

3 Interação de Fótons com a Matéria

3.1 Raios X

No capítulo 2, vimos um processo de absorção de fótons pela matéria, o efeito fotoelétrico. Além desse, outros dois processos de interação devem ainda ser descritos: o espalhamento elástico de fótons (espalhamento Compton) e a criação de um par elétron-pósitron pela radiação eletromagnética. Nenhum desses efeitos pode ser previsto pela teoria clássica da radiação eletromagnética. A observação do espalhamento Compton só foi possível após a descoberta dos raios X e do enorme interesse em seu estudo que se seguiu após a descoberta. Vamos então ver inicialmente, as propriedades e características dos raios X.

Na tarde de 8 de novembro de 1895, o alemão Wilhelm K. Roentgen fazia experiências com um tubo de raios catódicos. Tendo envolvido o tubo com cartolina preta, acidentalmente observou que uma folha de papel embebido em cianeto de bário-platina ficava fluorescente quando colocado próximo ao tubo de raios catódicos. A fluorescência era observada mesmo com o papel colocado até cerca de 2 metros de distância do tubo. Após alguns experimentos, Roentgen rapidamente se convenceu que a fluorescência se originava no ponto do tubo onde os raios catódicos atingiam o vidro. Convencido da importância de sua descoberta, Roentgen procedeu a um estudo detalhado das propriedades desses raios, que por serem de natureza desconhecida, denominou-os raios X. Ele observou as seguintes propriedades, entre outras, da nova radiação descoberta:

- Todas as substâncias são mais ou menos transparentes aos raios X. Conseguia observar a fluorescência mesmo quando um livro de 1000 páginas, madeira de 2 a 3 cm ou 15 mm de alumínio era interposto entre o tubo e a tela fluorescente. “Se a mão é colocada entre o tubo de descarga e a tela fluorescente, uma sombra escura dos ossos é visível dentro de uma sombra mais clara da mão”, reportou textualmente Roentgen. A importância desta descoberta pode ser medida pelo fato de que, apenas três meses após a descoberta dos raios X, esses já estavam sendo utilizados em um hospital em Viena, no auxílio de tratamento de fraturas.
- Muitas outras substâncias, além do cianeto de bário-platina, como o fósforo, compostos de cálcio, sal de rocha, etc., eram fluorescente sob a ação dos raios X. Chapas e filmes fotográficos também se mostraram sensíveis aos raios X, providenciando um método bastante eficaz no estudo dessa radiação.
- Raio-X não são nem refletidos nem refratados e portanto “raios X não podem ser focalizados por lentes”. Essa constatação, embora não seja verdadeira, se mostra uma

3 Interação de Fótons com a Matéria

boa aproximação para a maioria dos casos, dado o pequeno comprimento de onda dos raios X ($\sim 0.1 \text{ nm}$, comparado com $\sim 500 \text{ nm}$ para a luz visível). A difração de raios X só pode ser observada por volta de 1912, após os trabalhos de Laue e Bragg entre outros. A lei de Bragg para a difração de raios X por cristais, $n\lambda = 2d \sin(\theta)$, tem sido usada em espectrômetros para essa radiação.

- Não são defletidos por campos magnéticos ou elétricos e se propagam em linha reta.
- Raios X descarregam corpos eletrizados, tanto positiva quanto negativamente. Essa característica está relacionada com a capacidade dos raios X ionizarem o ar, tornando-o portanto condutor e agindo assim para descarregar objetos eletrizados.
- “Um aparelho de descarga com um catodo constituído de uma chapa de alumínio côncava e tendo como anodo uma folha de platina, colocada no centro de curvatura do catodo e inclinada a 45° em relação ao eixo é o mais eficiente produtor de raios X”. Essa maneira de produzir raios X, descrita por Roentgen foi utilizada posteriormente em praticamente todos os tubos de raios X, até cerca de 1913, quando W.C. Coolidge introduziu os tubos com catodo de tungstênio aquecido, que produzia uma enorme quantidade de elétrons, por efeito termoiônico. Essa é a forma utilizada até hoje na produção de raios X.

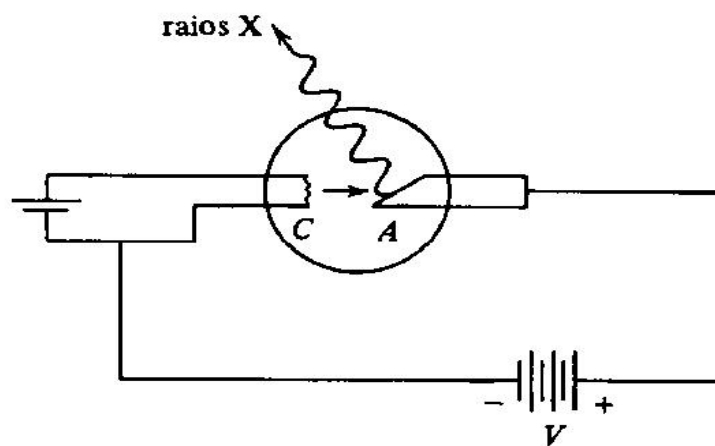


Figura 3.1: Diagrama esquemático de um tubo de raios X moderno. Nos usados por Roentgen o catodo não era aquecido.

