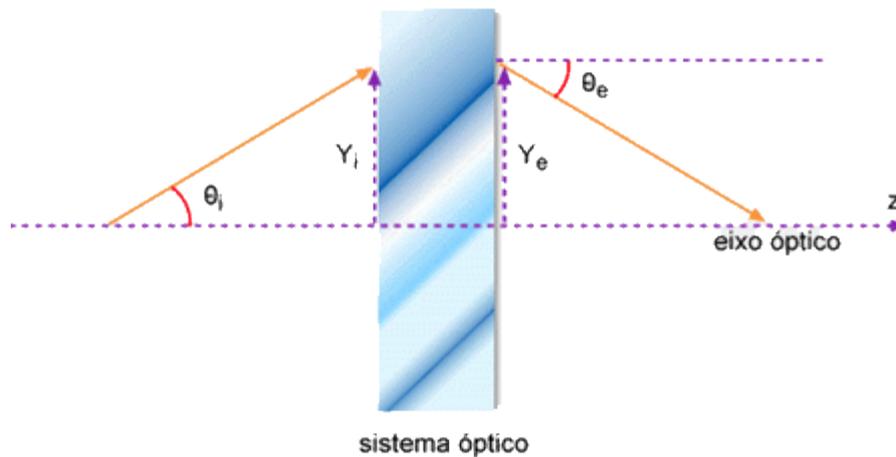
Autor: Sergio Carlos Zilio

Fig. 3.1 - Raios incidentes e emergentes de um sistema óptico. Na aproximação paraxial, $dy/dz = \text{tg}\theta \approx \theta$.

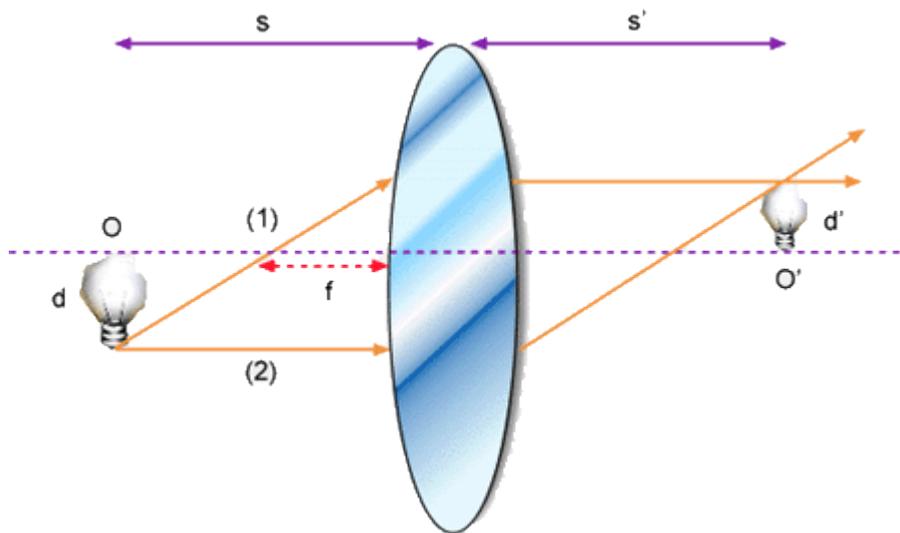


Fig. 3.2 - Traçado de raios para uma lente convergente de distância focal f .

O corresponde ao objeto (tamanho d) e O' à imagem (tamanho d').

Vamos usar a aproximação paraxial, na qual d e d' são muito menores que a distância focal f . Da Fig. 3.2 vemos que o raio (1) incidente sobre a lente é descrito pela altura $Y_i^{(1)} = d'$ e pelo ângulo $\theta_i^{(1)} = \text{arctg} \frac{d'}{f} = \frac{d'}{f}$, enquanto que o raio emergente é caracterizado por $Y_e^{(1)} = d'$ e $q_e^{(1)} = 0$. Logo, poderemos montar a seguinte equação matricial:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$\begin{pmatrix} d' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ \frac{d'}{f} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

que nos leva ao sistema de equações:

$$d' = S_{11}d' + S_{12}\frac{d'}{f} \quad (3.4a)$$

$$0 = S_{21}d' + S_{22}\frac{d'}{f} \quad (3.4b)$$

Para o raio (2), temos $Y_i^{(2)} = d'$, $\theta_i^{(2)} = 0$, $Y_e^{(2)} = -d$ e $\theta_e^{(2)} = \arctg \frac{d}{f} = \frac{d}{f}$.

Portanto,

$$\begin{pmatrix} -d \\ \frac{d}{f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

de onde se obtém:

$$-d = -S_{11}d \Rightarrow S_{11} = 1 \quad (3.6a)$$

$$\frac{d}{f} = -S_{21}d \Rightarrow S_{21} = -\frac{1}{f} \quad (3.6b)$$

Substituindo estes valores na eq. (3.4) encontramos $S_{12} = 0$ e $S_{22} = 1$, de forma que a matriz da lente positiva fica:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Para uma lente negativa (divergente) basta que se troque o sinal de f , como será demonstrado no problema 3.3. A determinação das matrizes de vários sistemas ópticos e suas combinações será deixada para a seção de exercícios. O procedimento a ser adotado na solução destes problemas é análogo ao que usamos para a lente positiva. Um fato que merece destaque é que as matrizes que representam os elementos ópticos, a exemplo da matriz da lente

Autor: Sergio Carlos Zilio

convergente, são unitárias. Logo, quando temos um sistema óptico composto de vários elementos, sua matriz também é unitária, pois é a resultante de um produto de matrizes unitárias. A seguir, vamos introduzir alguns conceitos envolvendo lentes finas e espessas.

