Vetores

1- Introdução

A Física lida com um amplo conjunto de grandezas. Dentro dessa gama enorme de grandezas existem algumas, cuja caracterização completa requer tão somente um número seguido de uma unidade de medida. Tais grandezas são chamadas de grandezas escalares. Exemplos dessas grandezas são a massa e a **temperatura**.

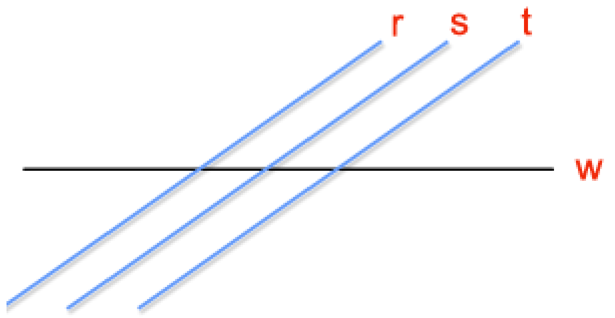
Uma vez especificado que a massa é 1kg ou a temperatura é 32ºC, não precisamos de mais nada para especificá-las.

Outras grandezas há que requerem três atributos para a sua completa especificação como, por exemplo, a posição de um objeto. Não basta dizer que o objeto está a 200 metros. Se você disser que está a 200 metros existem muitas possíveis localizações desse objeto (para cima, para baixo, para os lados, por exemplo). Dizer que um objeto está a 200 metros é necessário, porém não é suficiente. A distância (200 metros) é o que denominamos, em Física, de módulo da grandeza. Para localizar o objeto, é importante especificar também a sua direção e o seu sentido. Isto é, para encontrar alguém a 200 metros, precisamos abrir os dois braços indicando a direção e depois fechar um deles especificando o sentido. Na vida cotidiana, fazemos os dois passos ao mesmo tempo, economizando abrir os dois braços, mas em Física precisamos sempre especificar os dois passos.

RESUMINDO:

Uma grandeza vetorial é tal que sua caracterização completa requer um conjunto de três atributos: o módulo, a direção e o sentido.

Direção: é aquilo que existe de comum num feixe de retas paralelas. As retas r, s e t são paralelas e, assim, têm a mesma direção. As retas t e w não são paralelas e, portanto, não têm a mesma direção.



Sentido: podemos percorrer uma direção em dois sentidos. Por exemplo, sobre a reta y temos dois sentidos de percurso: de A para B e de C para D.

Portanto, para cada direção existem dois sentidos.

Além da posição, a velocidade, aceleração e força são, por exemplo, grandezas vetoriais relevantes na Mecânica.

2- Vetores

Lidar com grandezas escalares é muito fácil. Fazer adição de duas grandezas escalares é simples. Por exemplo, 3kg acrescidos de 2kg dá 5kg.

Trabalhar com grandezas vetoriais já não é tão simples. Considere o caso da adição de duas grandezas vetoriais. Como é possível adicionar grandezas que, além do módulo, têm direções e sentidos diferentes? Ou ainda efetuar subtrações e multiplicações de grandezas vetoriais?

Somar grandezas vetoriais, bem como realizar as demais operações, é fundamental em Física. Se aplicarmos duas forças a um corpo, qual será o resultado da adição dessas duas forças? Certamente, não podemos simplesmente somar os módulos.
A melhor forma de se lidar com grandezas vetoriais é introduzir um ente conhecido como **vetor**. O vetor representa, para efeito de se determinar o módulo, a direção e o sentido, a grandeza física.

Utilizando-se a representação através de vetores poderemos definir a soma, subtração e multiplicações de grandezas vetoriais.