Os raios X são produzidos na desaceleração brusca dos elétrons, ao penetrarem num sólido. De acordo com a eletrodinâmica, uma carga acelerada irradia e ao penetrar na matéria, um elétron acaba perdendo rapidamente sua energia cinética em sucessivas colisões com os núcleos dos átomos, emitindo portanto radiação a cada colisão. A radiação eletromagnética emitida nesse processo tem o nome genérico de *radiação de bremsstrahlung*, termo germânico para radiação (strahlung) de freamento (brems). Do ponto de vista quântico, um fóton é emitido após cada colisão, no que pode ser interpretado como o inverso do

3.1 Raios X

efeito fotoelétrico. No efeito fotoelétrico, um fóton é absorvido e sua energia transferida para um elétron e um átomo. Aqui um elétron cede parte de sua energia para criar um fóton, o núcleo recebendo uma pequena parte da energia, mas atuando para garantir a conservação do momento linear. Se a energia inicial do elétron é E_o e E' é a energia após a colisão, a energia do fóton emitido será:

$$h\nu = E_o - E'$$

Os espectros de raios X emitidos por um anodo de tungstênio quando bombardeado por elétrons de energias de 50, 40, 30 e 20 keV são vistos na figura 3.2. Uma característica desses espectros é a existência de um limiar de comprimentos de onda, abaixo do qual não há emissão de radiação. O valor do limiar é inversamente proporcional à energia dos elétrons incidentes. O limiar corresponde ao caso onde o elétron perde toda sua energia numa única colisão. Nesse caso, o fóton emitido tem a máxima energia possível, $h\nu = E_o$, correspondente ao comprimento de onde

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{E_o}$$

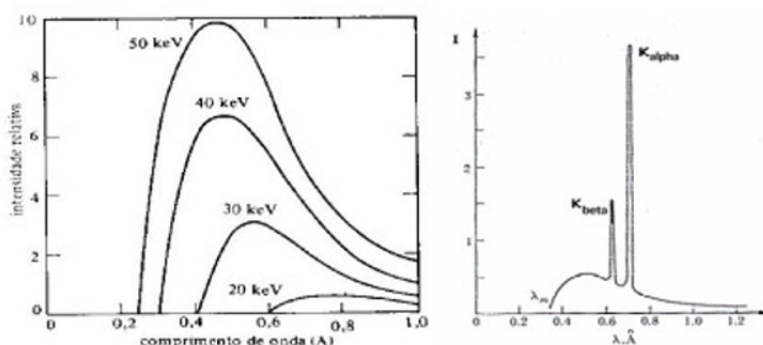


Figura 3.2: Espectro de raios X emitidos por uma ampola com várias tensões catodo-anodo. À direita, com o espectro característico do Molibidênio.

Raios X podem ainda ser emitidos no processo de perda e posterior captura de elétrons por átomos e íons, principalmente no caso de elementos com número atômico elevado. Esses raios X têm comprimento de onda bem definido e são característicos de cada material. Mais adiante, na discussão dos modelos atômicos, veremos em mais detalhes esse tipo de raios X.

A difração de raios X por cristais, desde a sua descoberta, tem sido utilizada tanto para a caracterização dos cristais como para a espectroscopia de raios X. O processo de difração de Bragg ocorre na reflexão das ondas de raios X por planos cristalinos consecutivos e paralelos. Como visto na figura 3.3, sendo d a separação entre dois planos cristalinos e φ o ângulo de incidência da radiação X, as frentes de onda 1 e 2 mostradas na figura estarão em fase se tivermos a relação:

3 Interação de Fótons com a Matéria

$$n\lambda = 2d \sin \varphi$$

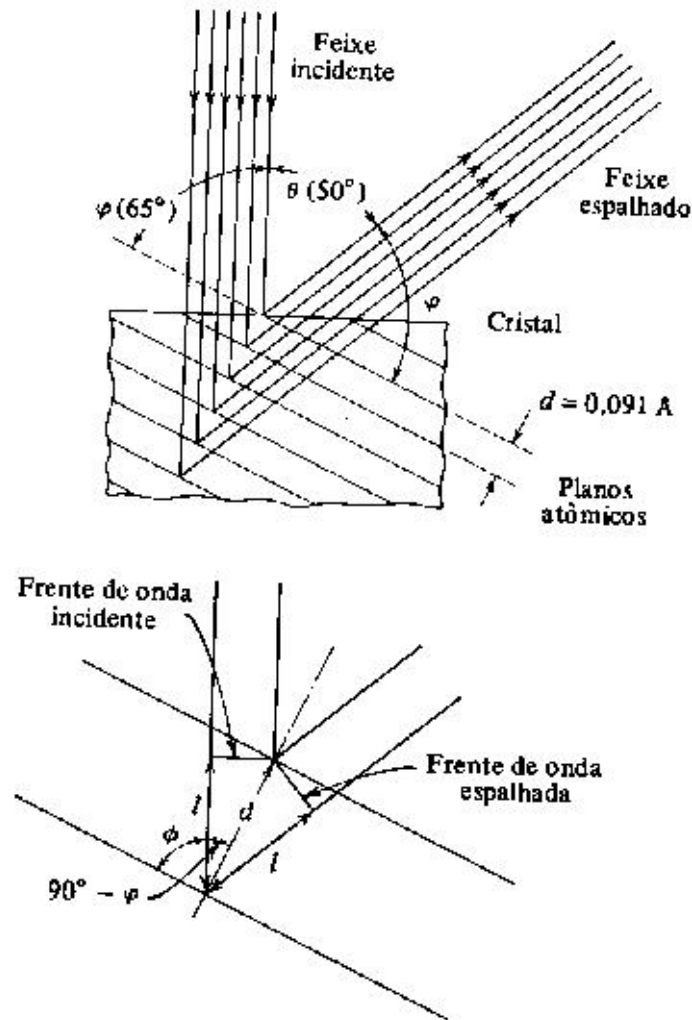


Figura 3.3: Ilustração da difração de Bragg: Interferência construtiva da radiação refletida por dois planos consecutivos de átomos num cristal.

onde n é um inteiro. Esta é a chamada relação de Bragg. Em geral, no uso do processo de difração num espectrômetro para determinação do comprimento de onda da radiação, utiliza-se em geral o primeiro máximo de interferência ($n=1$).

3.2 O Espalhamento Compton de Raios X

Em 1918, Arthur H. Compton iniciou uma série de experimentos visando o estudo do espalhamento de raios X. Esses experimentos o levaram a descobrir, em 1922, um importante

3.2 O Espalhamento Compton de Raios X

efeito, hoje conhecido como efeito Compton, que não tem explicação dentro da teoria clássica da radiação eletromagnética. Ao fazer incidir raios X de comprimento de onda bem definido (como os proveniente da emissão de raios X característico por materiais como o molibidênio usado por Compton) sobre um alvo sólido (grafite), como mostra a figura 3.4, Compton observou que o espectro dos raios X espalhados num dado ângulo apresenta dois componentes: um com comprimento de onda igual ao da radiação incidente, e o outro de comprimento de onda maior, cujo valor depende do ângulo de espalhamento, conforme visto na figura 3.5. A diferença $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ é chamada deslocamento Compton.