2: Lentes finas

Uma lente é classificada como fina quando sua espessura for muito menor que a distância focal. Existem vários tipos de lentes cuja denominação depende de sua forma geométrica, como mostra a Fig. 3.3. Vamos nos ater apenas às lentes de superfícies esféricas, embora outras simetrias (cilíndrica, parabólica, elíptica, etc.) sejam hoje em dia de uso comum. De acordo com o resultado do exercício 3.2, a formação de imagens por uma lente fina obedece a uma equação simples:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S} + \frac{1}{S'} \quad (3.8)$$

onde f é a distância focal, s e s' são respectivamente as distâncias lente-objeto e lente-imagem. Esta equação será comprovada na Dem. 3.1.

Autor: Sergio Carlos Zilio

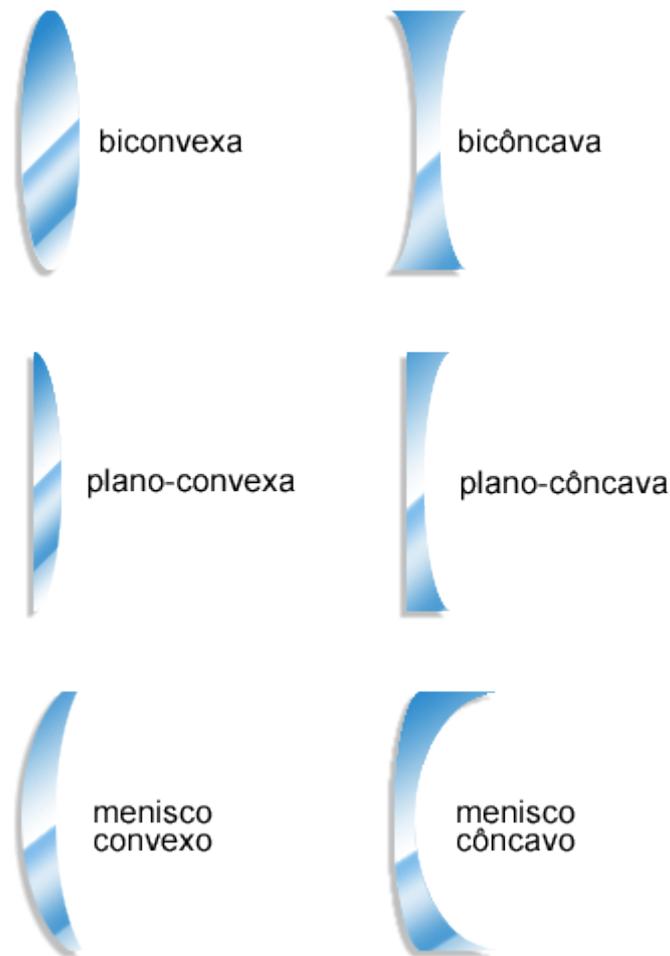


Fig. 3.3 - Seções transversais de algumas lentes finas de simetria esférica.

É importante para o fabricante de lentes saber como os raios de curvatura das superfícies esféricas e o índice de refração do vidro determinam a distância focal da lente. O relacionamento entre estas grandezas está deduzido a seguir. Considere uma lente biconvexa formada pelas superfícies esféricas de raios R_1 e R_2 , como mostrado na Fig. 3.4. O índice de refração do vidro é n e o do ar é 1. De acordo com o resultado do exercício 3.4, a matriz que descreve a interface 1 é dada por:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n-1)}{nR_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

com $R_1 > 0$ pois o centro de curvatura C_1 encontra-se à direita da interface, como discutido no exercício 3.4. Similarmente, a matriz que descreve a interface 2 é dada por:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n-1)}{nR_2} & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

onde $R_2 > 0$ (centro de curvatura C_2 à esquerda da interface).

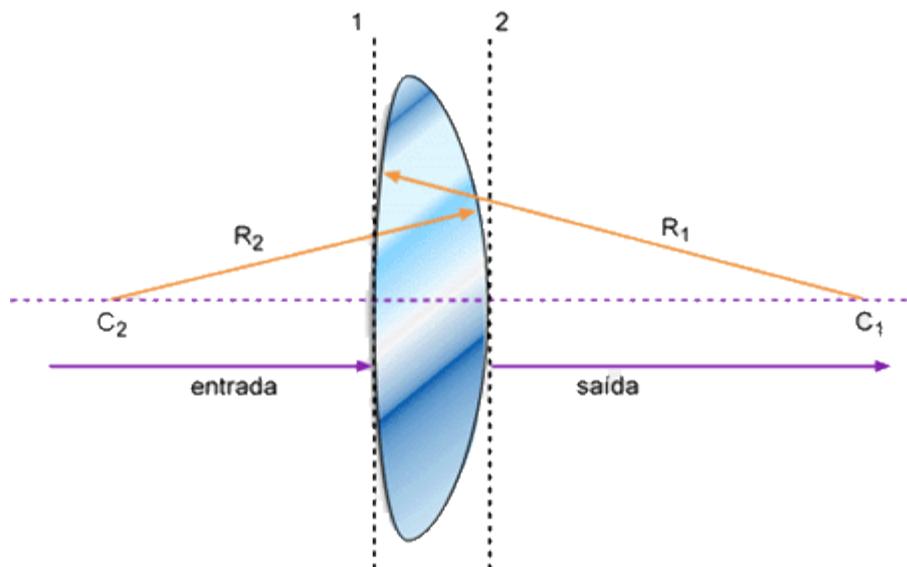


Fig. 3.4 – Seção transversal de uma lente biconvexa de raios R_1 e R_2

A matriz que descreve a lente é dada pelo produto $M = M_2 M_1$ (note a ordem) e resulta em:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) & 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Comparando com a matriz da lente positiva, dada pela eq. (3.7), encontramos a equação do fabricante de lentes:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad (3.12)$$

que é válida na aproximação paraxial para qualquer tipo de lente fina mostrada na Fig.3.3, tomando-se o cuidado de respeitar a definição do sinal de R . Uma outra forma de apresentar a equação do fabricante de lentes é com o sinal positivo na frente de $1/R_2$, porém neste caso a definição do sinal R é outra: R é positivo se a superfície for convexa e negativo se for côncava.

