Mecânica

Energia e trabalho

1-Energia e sua relevância

O termo **Energia** incorporou-se, em caráter definitivo, no cotidiano das pessoas. Este é o reconhecimento de que o consumo de energia determina, e muito, o padrão de vida dos habitantes da Terra. Ter energia, sob as mais diversas formas, à disposição é uma condição necessária para o desenvolvimento econômico e social de um país.

Energia é a capacidade de realizar tarefas (os físicos preferem dizer realizar trabalho). Por tarefas entendemos atividades das mais diversas naturezas, como bater uma estaca no solo (para dotar um futuro prédio de bases sólidas), acender uma lâmpada, acionar as turbinas (ou reator) de um submarino nuclear, movimentar uma locomotiva ou aquecer a água dentro de uma panela.

Energia é, portanto, a mola propulsora do desenvolvimento, do progresso. Por isso, a relevância de programas de geração e conservação de energia. A busca por fontes alternativas de energia será perene.

2-Formas de energia

A capacidade de realizar tarefas origina-se dos mais distintos processos físicos. Existem, pois, formas distintas de geração (ou armazenamento) de energia. A cada forma de energia associamos um nome para lembrar sua origem. Por exemplo, na detonação de uma bomba atômica existe a liberação (produção) de uma enorme quantidade de energia. Essa forma de energia se origina de

processos que ocorrem no núcleo dos átomos (divisão de núcleos). Por isso, essa forma de energia recebe o nome de energia nuclear.

Se a energia gerada tem origem no aproveitamento dos ventos, ela recebe o nome de energia eólica. Se a energia gerada se origina do aproveitamento de energia armazenada pela presença de campos elétricos (e magnéticos), temos a energia elétrica (ou magnética). O calor também é uma forma de energia (energia térmica).

Existe, portanto, um número apreciável de formas de energia. Nos próximos capítulos estaremos estudando a **Energia Mecânica**. Ela é composta de outras duas formas: a **Energia Cinética** e a **Energia Potencial**.

3-Energia cinética

Existe uma forma de energia que está associada inteiramente ao movimento, isto é, está associada ao estado de movimento (à velocidade, mais precisamente). Tal energia é denominada Energia Cinética (cinético, em grego, significa movimento).

Para uma partícula de massa m e velocidade v, a sua energia cinética é dada pela expressão:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 .$$

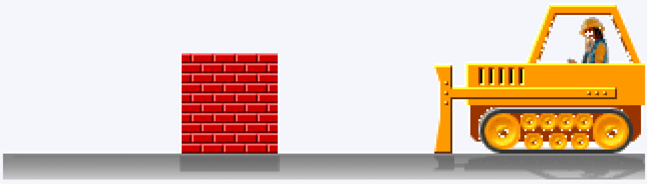
Note-se que, quanto maior for a velocidade e a massa de um objeto, tanto maior será a sua energia cinética. Esta expressão acima está muito de acordo com a nossa experiência cotidiana. Sabemos que um carro em movimento pode realizar tarefas, algumas

delas absolutamente desnecessárias, tais como derrubar postes, derrubar muros ou deformar laterais de outros carros. O estrago provocado em acidentes é tanto maior quanto maior a velocidade do veículo. Uma jamanta, por outro lado, por ter uma massa maior do que um automóvel, é capaz de fazer mais estragos do que este (até mesmo a uma velocidade menor).

4- Trabalhos realizados por uma força

Quando definimos energia dissemos que os físicos preferem definir Energia como a capacidade de realizar trabalho (em vez de tarefas). Trabalho é um conceito muito abstrato (nada intuitivo, de fato) mas que, por outro lado, introduz um rigor matemático e, portanto precisão, na definição de energia. Para ser bem preciso, o que se pode afirmar é que, se alguma força realizou trabalho, então houve variação de energia.

O trabalho aqui definido se constitui, portanto, numa medida de quanto uma forma de energia se altera (varia) quando um móvel se desloca de um ponto A para o ponto B.



Trabalho realizado por uma força num deslocamento linear

Para uma força constante, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ sobre uma partícula, quando esta se desloca linearmente de A até B, é dado pelo produto escalar

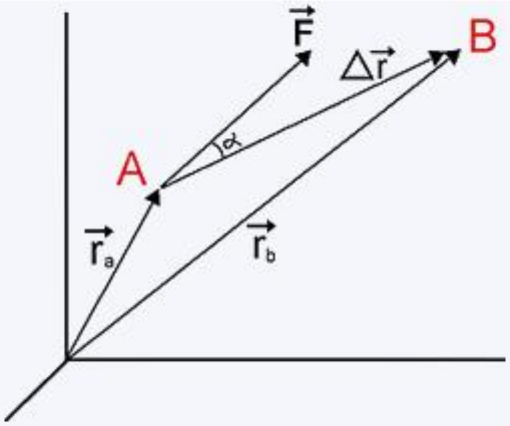
$$W_{A \to B} = \vec{F} . \Delta\vec{s} \quad ,$$

onde $\Delta\vec{r}$ é o vetor deslocamento de A até B:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \quad .$$