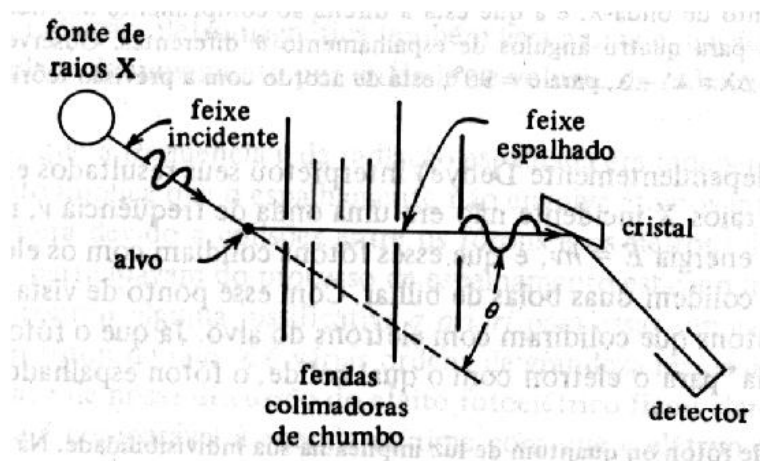


Figura 3.4: Diagrama do experimento de Compton. A radiação monocromática primária é produzida pelos raios X característicos do molibidênio.

De acordo com o eletromagnetismo clássico, uma onda eletromagnética de frequência ν ao atingir os elétrons do material do alvo, faz com que estes passem a oscilar na mesma frequência da radiação, irradiando portanto uma nova onda eletromagnética (em todas as direções) de frequência igual à da radiação incidente. Portanto, apenas o componente de mesmo comprimento de onda da radiação incidente, é esperado, do ponto de vista clássico. A explicação para o pico deslocado foi feita posteriormente pelo próprio Compton (e independentemente por Debye), tratando o problema como sendo o espalhamento elástico do fóton por um elétron atômico. Mesmo a teoria eletromagnética clássica prevê uma quantidade de movimento associado à radiação eletromagnética, $p = E/c$, onde p é a o momento linear da onda por unidade de volume e E a densidade de energia. Do ponto de vista quântico, fótons de energia $h\nu$ se propagam com a velocidade da luz e portanto, da expressão relativística para a energia,

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

podemos concluir que para que a energia possa ter um valor finito, a massa de repouso do fóton deve ser nula. Portanto, na expressão relativística para a relação entre energia e

3 Interação de Fótons com a Matéria

momento, $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$, a expressão correspondente para um fóton de energia $h\nu$ será $p = E/c$ ou $p = h\nu/c = h/\lambda$.

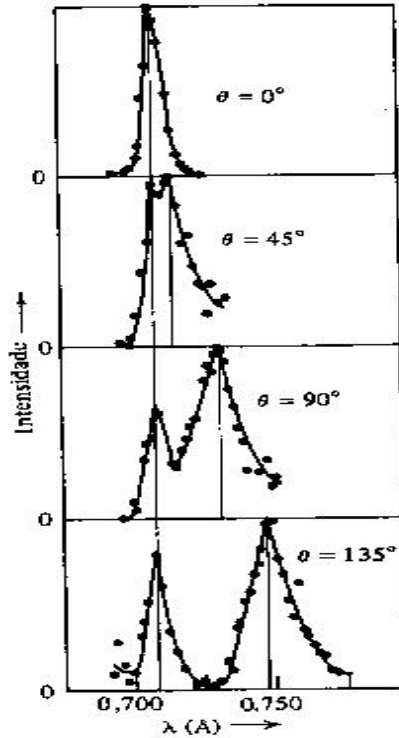


Figura 3.5: Espectro de raios X observado por Compton, para vários ângulos de espalhamento

Consideremos agora o espalhamento elástico de um fóton de energia $E = hc/\lambda$ e momento $p = h/\lambda$ por um elétron livre em repouso. Após o espalhamento, o fóton terá energia $E' = hc/\lambda'$ e momento $p' = h/\lambda'$, propagando numa direção fazendo um ângulo θ com a direção de incidência. O elétron, depois da colisão terá energia cinética E_c e momento p_e , numa direção que faz um ângulo φ em relação à direção do fóton incidente. Aplicando as leis de conservação de momento e energia temos as seguintes relações:

$$p = p' \cos \theta + p_e \cos \varphi$$

$$p' \sin \theta = p_e \sin \varphi$$

$$E + m_0c^2 = E' + E_c + m_0c^2$$

Tomando o quadrado das equações de conservação do momento e somando-as de modo a eliminar φ , temos:

3.2 O Espalhamento Compton de Raios X

$$(p - p' \cos \theta)^2 + p'^2 \sin^2 \theta = p_e^2$$

ou

$$p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2 = p_e^2$$

Da expressão de conservação de energia, temos para a energia cinética do elétron após a colisão $E_c = E - E' = (p - p')c$. Usando agora as expressões relativísticas que relacionam a energia com o momento do elétron:

$$\begin{cases} E = E_c + m_o c^2 \\ E^2 = p^2 c^2 + m_o^2 c^4 \end{cases}$$

temos a seguinte relação:

$$p_e^2 = \frac{E_c^2}{c^2} + 2E_c m_o$$

Substituindo agora p_e da expressão acima na relação para os momentos obtida anteriormente, temos:

$$p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2 = \frac{E_c'^2}{c^2} + 2E_c m_o$$

Substituindo agora a expressão para a energia cinética do elétron em termos dos momentos do fóton, temos:

$$p^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2 = (p - p')^2 + 2(p - p')m_o c$$

simplificando a expressão acima, obtém-se:

$$m_o c(p - p') = pp'(1 - \cos \theta)$$

e portanto:

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{m_o c}(1 - \cos \theta)$$

multiplicando a expressão acima por h e usando $h/p = \lambda$, temos:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \theta)$$

onde $\lambda_c = h/m_o c = 0.0243 \text{ \AA}$ é chamado comprimento de onda Compton para o elétron.