Autor: Sergio Carlos Zilio

Uma propriedade importante da formação de imagens por uma lente ou espelho é o parâmetro denominado de aumento, ou magnificação, que caracteriza o tamanho da imagem em relação ao objeto. De acordo com a Fig. 3.5, podemos definir a magnificação transversal como:

$$m_T = \frac{d'}{d} = -\frac{s'}{s} = -\frac{x_0'}{x_0} = -\frac{f}{x_0} \quad (3.13)$$

onde as três últimas igualdades são facilmente determinadas usando-se geometria elementar. Se $m_T > 1$, teremos um aumento da imagem em relação ao objeto; se $m_T < 1$, teremos diminuição da imagem. Os sinais negativos têm origem na definição dos sinais de s, s', x_0 e x_0' , e no caso em que $m_T < 0$, significa que a imagem está invertida.

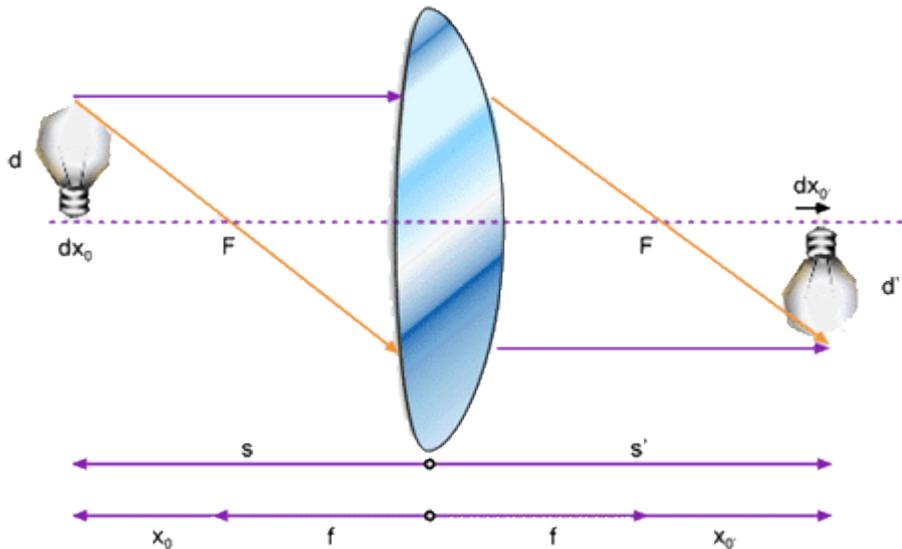


Fig. 3.5 - Formação de imagens por uma lente convergente.

Podemos definir também a magnificação longitudinal da imagem como:

$$m_L = \frac{dx_0'}{dx_0} \quad (3.14)$$

Para relacionarmos m_L com m_T tomamos a equação de formação de imagens (3.8), com $s = f + x_0$ e $s' = f + x_0'$, de onde obtemos a forma Newtoniana da equação da lente:

$$x_0 x_0' = f^2 \quad (3.15)$$

Desta expressão encontramos:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$m_L = -\frac{f^2}{x_0^2} = -m_T^2 \quad (3.16)$$

Evidentemente, $m_L < 0$, o que implica que se $dx_0 > 0$ teremos $dx'_0 < 0$, ou seja, se o objeto for um dedo apontado para a lente, a imagem será a de um dedo se afastando da lente.

3: Combinação de lentes finas

Quando várias lentes finas são colocadas bem próximas (em contato), a distância focal combinada do conjunto pode ser expressa como:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \dots \quad (3.17)$$

onde f_i é a distância focal da i -ésima lente. Esta equação é facilmente obtida multiplicando-se as matrizes das lentes, que deduzimos no final da seção anterior.

Por outro lado, no caso em que duas lentes finas, de distâncias focais f_1 e f_2 , estão separadas de uma distância d , como mostrado na Fig. 3.6, a matriz que descreve o conjunto é:

$$M_c = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{f_1} & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f_2} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

onde o foco efetivo é dado por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1 f_2} \quad (3.19)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

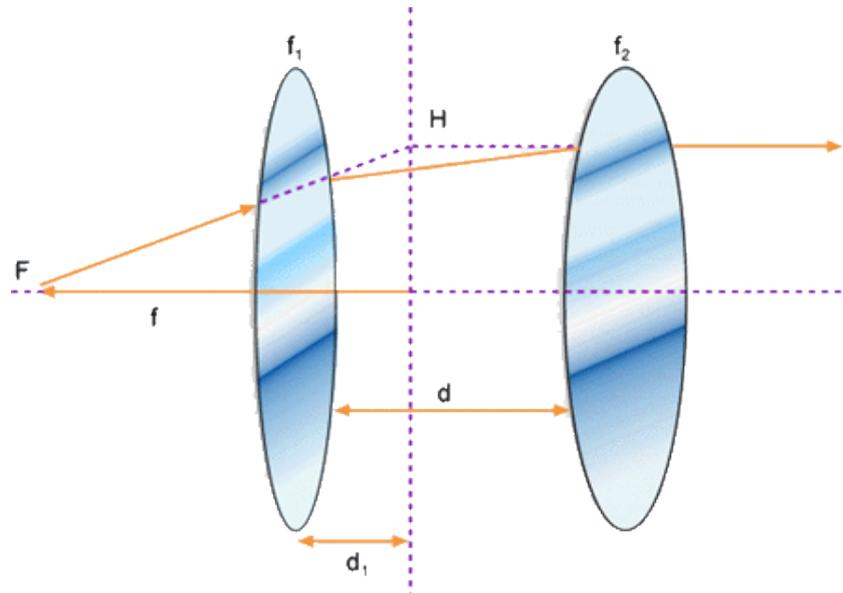


Fig. 3.6 - Associação de duas lentes separadas por uma distância d . O traçado dos raios está descrito no texto.