Portanto, trabalho é uma grandeza escalar e seu valor é

$$W_{A\to B} = \left|\vec{F}\right|\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha \ .$$



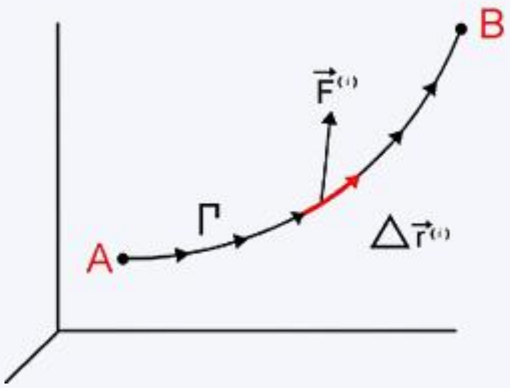
Trabalho de uma força não constante

Trabalho realizado por uma força

Imaginemos que queremos calcular o trabalho de uma força $\vec{F}$ quando a partícula percorre um caminho arbitrário Γ do ponto A até o ponto B.

Podemos dividir o percurso Γ numa sucessão de deslocamentos $\Delta\vec{r}^{(i)}$ (i=1,2,...) como mostra a figura ao lado.

Se tomamos um número de divisões muito grande, os deslocamentos $\Delta\vec{r}^{(i)}$ são muito pequenos e a força praticamente não varia ao longo de cada $\Delta\vec{r}^{(i)}$. O trabalho realizado por $\vec{F}$ no deslocamento $\Delta\vec{r}^{(i)}$ é então:



$$\Delta W_i = \vec{F}^{(i)} \cdot \Delta\vec{r}^{(i)} \ ,$$

onde $\vec{F}^{(i)}$ é o valor de $\vec{F}$ no deslocamento $\Delta\vec{r}^{(i)}$.

Agora podemos definir o trabalho no percurso total Γ como sendo a soma em cada deslocamento parcial:

$$\begin{aligned} W_{A\to B} &= \Delta W_1 + \Delta W_2 + \ldots \\ &= \vec{F}^{(1)}.\Delta\vec{s}^{(1)} + \vec{F}^{(2)}.\Delta\vec{s}^{(2)} + \ldots \\ &= \sum_i \vec{F}^{(i)}\Delta r^{(i)} + \ldots \end{aligned}$$

Na verdade, esse é apenas um valor aproximado do trabalho. Para obter o valor exato, devemos fazer o número de divisões tender a infinito e de tal forma que as amplitudes de todos os intervalos vão tendendo a zero. Por esse processo, a somatória do segundo membro de (15.6) tende para um valor bem definido, indicado com

$$\int_\Gamma \vec{F}.d\vec{r}$$

e denominado integral de linha de um vetor $\vec{F}$ ao longo de uma curva Γ. Assim,

$$\int_\Gamma \vec{F}.d\vec{r} \quad .$$

Escrevendo o deslocamento infinitesimal ao longo da curva, $d\vec{r}$, na forma

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} \quad ,$$

onde dx, dy e dz são as variações infinitesimais correspondentes de x, y e z podemos escrever também

$$W_{A\to B} = \int_\Gamma (F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z) \quad .$$

Essa é a forma usualmente empregada no cálculo do trabalho.

5-Trabalhos e variação da energia cinética

Vamos agora demonstrar, primeiramente sem muito rigor, um resultado muito importante; ou seja, o trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ (ou a resultante das forças que agem sobre o corpo) no deslocamento de A até B dá a diferença de energia cinética da partícula entre os pontos B e A:

$$W_{A\to B} = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}\ .$$

Portanto, o trabalho dá uma medida muito precisa de quanto a energia cinética variou. Esta variação de energia cinética pode, por exemplo, ter-se transformado em outras formas de energia.

Para demonstrarmos esse resultado, basta retomarmos a definição de trabalho e usarmos a lei de Newton. Obtemos

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\,.\,d\vec{r} = m\int_A^B \frac{d\vec{v}}{dt}\,.\,d\vec{r}\ .$$

Uma manipulação simples leva a

$$W_{A\to B} = \int_A^B d\vec{v}\,.\,\frac{d\vec{r}}{dt} = m\int_A^B d\vec{v}.\vec{v}\ .$$

O integrando pode ser escrito como uma diferenciação exata se lembrarmos que

$$d\vec{v}.\vec{v} = d\left(\frac{\vec{v}.\vec{v}}{2}\right) = d\left(\frac{\vec{v}^2}{2}\right)\ .$$

Assim, utilizando a equação anterior em $W_{A\to B} = \int_A^B d\vec{v}\,.\,\frac{d\vec{r}}{dt} = m\int_A^B d\vec{v}.\vec{v}$ obtemos

$$W_{A\to B} = \int_A^B d\left(\frac{m\vec{v}^2}{2}\right) = \frac{m\vec{v}_B^2}{2} - \frac{m\vec{v}_A^2}{2}\ ,$$

demonstrando-se portanto, o resultado $W_{A\to B} = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$.

6-Calculando o trabalho

Vamos calcular o trabalho realizado por algumas das forças consideradas nos capítulos anteriores. Vamos começar pela força normal.