Do resultado acima, vemos que o deslocamento Compton $\Delta\lambda$ depende somente do ângulo de espalhamento θ , sendo o mesmo para qualquer comprimento de onda da radiação incidente.

No espectro da radiação espalhada mostrado na figura 3.5, temos ainda o pico correspondente ao comprimento de onda igual ao da radiação incidente. Este pico tem as características de dois processos diferentes. Num deles temos o espalhamento descrito por

3 Interação de Fótons com a Matéria

J.J. Thomson com base na eletrodinâmica clássica, e por este motivo, este tipo de espalhamento é hoje chamado espalhamento Thomson. O outro processo é chamado espalhamento Rayleigh, em homenagem ao seu descobridor. A explicação quântica para esses fenômenos é entretanto apenas uma variação do espalhamento Compton. No espalhamento Compton usual, o elétron espalhador está livre, ou fracamente ligado ao átomo (tipicamente a energia de ligação dos elétrons mais externos dos átomos é da ordem de alguns eV, milhares de vezes menor que a energia de um fóton de raio-X, sendo arrancado do átomo no processo de colisão. No caso do espalhamento Rayleigh a colisão se dá com um elétron das camadas mais internas do átomo, quando a energia de ligação deste pode ser muito maior, e após a colisão com o fóton, o elétron continua ligado ao átomo. Nesses casos, podemos considerar que o fóton foi espalhado pelo átomo como um todo, de modo que na expressão para o deslocamento $\Delta\lambda$ temos que usar agora o parâmetro λ_c para o átomo e não mais para o elétron. Como a massa do átomo é milhares de vezes maior que a do elétron, o deslocamento Compton $\Delta\lambda$ nesses casos é desprezível. No chamado espalhamento Thomson, o fóton é espalhado após uma colisão diretamente com o núcleo atômico. Do ponto de vista de energia, o resultado é idêntico ao caso do espalhamento Rayleigh, uma vez que a massa do núcleo é aproximadamente igual à massa do átomo como um todo. A distribuição angular da radiação espalhada no entanto é diferente para cada caso. Também, devido à enorme diferença de tamanho entre um átomo e seu núcleo, o espalhamento Thomson é muito menos provável que o Rayleigh. Para fótons de energia mais baixa que os raios X (como ultravioleta e luz visível) o espalhamento Compton vai ficando cada vez mais improvável, sendo mesmo impossível para as energias mais baixas, pois não há energia suficiente para arrancar o elétron do átomo.

Uma outra consideração deve ser feita, com respeito à interpretação de Compton para este efeito. Sendo o fóton uma entidade “elementar”, é difícil explicar como ele pode mudar de comprimento de onda numa colisão. A interpretação correta, de acordo com a teoria quântica atual, é que houve inicialmente a absorção do fóton pelo elétron na colisão. Posteriormente há a emissão de um outro fóton, de comprimento maior que o absorvido, de acordo com a equação de Compton.

3.3 Produção e Aniquilação de Pares

A equação básica da mecânica quântica, a equação de onda de Schroedinger é uma equação não relativística. Corresponde ao caso em que a energia total de uma partícula é dada pela relação:

$$\frac{p^2}{2m} + V = E$$

onde o primeiro termo corresponde à energia cinética e V à energia potencial da partícula. Alguns anos depois de Schroedinger ter apresentado sua equação, Dirac desenvolveu a equação correspondente relativística, para descrever o movimento de um elétron. Como a energia relativística de uma partícula, na ausência de potenciais externos é dada por

3.3 Produção e Aniquilação de Pares

$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$, a “cara” da equação de Dirac será algo como:

$$\pm\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} + V = E$$

No caso de uma partícula livre, com momento nulo, $E = -\sqrt{m_0^2c^4} = -m_0c^2$ corresponde a uma partícula com energia (massa) negativa. Se o momento for não nulo, teremos energias ainda mais negativas. Embora normalmente, nos cálculos relativísticos ignoramos a solução com energia negativa, Dirac observou que não havia razão para ignorar essa solução. Assim previu a existência de elétrons com energia negativa. Como o menor valor para o momento de uma partícula é zero, a equação acima diz que só pode haver elétrons com energia $E \geq m_0c^2$ ou $E \leq -m_0c^2$, como mostra a figura 3.6. Um elétron usual, com energia positiva, tendo disponível um estado possível de energia mais baixa (energia negativa), migraria para aquele estado, emitindo a diferença de energias na forma de um fóton. Assim, todos os elétrons disponíveis iriam para esses tais estados negativos e o nosso mundo não seria possível. Dirac postulou então que a natureza é de tal forma que *todos* os estados de energia negativa estão ocupados. Deste modo, não há como os elétrons de nosso mundo passar para os estados de energia negativa, conhecidos como o *mar de Dirac*. Pode-se mostrar que esse mar de partículas com energia negativa (isto é, com massa negativa) não interage com nosso mundo usual, não podendo portanto ser observado.

Dirac previu ainda a ocorrência de um fenômeno bastante interessante. Um fóton de alta energia (um raio γ), tendo energia maior que a abertura entre as duas faixas de energias permitidas para os elétrons ($\Delta E > 2m_0c^2 = 1022 \text{ keV}$) poderia ceder toda sua energia para um elétron de energia negativa (como no efeito fotoelétrico) de modo que agora este elétron teria energia positiva e seria observado como um elétron normal em nosso mundo. Já no mar de elétrons com energia negativa, sobraria um lugar vago, um buraco. Pode-se mostrar que num mar de elétrons com energia negativa, um buraco se comporta como uma partícula de massa positiva (igual a do elétron), e com carga oposta à do elétron. Este buraco é então visto em nosso mundo como uma partícula similar ao elétron, mas com carga oposta e é chamado de *pósitron* ou *anti-elétron*. Do ponto de vista observacional, o fenômeno é visto como a criação de um par partícula-antipartícula por um fóton de alta energia, e daí o nome criação de pares.