Para entendermos um pouco melhor como funciona este sistema, vamos considerar um raio de luz que sai do foco efetivo, F , atravessa o conjunto e se torna paralelo ao eixo óptico como mostra a Fig. 3.6a. Se traçarmos os prolongamentos dos raios que sai de F e aquele paralelo ao eixo, eles se interceptarão sobre um plano (H), chamado de plano principal. Qualquer outro raio saindo do foco com ângulo diferente daquele mostrado, produzirá uma intersecção com o correspondente raio paralelo ao eixo óptico em algum ponto do plano H . Para efeitos práticos, é como se houvesse uma lente de distância focal f localizada em H .

O raio que chega à lente f_1 é caracterizado por uma altura Y_i e por um ângulo $\theta_i = \frac{Y_i}{(f - d_1)}$, onde d_1 é a distância do plano principal à lente f_1 . O

raio que sai da lente f_2 é caracterizado pelos parâmetros $Y_e = Y_i + d_1\theta_1$ e $\theta_2 = 0$. Usando o formalismo matricial, onde a matriz M_c dada em (3.18) é aplicada ao raio incidente, temos:

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$\begin{pmatrix} y_e \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{f_1} & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_i \\ \theta_i \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

de onde obtemos a distância do plano primário à lente f_1 :

$$d_1 = \left(\frac{f}{f_2} \right) d \quad (3.21a)$$

Procedendo da mesma forma para o raio mostrado na Fig. 3.6b, encontramos que a distância do plano secundário (H') à lente f_2 é dada por:

$$d_2 = \left(\frac{f}{f_1} \right) d \quad (3.21b)$$

A eq.(3.8) de formação de imagens continua válida, mas s é a distância entre o objeto e o plano primário e s' entre a imagem e o plano secundário.

4: Focalização de um feixe Gaussiano

Ao incidirmos um feixe de luz colimada ($s = \infty$) sobre uma lente de distância focal f , sabemos que o feixe será focalizado no plano focal ($s' = f$). Uma pergunta que podemos fazer é sobre o diâmetro da mancha focal. De acordo com o que vimos com respeito à magnificação transversal, o tamanho desta mancha deveria ser nulo, pois $s = \infty$. Entretanto, um formalismo mais completo, que leva em conta a natureza ondulatória da luz e o perfil gaussiano do feixe, prediz que a mancha focal tem um raio da ordem de:

$$W \sim \frac{2\lambda f}{\pi D} \quad (3.22)$$

onde D é o diâmetro do feixe na lente, w é o raio da mancha focal e λ o comprimento de onda da luz. Este efeito está associado ao fenômeno de difração, que será apresentado no Cap. IX e aparece naturalmente da solução da equação de ondas eletromagnéticas em meios com simetria cilíndrica, como demonstraremos no próximo capítulo. Assim, quanto menor λ , mais focalizada será a luz. Este “detalhe” é muito importante para a foto-litografia, onde para se

Autor: Sergio Carlos Zilio

conseguir altíssima integração, deve-se utilizar luz ultravioleta, geralmente conseguida através de um laser do tipo excimer.

5: Ação focalizadora de uma lente fina

Levando em conta a natureza ondulatória da luz, que será discutida no próximo capítulo, podemos explicar como se processa o efeito de focalização produzido por uma lente fina de índice de refração n . Consideremos uma onda colimada

que se propaga para a direita e incide sobre uma lente compreendida entre dois planos muito próximos como apresentado na Fig. 3.7. Esta onda “plana”, que analisaremos mais detalhadamente na seção 4.3, é caracterizada por uma fase espacial dada por $\phi = kz$, onde z é direção de propagação e $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Ao

atravessar a lente, haverá uma mudança de fase da onda, que depende da distância r , relativa ao centro da lente. Tal mudança é dada por $\Delta\phi = k_0\Delta(r)$, onde k_0 é o vetor de propagação no vácuo e $\Delta(r)$ é o caminho óptico, já definido quando tratamos do princípio de Fermat. Com base na Fig. 3.7, e denominando de d a espessura da lente, encontramos que o caminho óptico entre os planos 1 e 2 é dado por:

$$\Delta(r) = n_0(d_1 + d_2) + n(d - d_1 - d_2) = nd - (n - n_0)(d_1 + d_2) \quad (3.23)$$

onde n_0 é o índice de refração do ar, que doravante tomaremos como unitário ($n_0 = 1$). As distâncias d_1 e d_2 entre a lente e os planos 1 e 2 podem ser calculadas através de argumentos geométricos, levando em conta que cada superfície da lente tem formato esférico. Assim, para a primeira superfície,

$$R_1^2 = x^2 + y^2 + z^2 = r^2 + (r_1 - d_1)^2 \quad (3.24)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

