Centro de Gravidade

1 -Introdução

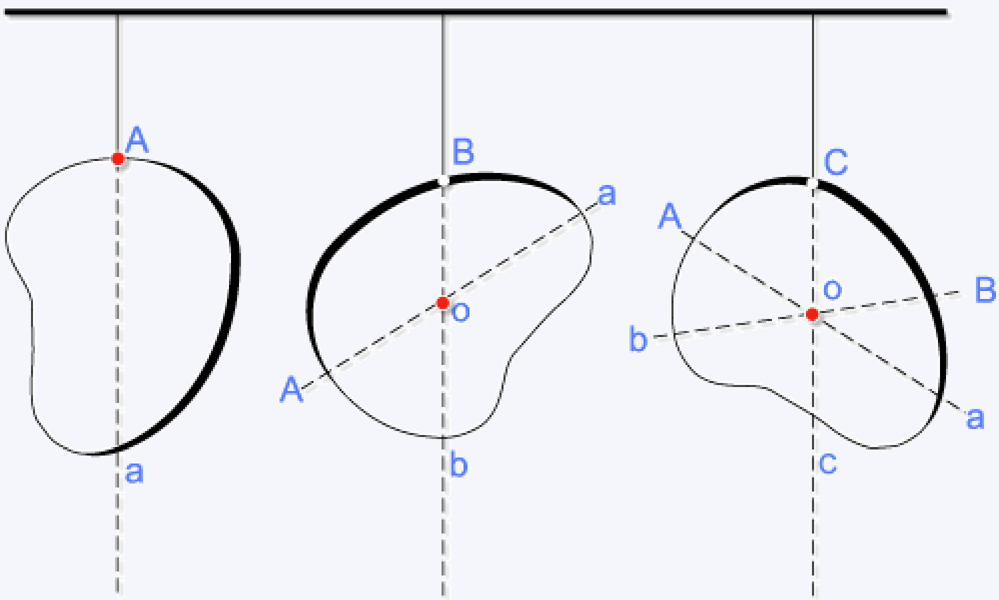
Para efeito de análise do equilíbrio dos corpos sólidos, basta considerarmos um único ponto do corpo - o centro de gravidade. O centro de gravidade é um ponto muito especial. Qualquer objeto se comporta como se todo o peso do corpo estivesse concentrado nele.

Existem três tipos de equilíbrio: estável, instável e indiferente.

O equilíbrio é considerado estável quando este equilíbrio não é perdido com facilidade. Para o equilíbrio estável, verificaremos que ele ocorrerá sempre que o objeto deslocado da sua posição de equilíbrio tenha o seu centro de gravidade elevado para uma posição mais alta. Nessas circunstâncias, ao soltarmos o objeto ele tenderá a voltar à posição inicial.

Quando um objeto estiver em equilíbrio de tal forma que o seu centro de gravidade esteja na posição mais alta possível, dizemos que o equilíbrio é instável.

Finalmente, no equilíbrio indiferente, o centro de gravidade não muda de altura ao deslocarmos o objeto, isto é, o centro de gravidade não é levantado nem abaixado ao deslocarmos o objeto.



Qualquer objeto que tenha o seu centro de gravidade acima do seu ponto de apoio estará em equilíbrio (ainda que instável às vezes).

2- Sistemas de muitas partículas

Para um sistema contendo um número muito grande de partículas n, com quantidades de movimento $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \ldots, \vec{p}_n$, continua valendo o resultado discutido para uma só partícula, ou seja, a quantidade de movimento total

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots \vec{p}_n$$

é tal que sua taxa de variação com o tempo é dada pela soma das forças externas aplicadas ao sistema todo, ou seja,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{ext}$$

Isto acontece, novamente, porque as forças internas (aquelas que envolvem só a interação de uma partícula com as demais) se anulam aos pares. Isto (a anulação) se deve à 3ª Lei de Newton .
Na ausência de forças externas, a quantidade de movimento total é conservada.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \vec{p}_0$$

Esse vetor constante (por ser uma grandeza vetorial) é tal que cada uma das componentes tem um valor constante. Isto é, por exemplo, para um sistema de coordenadas cartesianas no plano vale:

$$p_{1x} + p_{2x} + \ldots p_{nx} = p_x \text{ (valor constante)}$$
$$p_{1y} + p_{2y} + \ldots p_{ny} = p_y \text{ (valor constante)}$$

O fato de a quantidade de movimento ser conservada significa que, para quaisquer valores tanto de t_1 como de t_2, devemos ter:

$$\vec{p}_1(t_1) + \vec{p}_2(t_1) + \ldots + \vec{p}_n(t_1) = \vec{p}_1(t_2) + \vec{p}_2(t_2) + \ldots + \vec{p}_n(t_2)$$

3 - Centro de massa e seu movimento

Num sistema de n partículas, a quantidade de movimento total se conserva quando não existe nenhuma força externa aplicada em um ponto do sistema com propriedades muito especiais, chamado centro de massa.

A posição do centro de massa é dada pela relação:

$$\vec{R}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + m_n}$$

onde é a posição da i-ésima partícula e m_i, a sua massa.

Sendo M a massa total, isto é, a soma das massas, então, podemos reescrever essa equação assim:

$$M\vec{R}_{CM} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \ldots\ldots + m_n \vec{r}_n$$

Como as massas são constantes, para se obter as razões em função do tempo em ambos os membros, num intervalo de tempo Δt tendendo a zero, basta calcular as razões em função do tempo das posições. Por outro lado, já sabemos que $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}$, quando Δt tende a zero.

