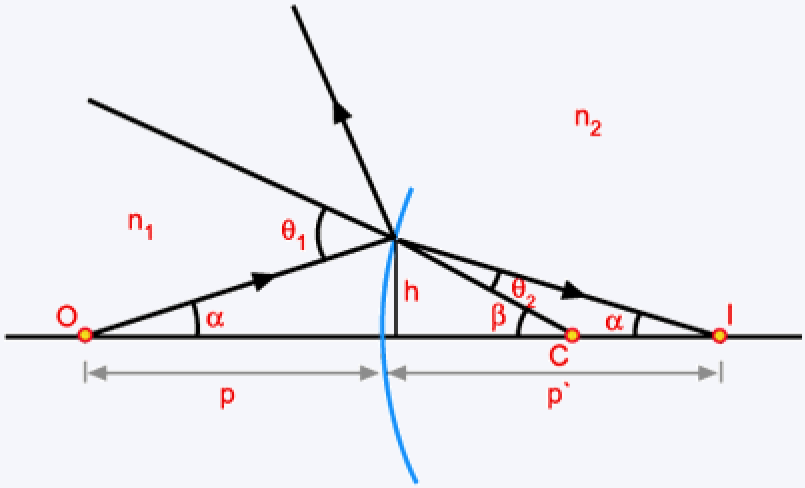
Óptica – Lentes

Imagem num dioptro esférico

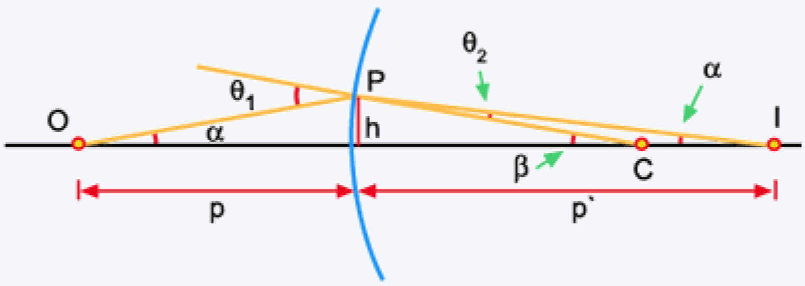
Para procedermos ao estudo analítico do processo de formação de imagem numa lente, vamos estudar a imagem de um objeto puntiforme diante de um dioptro esférico. Os dois meios transparentes serão assumidos possuindo índices de refração n_1 e n_2 e separados por uma superfície esférica de raio R. O objeto está no ponto O e a imagem se formará no ponto I o qual se encontra no eixo passando pelo centro de curvatura C e o objeto O. As coordenadas da imagem I e do objeto são p e p' .



Consideremos primeiramente um raio incidente proveniente de O formando um ângulo α com a horizontal e θ_1 com a normal à superfície. Este raio é refratado formando um ângulo θ_2 com a normal e um ângulo γ com a horizontal. O conjunto de raios refratados formará a imagem em I do objeto.

Admitiremos que todos os ângulos são pequenos e que, portanto, as seguintes aproximações são válidas:

$$\operatorname{sen}\theta_1 \cong \theta_1$$
$$\operatorname{sen}\theta_2 \cong \theta_2$$
$$\alpha \cong \frac{h}{p}$$
$$\beta \cong \frac{h}{R}$$
$$\gamma \cong \frac{h}{p'}$$



De acordo com a Lei de Snell teremos

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2 \,.$$

Admitindo que os ângulos são pequenos, teremos uma relação simples entre os ângulos θ_1 e θ_2 :

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2 \,.$$

Lembramos agora que num triângulo qualquer um ângulo exterior é igual à soma dos ângulos interiores opostas à ele. Se aplicarmos esse resultado para os triângulos OPC e IPC podemos afirmar que valem as relações

$$\theta_1 = \alpha + \beta$$
$$\theta_2 = \beta - \gamma \,.$$

Usando a Lei de Snell para ângulos pequenos e substituindo θ_1 e θ_2 por esses valores temos

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = (n_2 - n_1)\beta \,.$$

Utilizando a seguir as aproximações mostradas acima para α, β e γ teremos

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \,.$$

Vemos, assim, que essa equação tem certa semelhança com a equação para os espelhos. A convenção dos sinais das coordenadas é a seguinte:

p é positivo se o objeto estiver na frente da superfície (objeto real)
p é negativo se o objeto estiver atrás da superfície (objeto virtual)
p' é positivo se a imagem estiver atrás da superfície (imagem virtual)
p' é negativo se a imagem estiver na frente da superfície (imagem real)
R é positivo se o centro de curvatura estiver atrás da superfície
R é negativo se o centro de curvatura estiver na frente da superfície.