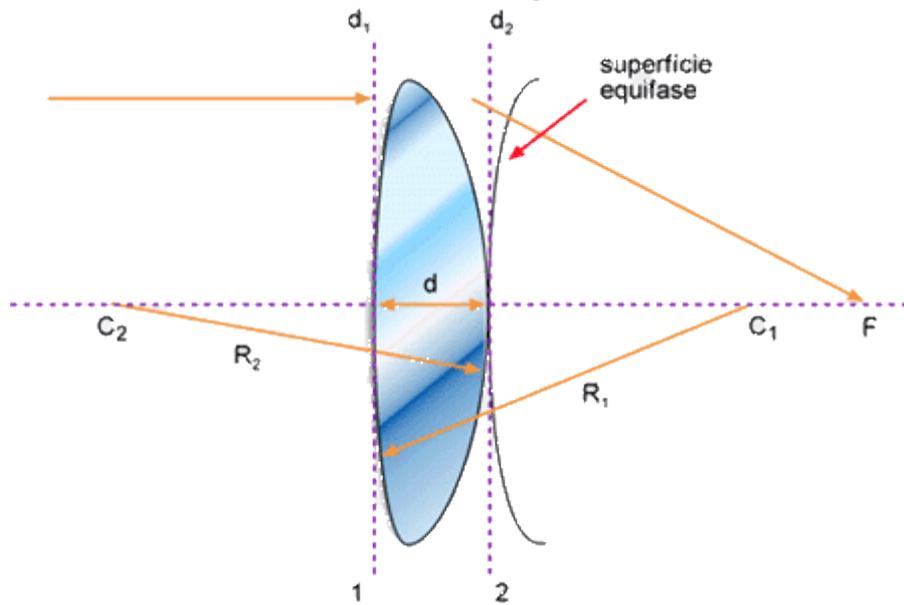


Fig. 3.7 – Geometria utilizada para o cálculo da mudança de fase de uma onda plana após a passagem por uma lente fina.

onde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ e a coordenada transversal a z . Expandindo o quadrado e supondo que d_1 é muito menor que R_1 e r , obtemos:

$$d_1 \cong \frac{r^2}{2R_1} \quad (3.25a)$$

Procedendo de forma análoga para a superfície de raio R_2 temos:

$$d_2 \cong \frac{r^2}{2R_2} \quad (3.25b)$$

de forma que o caminho óptico é dado por:

$$\Delta(r) = nd - \frac{(n-1)}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) r^2 = nd - \frac{r^2}{2f} \quad (3.26)$$

onde a equação do fabricante de lente, eq. (3.12), foi utilizada nesta última passagem. Como consequência, a fase da onda sobre o plano 2 é:

$$\phi(r, z) = k_0 S(r, z) = k_0 S(r - z) + k_0 \left(nd - \frac{r^2}{2f} \right) \quad (3.27)$$

onde no primeiro termo da direita subtraímos a quantidade $k_0 d$, que é a fase que a onda ganharia se não houvesse lente. $S(r, z)$ é a função eikonal, que foi

Autor: Sergio Carlos Zilio

introduzida na eq. (2.38). Tomando o gradiente de $S(r,z)$ em coordenadas cilíndricas podemos encontrar o versor \hat{u} , paralelo a \vec{k} , que define a direção de propagação da onda. Assim, de acordo com a eq. (2.41) temos:

$$\vec{\nabla}S(r,z) = n_0 \hat{u} = \hat{u} = \hat{k} - \frac{r}{f} \hat{r} \quad (3.28)$$

mostrando que a luz convergirá para o ponto focal F , pois $\text{tg}\theta = \frac{r}{f}$. Em outras

palavras, a ação da lente é a de produzir uma curvatura na frente de onda. A fase diminui radialmente sobre o plano 2 e para termos uma superfície equifase teremos que caminhar para a direita conforme r aumenta. Assim o termo $k_0 z$ compensa o decréscimo radial da fase.

6: Lentes espessas

Nesta seção não pretendemos discorrer com profundidade sobre o tema lentes espessas, que é bastante longo, mas apenas apresentar alguns conceitos básicos. Inicialmente introduziremos a ideia dos planos principais de uma lente

espessa, cuja definição está apresentada na Fig. 3.8. O traçado de raios neste caso é bem similar ao que vimos na associação de duas lentes finas.

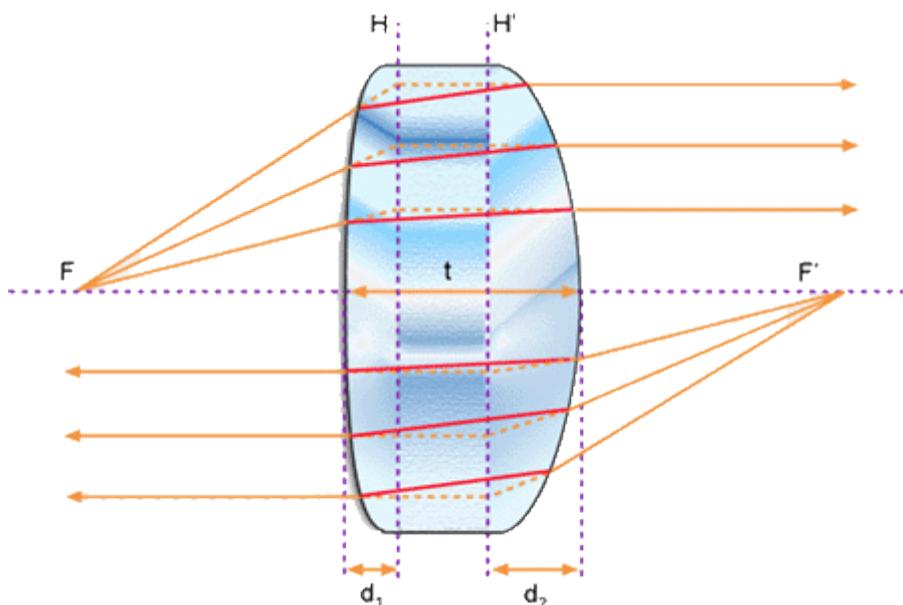


Fig. 3.8 - Formação de imagem por uma lente espessa e definição dos planos principais primário (H) e secundário (H').

Autor: Sergio Carlos Zilio

A equação do fabricante de lentes pode ser deduzida no caso de uma lente espessa, através do método de multiplicação de matrizes, porém, levando em conta a matriz de translação num meio de espessura t e índice de refração n . Com este procedimento obtém-se:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{(n-1)t}{nR_1R_2} \right) \quad (3.29)$$

onde a definição R_1 positivo (negativo) para superfícies convexas (côncavas) foi usada. O cálculo das distâncias d_1 e d_2 é feito da mesma maneira que na seção 3.3, sendo que as interfaces de raios R_1 e R_2 fazem o papel das lentes finas. A translação ocorre num meio de espessura t e índice de refração n . As posições dos planos principais são dadas por:

$$d_1 = ft \frac{(1-n)}{R_2} \quad (3.30a)$$

$$d_2 = ft \frac{(1-n)}{R_1} \quad (3.30b)$$

A eq. (3.8) continua válida desde que as distâncias do objeto (s) e da imagem (s') sejam medidas em relação aos planos principais.