Da mesma forma que anteriormente, calculando-se as razões em função do tempo de ambos os membros dessa equação obteremos que, para o centro de massa do sistema de partículas, vale a lei de Newton:

$$M\vec{A}_{CM} = \vec{F}_{ext}$$

onde $\vec{A}_{CM}$ é a aceleração do centro de massa.

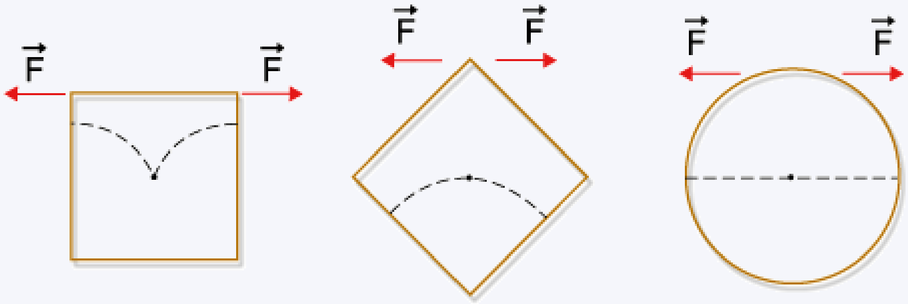
Logo, o centro de massa tem uma propriedade muito peculiar. O centro de massa se movimenta como se todas as forças externas estivessem aplicadas sobre ele.

4- Centro de gravidade

O centro de massa é também o centro de gravidade de um corpo. O que queremos dizer com isso é o seguinte: como a aceleração da gravidade é praticamente constante, a resultante da força da gravidade sobre cada parte do corpo é, em regiões de pequenas dimensões, equivalente à força peso do corpo como um todo se aplicada no centro de massa.

Isso simplifica muito a análise quando a força peso estiver envolvida. Todo o efeito da força peso pode ser simulado pela aplicação do peso do corpo como um todo no centro de massa (ou centro de gravidade).

O centro de gravidade desempenha um papel importante na análise do equilíbrio de corpos sólidos. Sua posição relativa pode determinar o tipo de equilíbrio (estável, instável ou indiferente). As figuras abaixo ilustram isso.



Legenda: O pontilhado mostra o movimento do centro de massa quando o corpo é movimentado sob a ação da força indicada na figura.

Arquimedes, há cerca de 2300 anos, já havia observado a relevância do centro de gravidade. Enunciou algumas proposições a respeito. Dentre elas destacamos uma a título de ilustração:

"Em qualquer figura côncava, o centro de gravidade deve estar dentro da figura."

Vê-se, nesse exemplo, que nem sempre o centro de gravidade pertence ao corpo rígido. Ele pode estar fora do mesmo.

5 -Equilíbrio no cotidiano

1. Equilibrista

Atravessar um vão caminhando ao longo de um cabo segurando uma longa vara chega a prender a respiração dos observadores. Essa façanha demonstra o senso de equilíbrio de alguns artistas de circo.

O artista procura incessantemente o equilíbrio, fazendo com que, à medida que ele se desloca, o centro de gravidade se mantenha num plano que contém o cabo esticado. O uso da vara é fundamental para fazer com que, através dela (puxando-a para a esquerda ou para a direita), seja mantido o centro de massa acima do cabo. Observe-se que, nesse caso, procura-se manter o equilíbrio do sistema homem mais a vara longa.

2. Equilíbrio ao andar

O ser humano é simétrico em relação a um plano vertical que passa pelo meio do corpo. Isto é, podemos trocar o que está à esquerda pelo que está à direita sem alterá-lo (veja diante do espelho). O centro de massa está situado, portanto, numa linha contida nesse plano. Ao transportarmos um objeto, tendemos a alterar a nossa envergadura buscando manter a posição do centro de massa do sistema numa direção vertical acima dos nossos pés.

O senso de equilíbrio, a manutenção do nosso centro de gravidade na posição adequada requer uma dura aprendizagem na infância. Levam-se muitos tombos até se adquirir o senso (no sentido intuitivo) do equilíbrio.

3. Mantendo um lápis de pé

Existem duas formas de manter um lápis de pé:

a) pela base - nesse caso, o equilíbrio é relativamente estável.

b) pela ponta - muito difícil de se obter, mas não impossível. Nesse caso, o equilíbrio é instável. Basta um deslocamento diminuto para tirá-lo do equilíbrio.

O lápis exibe ainda um equilíbrio indiferente ao ser colocado "deitado" sobre a mesa.

4. Buscando maior equilíbrio

Uma forma de dotar os objetos de condições melhores de equilíbrio é baixar o centro de gravidade. O melhor exemplo dessa busca de equilíbrio são os carros de corrida. Eles são rebaixados de forma que o piloto corra sentado muito próximo do chão. Assim, eles podem ser inclinados de ângulos relativamente grandes sem perderem o equilíbrio. A carga colocada num trem, se rebaixada, terá maior equilíbrio.

5. Transportando cargas

As cargas devem ser colocadas num caminhão de forma a manterem o centro de gravidade no "centro" do mesmo.

Um vagão de trem tende a tombar quando o plano vertical que passa pelo centro de gravidade fica fora dos trilhos da ferrovia.