A validade dessas suposições de Dirac foi confirmada experimentalmente alguns anos mais tarde, quando em 1932 Anderson descobriu o pósitron em traços deixados por essas partículas em fotografias tiradas com câmaras de Wilson (câmara de bolhas), como a mostrada na figura 3.7. Nessa câmara, há um campo magnético aplicado na direção perpendicular ao plano da fotografia, de modo que o pósitron e o elétron, tendo cargas opostas, fazem um movimento espiralado em direções opostas. As espirais têm raio decrescente devido a perda de velocidades das partículas, por colisões com outros elétrons no material. É interessante notar que no mesmo ano em que Anderson publicou suas observações (1933), dois outros artigos foram também publicados, confirmando as observações de Anderson e a origem dessas partículas. Esses dois outros artigos tinham a participação de Giuseppe Occhialini, um físico italiano que logo depois viria para São Paulo, a convite de Gleb Wataghin, para dar início ao Departamento de Física da recém fundada Universidade

3 Interação de Fótons com a Matéria

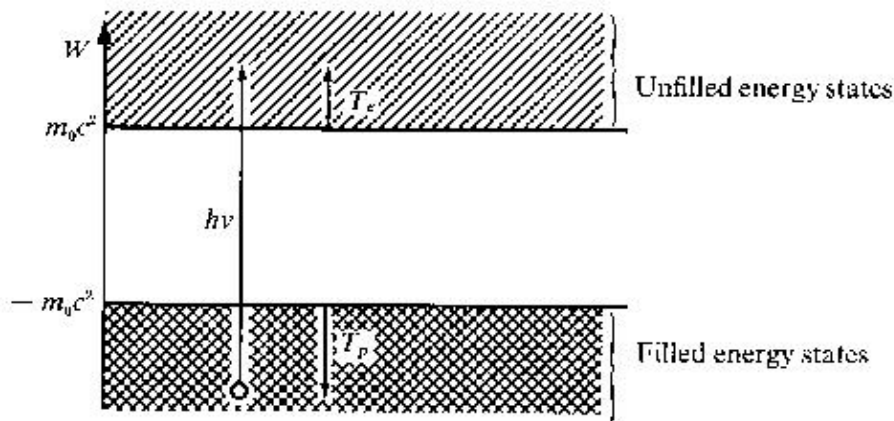


Figura 3.6: Diagrama mostrando as faixas de energia permitidas para os elétrons e a criação de um par elétron-pósitron

de São Paulo (ver p. ex. Chadwich, Blackett and Occhialini - Nature vol 131, pg. 473 -1933).

Pode-se também facilmente verificar que, analogamente ao que ocorre no efeito fotoelétrico, a interação de absorção do fóton por um elétron com energia negativa também não permite a conservação do momento linear. Deste modo, a criação de pares só pode ocorrer nas proximidades de uma partícula pesada, como o núcleo atômico, que então recebe a parte restante do momento inicial do fóton.

O pósitron portanto não passa, segundo Dirac, da ausência, um “buraco” no mar de elétrons de energia negativa. Há muitas outras situações em que um “buraco” se comporta como uma partícula. Por exemplo, bolhas de gás no interior de um líquido. Uma situação bem conhecida ocorre em materiais semicondutores, com os quais são produzidos os elementos básicos dos componentes eletrônicos atuais. Nesses elementos, os elétrons normalmente estão ocupando a chamada banda de valência, correspondendo aos estados eletrônicos ligados aos átomos do cristal (ou ao cristal como um todo). Deste modo, estes elétrons não têm mobilidade e não podem conduzir eletricidade. à temperatura zero, todos esses estados estão normalmente ocupados por elétrons e o material se comporta como um isolante. À medida que a temperatura aumenta, alguns desses elétrons ganham energia térmica suficiente para passar a ocupar uma outra faixa de energias maiores, chamada banda de condução. Entre a faixa de valência e a de condução há uma região de energias em que não há nenhum estado possível, numa situação muito similar à do processo de criação de pares. Nos semicondutores, quando um elétron é promovido para a banda de condução, o buraco na banda de valência se comporta como uma partícula positiva, com mobilidade dentro do cristal, conduzindo portanto corrente elétrica.

No caso da produção de pares, a promoção de um elétron de energia negativa para energias positivas, com a absorção de um fóton, cria portanto um par elétron-pósitron. Como vimos, um elétron de energia positiva pode vir a ocupar este estado vazio, cedendo

3.3 Produção e Aniquilação de Pares

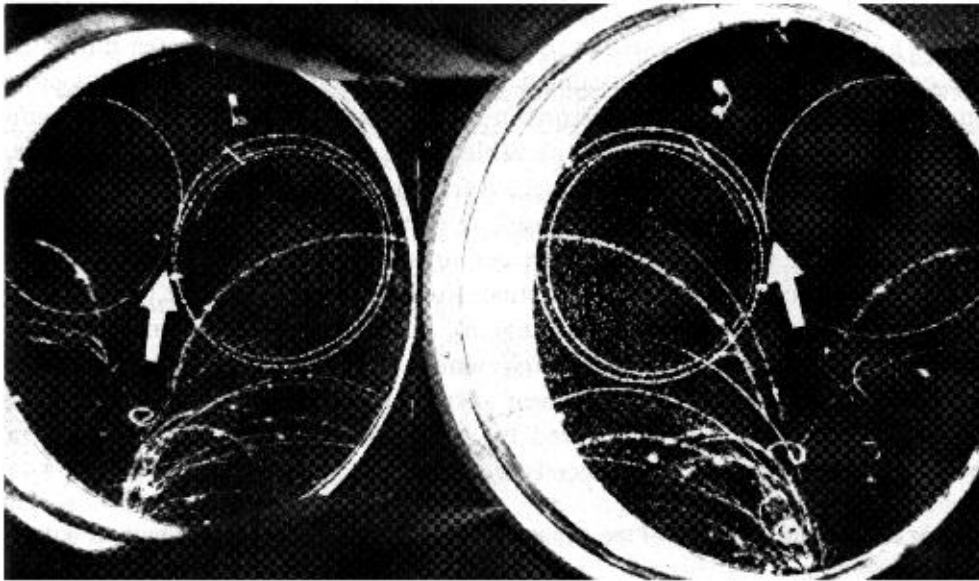


Figura 3.7: Fotografia estereoscópica de câmara de bolhas, mostrando a criação de um par elétron-pósitron. Na câmara, há um campo magnético perpendicular ao plano da fotografia. Elétron e pósitron fazem portanto trajetórias espiraladas em direções opostas.