7: Aberração cromática

Devido à dispersão $\left(\frac{dn}{d\lambda} \neq 0 \right)$ dos vidros utilizados na confecção das lentes, o

índice de refração depende do comprimento de onda e assim, de acordo com a eq. (3.12), o foco varia com λ . Esta variação é chamada de aberração cromática e pode ser substancialmente reduzida pela combinação de duas lentes feitas de vidros diferentes de tal maneira que a aberração de uma compensa a da outra. Este par de lentes é chamado de dubleto acromático e foi desenvolvido por John Dollond em 1758. Para entender seu princípio de funcionamento, devemos tomar a equação do fabricante de lentes, eq. (3.12), e expandir o índice de refração em torno de um dado comprimento de onda λ_0 . Assim,

Autor: Sergio Carlos Zilio

$$\frac{1}{f(\lambda)} = \frac{1}{f} \left[1 + \frac{\left(\frac{dn}{d\lambda} \right)}{n-1} \Delta\lambda \right] \quad (3.31)$$

onde $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ e f é o valor da distância focal no ponto λ_0 . Note que $f(\lambda)$ depende de λ apenas no termo $\Delta\lambda$ e as demais grandezas que aparecem na equação são calculadas no ponto λ_0 .

No caso de um duplete, temos duas lentes de distâncias focais f_1 e f_2 muito próximas, de forma que a eq. (3.17) pode ser aplicada. Definindo:

$$\delta_1 = \frac{1}{n_1 - 1} \frac{dn_1}{d\lambda} \quad (3.32a)$$

$$\delta_2 = \frac{1}{n_2 - 1} \frac{dn_2}{d\lambda} \quad (3.32b)$$

como grandezas calculadas no ponto λ_0 , podemos escrever a distância focal da lente equivalente como:

$$\frac{1}{f(\lambda)} = \frac{1}{f_1} (1 + \delta_1 \Delta\lambda) + \frac{1}{f_2} (1 + \delta_2 \Delta\lambda) \quad (3.33)$$

onde, novamente, a dependência de f em λ está contida no termo $\Delta\lambda$. A eq. (3.33) pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{f(\lambda)} = \frac{1}{f} + \left(\frac{\delta_1}{f_1} + \frac{\delta_2}{f_2} \right) \Delta\lambda \quad (3.34)$$

onde $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$. Como queremos que $f(\lambda)$ não dependa de λ , o termo

entre parênteses deve ser nulo. Assim, temos duas equações:

$$\frac{\delta_1}{f_1} + \frac{\delta_2}{f_2} = 0 \quad (3.35a)$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \quad (3.35b)$$

Autor: Sergio Carlos Zilio

que podem fornecer os valores desejados de f_1 e f_2 :

$$f_1 = f \left(1 - \frac{\delta_1}{\delta_2} \right) \quad (3.36a)$$

$$f_2 = f \left(1 - \frac{\delta_2}{\delta_1} \right) \quad (3.36b)$$

Em suma, conhecendo-se a dispersão de um tipo de vidro particular, computa-se δ_1 e δ_2 para um dado λ_0 , a partir dos quais se determina f_1 e f_2 para o valor de f desejado e constrói-se o dubleto. Entretanto, como $dn/d\lambda$ também varia com o comprimento de onda, o dubleto funciona bem apenas num certo intervalo em torno de λ_0 . Para melhorarmos os cálculos teríamos que considerar termos de ordens superiores na expansão dada pela eq. (3.31).

8: Aberrações de Seidel ou monocromática

No tratamento que empregamos para deduzir as equações da lente supomos a aproximação paraxial, na qual $\text{sen}\theta$ e $\text{tg}\theta$ são aproximados pelo argumento θ . Esta é uma teoria chamada de primeira ordem. Entretanto, quando um raio passa pela borda da lente, ele é focalizado com um ângulo relativamente grande, de forma que a aproximação paraxial pode não ser boa. Neste caso, mesmo que a luz seja monocromática, de forma que a aberração cromática pode ser ignorada, haverá aberrações de outro tipo. Para entendermos estas aberrações devemos tomar o termo cúbico na expansão do $\text{sen}\theta$ e assim passaremos a ter uma teoria de 3ª ordem. As diferenças entre esta teoria e a

linear são conhecidas como aberrações primárias e são em número de cinco (aberração esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo e distorção). Elas foram estudadas em detalhe por Ludwig von Seidel (1821-1896) por volta de 1850 e por isso levam o nome de aberrações de Seidel. A seguir, descrevemos sucintamente alguns destes tipos de aberrações.

a. Aberração esférica

No caso de uma lente simples, o foco efetivo varia com a distância h que o raio incidente entra na lente, de acordo com a Fig. 3.9. Esta variação é

Autor: Sergio Carlos Zilio

chamada de aberração esférica. Para os raios paraxiais ($h \approx 0$) a eq. (3.12) se aplica e o foco é chamado de foco paraxial.