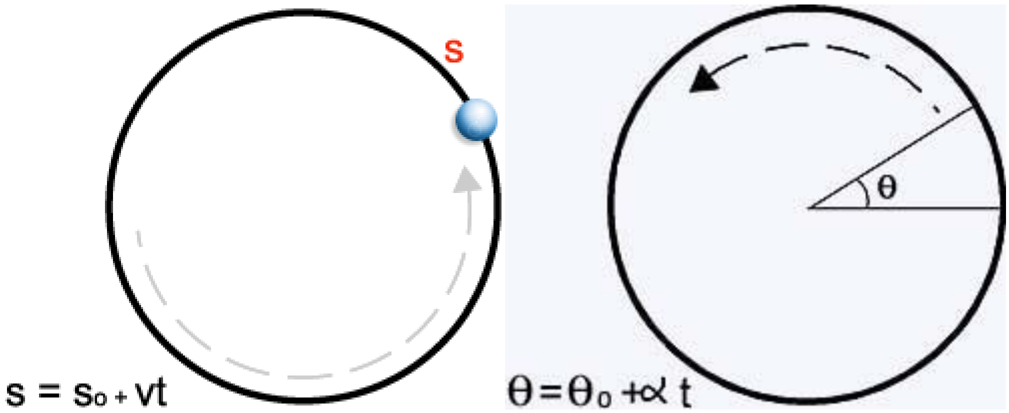
Ao longo do texto vamos estabelecer a distinção entre grandezas vetoriais e escalares, colocando uma flechinha sobre as primeiras.

Até agora, para concentrar a atenção em conceitos importantes, não foi introduzida a natureza vetorial de grandezas como posição, velocidade e aceleração. Como os movimentos estudados são apenas casos especiais, movimentos retilíneos e movimento circular uniforme, é possível descrevê-los sem introduzir o conceito de vetores.

Na verdade, ao adotarmos a nomenclatura ***s*** para indicar a posição num movimento qualquer, usamos um artifício escolhendo um referencial composto de retas e curvas, como no exemplo de uma estrada. Na prática, isso é perfeitamente justificável e até mais adequado.

No movimento retilíneo, os vetores posição ***x***, velocidade ***v*** e aceleração ***a*** têm todos a mesma direção, a direção da reta escolhida como sistema de referência. Os sentidos dos vetores estão explícitos nos valores positivos (mesmo sentido que o do sistema de referência) ou nos valores negativos (sentido oposto ao do sistema de referência).

Já no movimento circular, o espaço poderá ser medido ao longo da trajetória ou então utilizando o ângulo com relação a uma referência escolhida adequadamente.



$\vec{a} =$ vetor aceleração

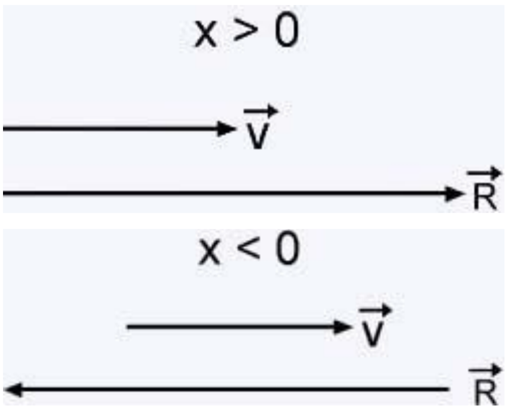
$\vec{v} =$ vetor velocidade

$\vec{r} =$ vetor posição

$\vec{F} = vetor\ força$

3- Representação gráfica de vetores

Um vetor é representado graficamente através de um segmento orientado (uma flecha). A vantagem dessa representação é que ela permite especificar a direção (e esta é dada pela reta que contém a flecha) e o sentido (especificado pela flecha). Além disso, o seu módulo (v) será especificado pelo "tamanho" da flecha, a partir de alguma convenção para a escala.



$|v|$ = módulo de v

4- Operação com vetores

A representação gráfica já apresentada permite-nos executar uma série de operações com vetores (soma, subtração etc.).

Podemos agora dizer, por exemplo, quando dois vetores são iguais. Eles são chamados de idênticos se tiverem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.

A seguir, vão as definições dessas operações.

5- Multiplicação por um escalar (por um número)

Podemos multiplicar um vetor ***v*** por um número ***x***. Dessa operação resulta um novo vetor (vetor resultante) com as seguintes características:

$$R = xv$$

R = xv

$$|R = |x||v||$$

a) O módulo do novo vetor é o que resulta da multiplicação do módulo de ***x*** pelo módulo de ***v***.

b) A direção do novo vetor é a mesma.

c) O sentido de **R** é o mesmo de ***v*** se x for positivo e, sentido oposto se $x < 0$.