a diferença de energia na forma de fótons. Considerando o buraco como um pósitron, podemos então descrever o processo como a colisão entre essas duas partículas. Após a colisão, desaparecem o elétron e o pósitron de modo que podemos falar num processo de aniquilação do par. Sendo partículas de cargas opostas, elétron e pósitron se atraem. Se a colisão não é exatamente frontal, como ocorre na maioria dos casos, há uma quantidade de momento angular relativo às duas partículas, que passam a orbitar uma em relação à outra, formando um sistema binário. Isto tem semelhança com o átomo, somente que aqui não há um núcleo de massa muito maior. Esta semelhança faz com que este sistema seja considerado um átomo exótico, chamado positrônio. Como num átomo comum, em que um elétron em camadas atômicas de energia (ou momento angular) elevada, perde energia passando para órbitas mais baixas, emitindo fótons a cada passagem, o positrônio também vai perdendo momento angular, o pósitron cada vez mais perto do elétron, até que se aniquilam mutuamente (o elétron ocupa o buraco!) emitindo em geral dois ou três fótons, dois sendo muito mais provável. A emissão de um único fóton é possível, no caso em que o pósitron colide com um elétron fortemente ligado a um átomo, mas o processo é muito raro. Emissão de mais de três fótons também é possível, mas são processos igualmente improváveis). Esse processo ocorre muito rapidamente, o positrônio durando em média cerca de 10^{-10} s. No caso de emissão de dois fótons, por exemplo, a energia total dos fótons deve ser de 1022 keV, supondo que o positrônio se encontra em repouso, como normalmente se encontra, no momento da aniquilação. Para que haja também a conservação do momento, é necessário que os fótons tenham a mesma energia (e portanto

3 Interação de Fótons com a Matéria

mesmo momento), tendo portanto cada um 511 keV, sendo emitidos em direções opostas.

3.4 Absorção de Fótons Pela Matéria

Um feixe de fótons, após atravessar uma determinada espessura de matéria terá sua intensidade diminuída pela remoção de uma parte desses fótons do feixe, por um dos três tipos de interação anteriormente descritos. Para fótons de baixas energias, como luz visível, em geral bastam espessuras bastante pequenas (fração de mm) para que praticamente todos os fótons tenham interagido, ocorrendo portanto a absorção total da radiação. Para fótons de energias mais altas, como raios X ou raios γ , uma boa fração dos fótons incidentes pode atravessar espessuras relativamente grandes (vários cm) sem sofrer nenhum tipo de interação. Para um feixe de fótons com uma dada energia (monocromáticos), com intensidade inicial I_0 , o número de fótons absorvidos dI numa espessura dx do material absorvedor deve ser proporcional ao número de fótons I e à espessura dx , pois a absorção de um fóton numa dada posição depende apenas da probabilidade de interação por um dos três efeitos e não do que aconteceu anteriormente com os outros fótons. Portanto, chamando o coeficiente de proporcionalidade (coeficiente de absorção linear) de μ , temos a relação:

$$dI = -I\mu dx$$

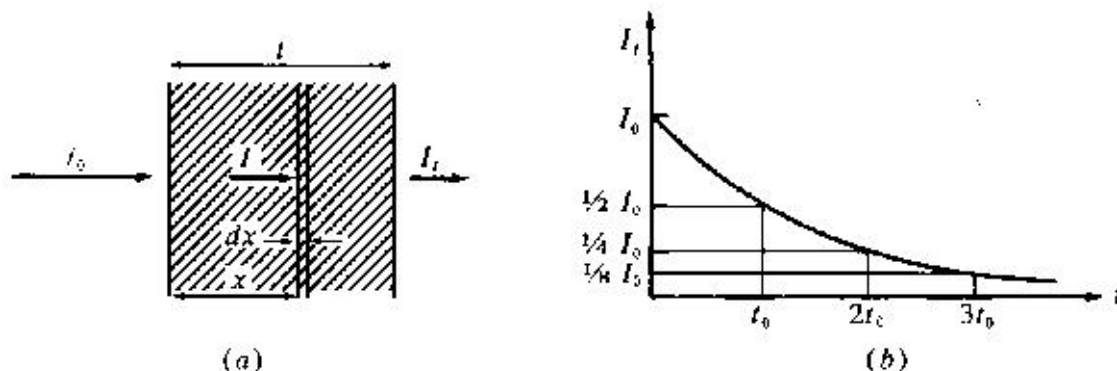


Figura 3.8: Atenuação de um feixe de fótons por um absorvedor.

o sinal negativo indicando que há um decréscimo no número de fótons. Após atravessar uma espessura x de um absorvedor, a intensidade I de um feixe de fótons de intensidade inicial I_0 será então dada por:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

Como a absorção é causada por um dos três processos de interação, o coeficiente de absorção pode ser decomposto em três termos:

$$\mu = \mu_E + \mu_C + \mu_P$$

3.4 Absorção de Fótons Pela Matéria

sendo cada componente proporcional à probabilidade de ocorrência de cada um dos processos. Mais comumente, utiliza-se nos cálculos o chamado coeficiente de absorção de massa, definido como a razão μ/ρ , onde ρ é a densidade do absorvedor (e $I(x) = I_0 \exp(-(\mu/\rho)\rho x)$). Na figura 3.9 vemos a dependência dos três termos do coeficiente de absorção de massa do alumínio, com a energia dos fótons incidentes. Note que para energias baixas, o processo de absorção por efeito fotoelétrico é dominante e que a partir de ~ 50 keV o espalhamento Compton passa a dominar. A criação de pares, que só ocorre para energias acima de 1.022 MeV é dominante apenas para fótons com energias acima de 20 MeV. Essas faixas de predominância dependem do material. A probabilidade de ocorrência de efeito fotoelétrico, por exemplo, numa dada energia de fóton aumenta com Z^5 , onde Z é o número atômico do absorvedor. Para o chumbo, por exemplo, o espalhamento Compton só passa a dominar para fótons de energia maior que cerca de 500 keV.