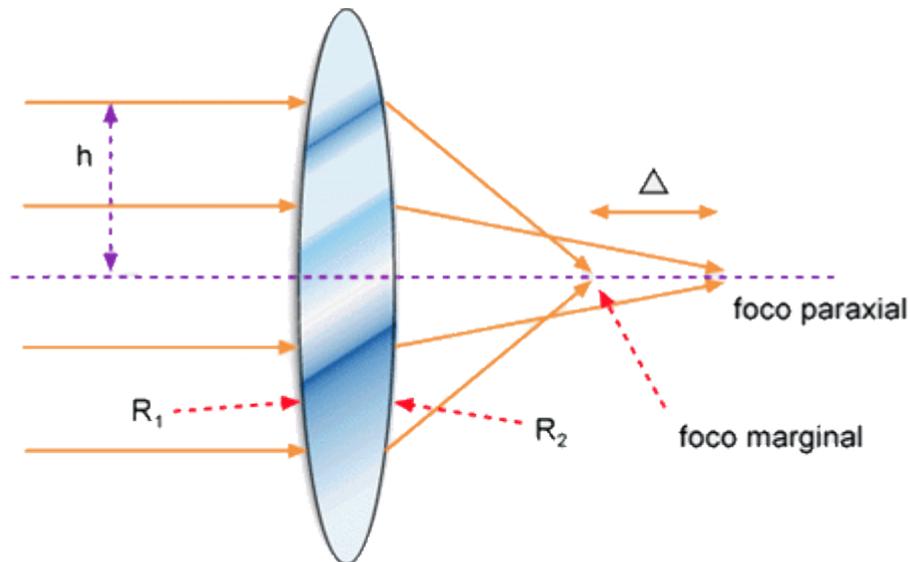


Fig 3.9 - Aberração esférica produzida por uma lente simples.

Os raios afastados do eixo óptico de uma distância h serão focalizados num outro ponto, chamado de foco periférico, ou marginal, que dista:

$$\Delta = \frac{1}{2}kh^2 \quad (3.37)$$

do foco paraxial, com k sendo dado por:

$$k = f^2 \frac{(n-1)}{n^2} \left[\frac{1}{R_1^3} + \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{R_2} \right)^2 \left(\frac{n+1}{f} + \frac{1}{R_2} \right) \right] \quad (3.38)$$

A aberração esférica será mínima quando a razão entre os raios de curvatura da lente satisfazem:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{n+4-2n^2}{n+2n^2} \quad (3.39)$$

Esta fórmula só é válida quando o objeto estiver muito afastado da lente ($s \rightarrow \infty$). Uma maneira que se usa atualmente para minimizar a aberração esférica é pela construção de lentes cujas superfícies não sejam esféricas (lentes asféricas). As lentes asféricas não são encontradas com facilidade (e

Autor: Sergio Carlos Zilio

são caras). Na prática, o que se pode fazer para minimizar este tipo de aberração, é fazer com que os ângulos de entrada e saída dos raios na lente sejam os mais próximos possíveis. A Fig. 3.10 mostra a maneira de se minimizar a aberração esférica numa lente plano-convexa.

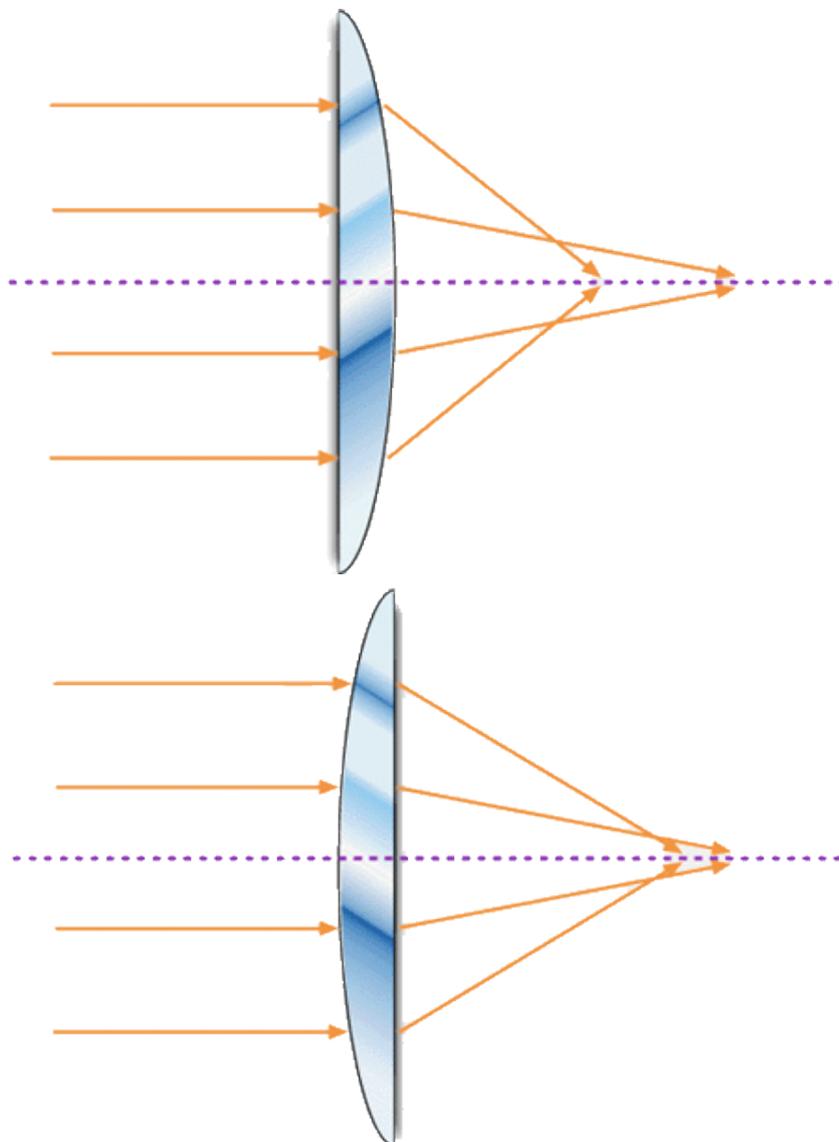


Fig. 3.10 - Aberração esférica de uma lente plano-convexa em duas situações diferentes.

b. Coma

A aberração comática ou simplesmente coma é uma aberração monocromática primária que degrada a imagem e que tem sua origem no fato de que os planos principais só podem ser considerados como planos na aproximação paraxial.