6- Soma de vetores

Sejam $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ dois vetores. A soma desses vetores é um terceiro vetor, o vetor resultante $\vec{v}$:

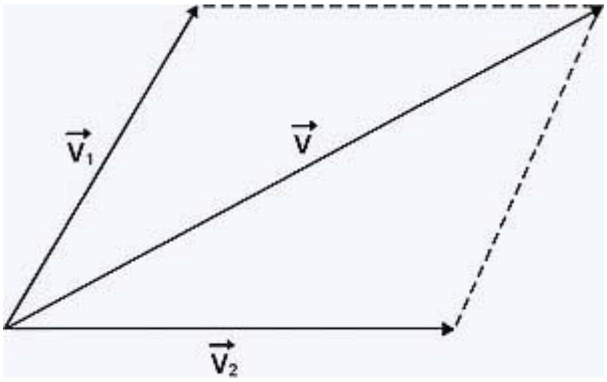
$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Para determinarmos o módulo, a direção e o sentido desse vetor resultante, utilizamos a regra do paralelogramo.

Primeiramente, desenhamos o paralelogramo definido a partir dos vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$.

a. Módulo do vetor resultante

É dado pela diagonal do paralelogramo, como indicado ao lado.



Assim,

$$\vec{v}^2 = \vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2 + 2\vec{v}_1\vec{v}_2\cos\varphi$$

onde φ é o ângulo entre os dois vetores.

b. Direção

Aquela da reta que contém a diagonal que passa pela origem comum.

c. Sentido

A partir das origens dos dois vetores, $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$.

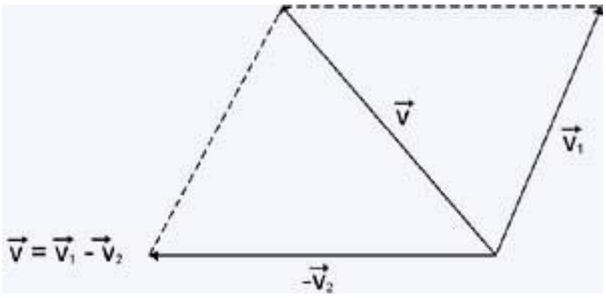
7- Subtração de vetores

Consideremos os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. A subtração de vetores

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

resulta em um terceiro vetor (chamado diferença), cujas propriedades são inferidas a partir da soma dos vetores $\vec{v}_1$ e $\left(-\vec{v}_2\right)$.

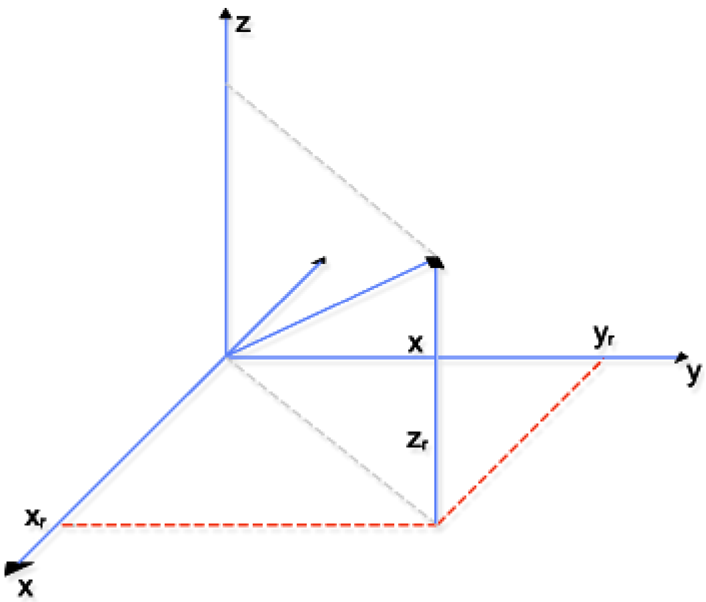
O vetor $-\vec{v}_2$ tem módulo e direção iguais ao do vetor $\vec{v}_2$ mas tem o sentido oposto. Reduzimos o problema da subtração de dois vetores ao problema da soma de $\vec{v}_1$ e $-\vec{v}_2$.