Trabalho realizado pela força normal

A força normal $\vec{N}$ é sempre perpendicular à direção do deslocamento (e do movimento). Isso significa que a projeção da força na direção de deslocamento é nula. Matematicamente,

$$N.d\vec{r} = 0$$

Portanto, o trabalho realizado pela força normal é nulo.

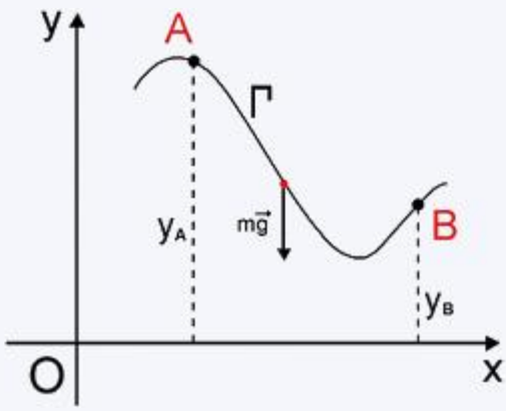
Trabalho realizado pela força gravitacional

Como a força da gravidade na proximidade da terra é uma força constante m $\vec{g}$, o trabalho da força da gravidade será dada por

$$W_{A\to B} = \int_{\Gamma} m\vec{g}\, d\vec{r} \quad .$$

Escolhendo o eixo y de acordo com a figura ao lado verifica-se que

$$W_{A\to B} = mg(y_A - y_B) \quad .$$



Observe-se que o trabalho depende apenas da variação da altura. Isso ocorre porque deslocamentos na direção horizontal dão contribuição nula para o trabalho, pois a força de gravidade é perpendicular a esses deslocamentos.

Trabalho realizado por uma força não constante num deslocamento linear

Dada uma força dependente de x, podemos dividir o deslocamento entre as posições x_Ae x_B em pequenos intervalos Δx. Para cada um desses intervalos aplicamos a fórmula para força constante, pois essa divisão procura justamente isso, ou seja, busca intervalos tão pequenos que para cada um deles possamos utilizar a expressão para força constante. Disso obtemos, para o i-ésimo intervalo, o trabalho

$$\Delta W_i = F(x_i)\Delta x^{(i)}.$$

valor esse igual ao da área do retângulo tracejado mostrado na figura

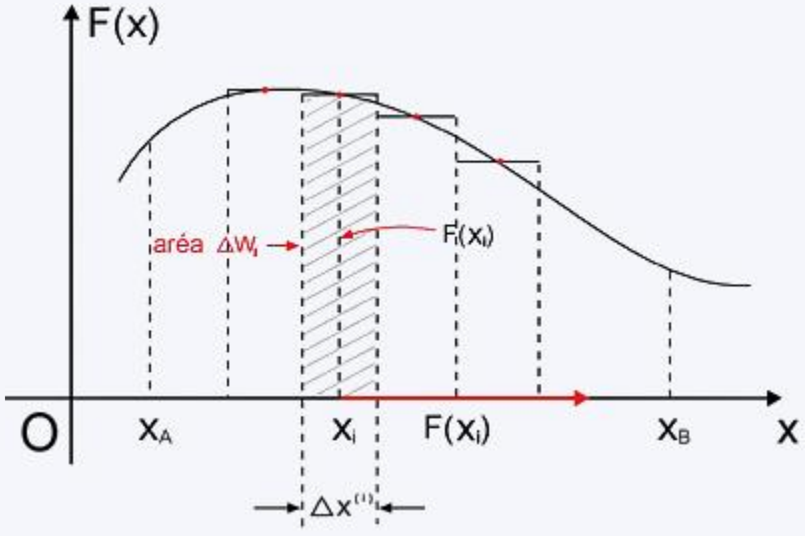
O trabalho total é o limite da soma

$$S = \sum \Delta W_i = \sum F(x_i)\Delta x_i$$

quando aumentarmos o número de divisões fazendo os Δx_i tenderem a zero, isto é,

$$W_{A\to B} = \int_{x_A}^{x_B} F(x)\,dx.$$

O significado de $W_{A\to B}$ é que ele é igual a área da região compreendida entre o eixo x, a curva F(x) e as verticais por x_A e x_B, considerando-se essa área negativa quando F(x) é negativa.



Exemplos

No caso da força elástica, F(x) = -k x, a curva F(x) é a reta , mostrada na figura abaixo. A área do triângulo tracejado é,

$$-\frac{1}{2}\left|-k\bar{x}\right|\bar{x} = -\frac{1}{2}k\bar{x}^2 .$$

Portanto,

$$W_{0\to\bar{x}} = -\frac{1}{2}k\bar{x}^2 .$$

Esse resultado vale também para $\bar{x} < 0$ pois, nesse caso,

$$W_{0\to\bar{x}} = -W_{\bar{x}\to 0} = -\left[\text{ÁREA ENTRE } \bar{x} \text{ e } 0\right] = \left[-\frac{1}{2}(-k\bar{x})(-\bar{x})\right] = -\frac{1}{2}k\bar{x}^2$$