Autor: Sergio Carlos Zilio

Fora desta aproximação, os planos principais são, na verdade, superfícies curvas. A distância focal efetiva e, portanto, a magnificação transversal, será diferente para raios atravessando diferentes regiões fora do eixo da lente, como mostra a Fig. 3.11 para uma fonte pontual. Quando mT diminui para os raios mais externos (como na figura) temos coma negativo e se, mT aumenta, temos coma positivo. Esta aberração apresenta certa analogia com a

aberração esférica, pois ambas resultam da impossibilidade de raios paraxiais e marginais convergirem em um mesmo ponto depois de atravessarem a lente. Entretanto, elas se diferenciam na forma da imagem produzida, já que um ponto com aberração esférica resultará numa forma circular e com coma, numa forma de cometa, como mostrado no canto inferior direito da Fig. 3.11.

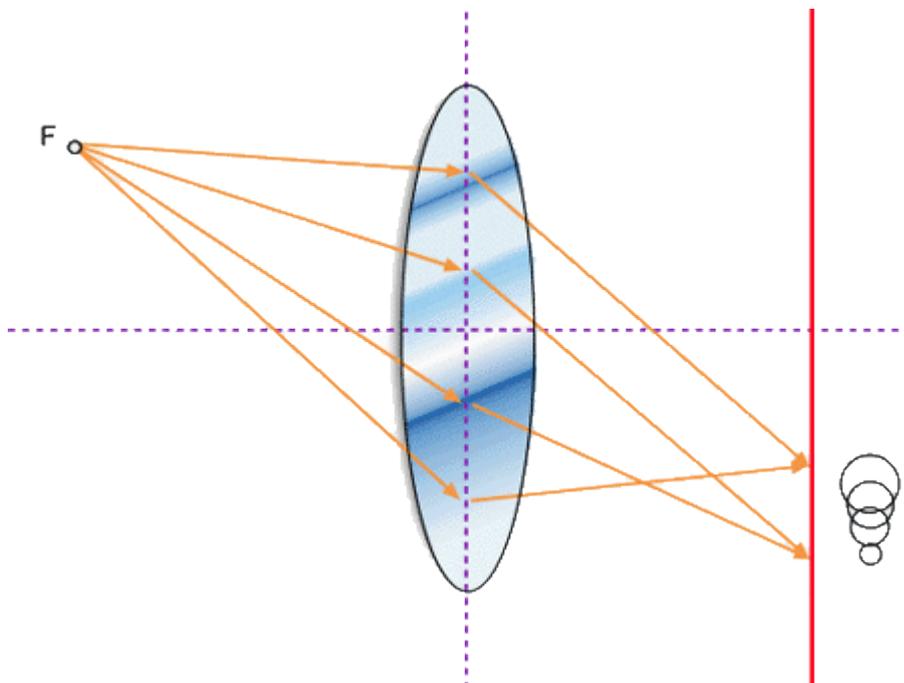


Fig. 3.11 - Exemplo de coma negativo.

A aberração comática depende bastante da posição do objeto e da geometria da lente; entretanto, podemos constatar da Fig. 3.11, que a colocação de uma íris que permita apenas a passagem dos raios pelo centro da lente, diminui bastante este tipo de aberração. Como no caso da aberração esférica, a coma pode ser minimizada ao se escolher adequadamente os raios de curvaturas da

lente. Felizmente, a combinação de raios de curvaturas para minimizar a coma é bastante parecida com a combinação para minimizar a aberração esférica.

Autor: Sergio Carlos Zilio

c. Astigmatismo

O astigmatismo, do mesmo modo que a coma, afeta a imagem de um ponto qualquer situado fora do eixo óptico da lente. Considere um feixe de luz colimada incidindo com um ângulo α sobre uma lente. O plano perpendicular ao eixo em torno do qual a lente foi rodada, é chamado de plano meridional enquanto que o plano que contém este eixo é chamado de plano sagital (Fig. 3.12). Obviamente, a simetria dos raios incidente é diferente nestes dois planos e, assim, é de se esperar que as distâncias focais também o sejam. Realmente, encontra-se que no plano meridional o foco é dado por $f_m = f \cos \alpha$ enquanto que no plano sagital $f_s = \frac{f}{\cos \alpha}$. Para evitarmos este

tipo de aberração, devemos posicionar as lentes de uma montagem experimental sempre perpendiculares aos feixes de luz.

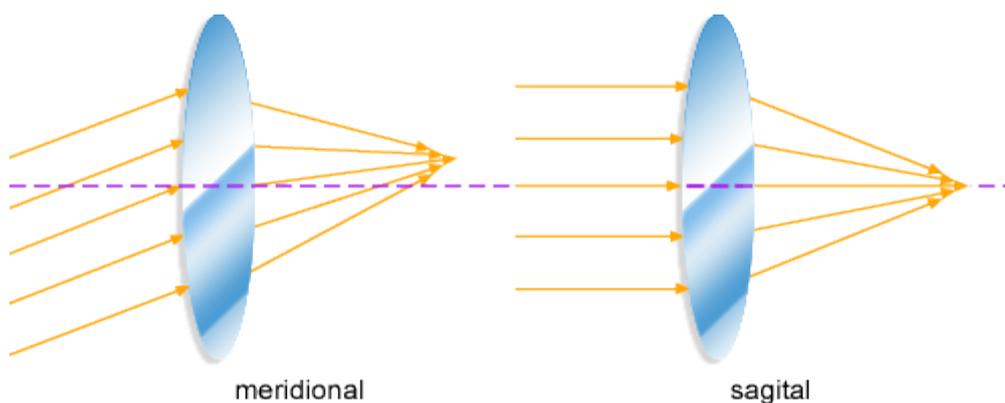


Fig. 3.12 - Os planos meridional e sagital.