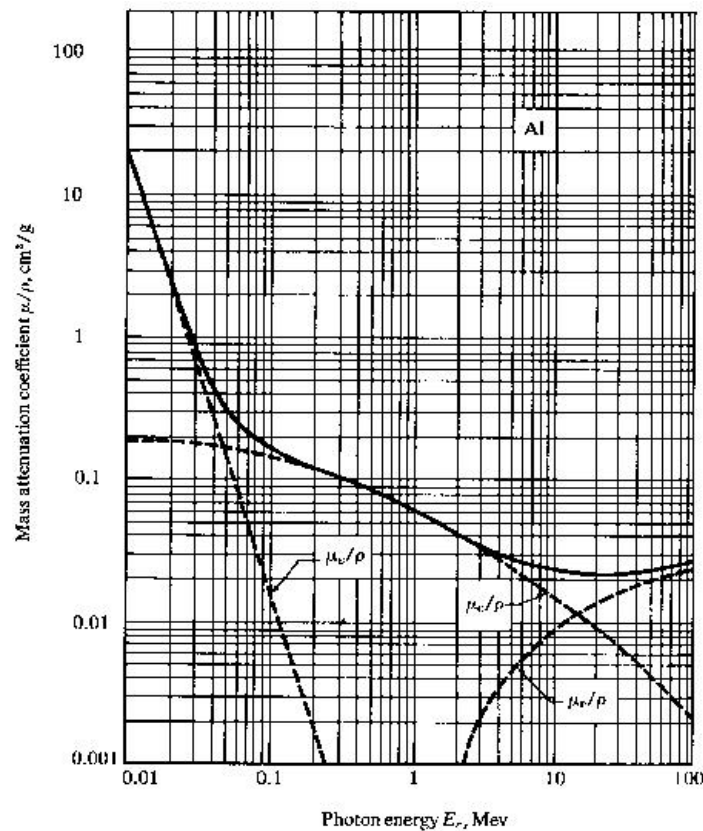


Figura 3.9: Variação do coeficiente de absorção de massa para cada tipo de interação com a energia do fóton.

Um outro detalhe sobre a absorção é que no espalhamento Compton não temos propriamente a absorção do fóton, pois um outro fóton é emitido após o espalhamento. Entretanto, como a emissão do segundo fóton será em geral em direção diferente da direção do feixe de fótons, ele é removido do feixe, diminuindo portanto sua intensidade. Caso semelhante

3 Interação de Fótons com a Matéria

ocorre com a criação de pares, quando logo a seguir, com a aniquilação do par outros fótons são também emitidos.

3.5 Exercícios

1. O comprimento de onda mínimo no espectro contínuo de raios X emitidos por um tubo de TV é de 0.124 nm. Qual a tensão de aceleração dos elétrons nesse tubo? R: 10 kV.

2. Um fóton de energia inicial de 100 keV que se move no sentido positivo do eixo x, colide com um elétron livre em repouso. O fóton é espalhado de um ângulo de 90° , indo no sentido positivo do eixo y. Ache os componentes do momento do elétron. R: $p_x = 0,33 \cdot 10^{-3} \text{ eV} \cdot \text{s/m}$; $p_y = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ eV} \cdot \text{s/m}$; $\varphi = 40^\circ$.

3. Mostre que $\Delta E/E$, a variação relativa da energia do fóton no espalhamento Compton, é igual a $(h\nu'/m_0c^2)(1 - \cos \theta)$.

4. Qual a energia cinética máxima possível, bem como o momento de um elétron envolvido no processo Compton em termos da energia do foton incidente $h\nu$ e da energia de repouso do elétron m_0c^2 ? R: $E_e = m_0c^2 + h\nu[1 - m_0c^2/(m_0c^2 + 2h\nu)]$

5.- Determine a variação máxima do comprimento de onda no espalhamento Compton por *prótons*.

6.- Considere um feixe de raios X, com $\lambda = 1.00 \text{ \AA}$, e também um feixe de raios γ vindo de uma fonte de ^{137}Cs , com $\lambda = 1.88 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$. Se a radiação espalhada pelos elétrons livres é observada a 90° do feixe incidente: a) Qual o deslocamento Compton em cada caso? b) Que energia cinética é cedida ao elétron em cada caso? c) Que percentagem da energia do fóton incidente é perdida na colisão em cada caso?

7.- Raios X com $\lambda = 0.71 \text{ \AA}$ ejetam fotoelétrons de uma folha de ouro. Os elétrons descrevem círculos de raio r em uma região onde há um campo de indução magnética B. A experiência mostra que $rB \leq 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ tesla} \cdot \text{m}$. Ache: a) a energia cinética máxima dos fotoelétrons. b) o trabalho realizado ao remover o elétron da folha de ouro. R: a) 3keV b) 14.5 keV.

8.- Um raio γ cria um par elétron pósitron. Mostre diretamente que, sem a presença de um terceiro corpo para absorver uma parte do momento, a energia e o momento não podem se conservar simultaneamente. (Sugestão: suponha que a energia seja conservada e mostre que isto implica em momentos diferentes antes e depois da interação).

9.- Suponha que um par elétron pósitron é criado por um fóton que tem a energia limite ($2m_0c^2$) para que o processo ocorra. a) Calcule o momento transferido a um núcleo no processo. b) suponha que o núcleo é o de um átomo de chumbo e calcule a energia cinética do núcleo atingido. É razoável desprezarmos essa energia, comparada com a energia limite, como feito acima?

10.- O coeficiente de absorção de massa para fótons de energia 1 MeV é igual a $0.06 \text{ cm}^2/\text{g}$ tanto para o Al quanto para o Pb. Calcule a espessura de um absorvedor de Al e a de um de Pb, capaz de reduzir a intensidade de um feixe de fótons dessa energia, para 5% de seu valor inicial. (dado: $\rho(\text{Al}) = 2.7 \text{ g/cm}^3$, $\rho(\text{Pb}) = 11 \text{ g/cm}^3$). a) 19cm b) 4.5 cm

3.5 Exercícios

11.- Sob condições ideais, o olho humano registra um estímulo visual a 5500 \AA se mais de 100 fótons forem absorvidos por segundo. A que potência isso corresponde?

12.- Obtenha a relação:

$$\cot \frac{\theta}{2} = \left(1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}\right) \tan \varphi$$

entre as direções de movimento do fóton espalhado e do elétron envolvidos no efeito Compton.

13.- Raios-X de comprimento de onda $0,200 \text{ nm}$ são espalhados por um bloco de carbono. Se a radiação espalhada é detectada a 90° em relação à dos raios incidentes, encontre a) o deslocamento Compton $\Delta\lambda$ e b) a energia cinética do elétron em recuo.

a) $0,00243 \text{ nm}$ b) $74,4 \text{ eV}$

14.- Raios-X com comprimento de onda $0,040 \text{ nm}$ sofrem espalhamento Compton. a) Encontre o comprimento de onda dos fótons espalhados a 30° , 60° , 90° , 120° , 150° e 210° . b) Encontre a energia da partícula espalhada correspondente. c) Qual dos ângulos de espalhamentos dá ao elétron a maior energia de recuo?

a) $0,0403$, $0,0412$, $0,0436$, $0,0445$, $0,0448$, $0,0445 \text{ nm}$

b) 231 , 905 , 1760 , 2570 , 3140 , 3330 , 3140 eV

c) $\theta = 180^\circ$

15.- Mostre que a razão entre o comprimento de onda Compton $\lambda_C = h/mc$ e o comprimento de onda de de Broglie para um elétron relativístico é dada por:

$$\frac{\lambda_C}{\lambda} = \left[\frac{E^2}{m^2c^4} - 1 \right]^{1/2}$$

16.- Raios gama (fótons de alta energia de origem nuclear) de energia $1,02 \text{ MeV}$ são espalhados por elétrons inicialmente em repouso. Se o espalhamento é simétrico, isto é $\theta = \phi$, encontre a) o ângulo de espalhamento θ e b) a energia dos fótons espalhados.

a) $\theta = 41,5^\circ$ b) $0,679 \text{ MeV}$

17.- Um fóton de energia inicial $0,1 \text{ MeV}$ sofre espalhamento Compton em ângulo de 60° . Encontre a) a energia do fóton espalhado b) a energia de recuo do elétron e c) o ângulo de recuo do elétron.

a) $9,11 \times 10^4 \text{ eV}$ b) $8,90 \text{ keV}$ c) $55,4^\circ$

18.- Um núcleo excitado de ferro ($A=57$) decai para o estado fundamental pela emissão de um fóton. A energia disponível para a transição (diferença de energia entre o estado excitado e o fundamental) é de $14,4 \text{ keV}$. a) qual a redução da energia do fóton, do valor máximo possível ($14,4 \text{ keV}$), devido a energia de recuo do núcleo? b) Qual o comprimento de onda do fóton emitido?

a) $1,95 \times 10^{-3} \text{ eV}$ b) $0,0861 \text{ nm}$

19.- Numa colisão Compton com um elétron, um fóton de luz violeta (4000 \AA) é retro espalhado em ângulo de 180° . a) Quanta energia (eV) é transferida ao elétron nessa colisão? b) Compare o resultado com a energia adquirida pelo elétron ao sofrer efeito fotoelétrico

3 Interação de Fótons com a Matéria

com um fóton de mesmo comprimento de onda. c) Poderia a luz violeta ejetar elétrons de um metal por espalhamento Compton?

a) $3,77 \times 10^{-5}$ eV b) 3,10 eV c) Não pois a energia máxima ($\theta=180$) é insuficiente.

20.- Uma partícula misteriosa entra na região entre as placas de deflexão de um aparelho de Thomson, como mostrado na figura. O ângulo de deflexão θ é determinado como 0,2 rd (para baixo) para essa partícula quando $V=2000$ V, comprimento das placas 10 cm e distância entre as placas 2 cm. Se um campo magnético perpendicular de magnitude $4,57 \times 10^{-2}$ T é aplicado simultaneamente com o campo elétrico, a partícula passa entre as placas sem deflexão. a) Encontre q/m para essa partícula. b) Identifique a partícula. c) Encontre a velocidade horizontal com que a partícula entrou na região entre as placas. d) Deve-se usar mecânica relativística para este problema?

a) $9,58 \times 10^7$ C/kg b) prótons

21.- Qual o comprimento de onda mínimo produzido por um aparelho de raios-X operando a um potencial de 30 kV?

0,0413 nm

22.- O acelerador linear de Stanford pode acelerar elétrons até 50 GeV. Qual o menor comprimento de onda que pode ser produzido por bremsstrahlung? São esses fótons ainda chamados raios-X?

23.- Um tubo de TV opera a 20 kV. Qual o λ_{min} para os raios-X produzidos na colisão desses elétrons com o fósforo da tela?

0,0620 nm

24.- Calcular $\Delta\lambda/\lambda$ do espalhamento Compton para luz verde ($\lambda=530$ nm). Poderia esse efeito ser facilmente observado?

25.- Se um fóton de 6 keV é espalhado por um próton em repouso, qual a variação no comprimento de onda do fóton espalhado a 90° ?

26.- Um raio gama de 700 keV de energia é espalhado por um elétron. Encontre a energia do fóton espalhado a 110° , a energia do elétron espalhado e o ângulo de recuo do elétron.

27.- Qual a energia de um fóton necessária para produzi um par próton-antipróton?

28.- Qual o comprimento de onda mínimo de um foton capaz de produzir elétrons com energia de 30 keV em um espalhamento Compton?

29.- Mostre que a energia cinética máxima do elétron em recuo em um espalhamento Compton é dada por:

$$E_{max}^{cin} = h\nu \frac{\frac{2h\nu}{mc^2}}{1 + \frac{2h\nu}{mc^2}}$$