8- Representação analítica de um vetor

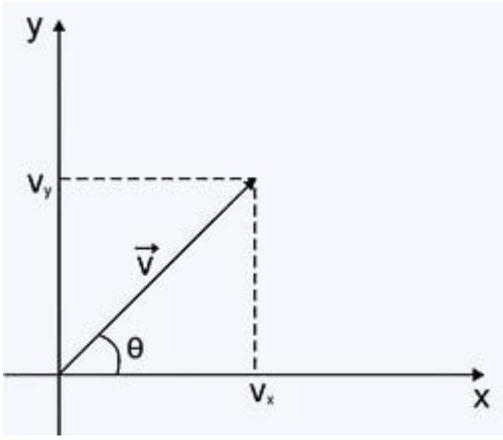
Além da representação geométrica (ou gráfica) utilizada anteriormente, podemos fazer uso de uma outra representação, conhecida como representação analítica do vetor.

Na representação analítica também utilizamos um conjunto de três atributos de um vetor (esses atributos são conhecidos como componentes do vetor). Para a definição de componentes, a melhor alternativa - e a mais fácil - é usar um conjunto de coordenadas cartesianas.



Dado um sistema de coordenadas cartesianas (composto de um conjunto de três eixos ortogonais), podemos definir as componentes de um vetor nesse sistema de eixos tomando-se as projeções do vetor nesses eixos.

Vamos tomar, por uma questão de simplicidade, um sistema com dois eixos ortogonais (x e y). Esses dois eixos estão contidos num plano.



Consideremos um vetor v nesse plano. A componente x do vetor v (designada por $\vec{v}_x$) é dada pela projeção do vetor v no eixo x. Para determinarmos a projeção do vetor ao longo de qualquer eixo, consideramos as extremidades do vetor e por elas traçamos linhas perpendiculares ao eixo até encontrá-lo. Agora tomamos essa distância como a projeção se a flecha estiver na mesma direção do eixo. Caso contrário, a projeção será essa distância, mas com sinal negativo. A projeção, portanto, tem que levar em conta a orientação do vetor em relação ao eixo. A projeção fica melhor definida, matematicamente, em termos do ângulo θ (entre o vetor v e o eixo x). Podemos escrever:

$$\vec{v}_x = \vec{v}\cos\theta$$

onde v é o módulo do vetor.

Analogamente, a componente y é a projeção do vetor v ao longo do eixo y. A expressão para $\vec{v}_y$ é, em termos de θ,

$$\vec{v}_y = \vec{v}sen\theta$$

9- Operações com vetores usando componentes

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

o vetor resultante v é tal que suas componentes são dadas pela soma das componentes de v_1 e v_2. Isto é,

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{1x} + \vec{v}_{2x}$$

$$\vec{v}_y = \vec{v}_{1y} + \vec{v}_{2y}$$

No caso da subtração,

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

o vetor diferença tem suas componentes dadas pela subtração das componentes

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{1x} - \vec{v}_{2x}$$

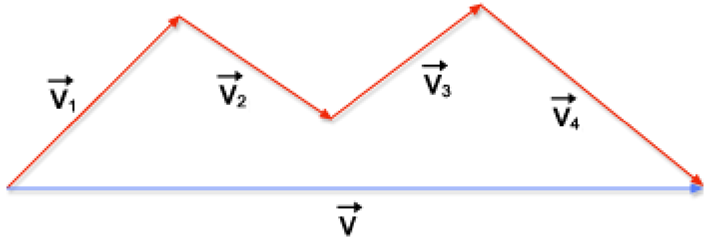
$$\vec{v}_y = \vec{v}_{1y} - \vec{v}_{2y}$$

10- Extensão para muitos vetores

A extensão das regras de adição e subtração para muitos vetores é muito simples. Se tivermos, por exemplo, 4 vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4$, o vetor resultante $\vec{v}$

$$\vec{v}_y = \vec{v}_{1y} + \vec{v}_{2y}$$

será dado, utilizando-se a representação gráfica do lado do polígono que é necessário para fechá-lo, uma vez colocados os vetores $\vec{v}_1 ... \vec{v}_4$, um vetor depois do outro, começando sempre pela extremidade da flecha (Regra do Polígono).



Utilizando-se a representação em termos de componentes, escrevemos para a componente do vetor resultante:

$$\vec{v}_x = \vec{v}_{1x} + ... \vec{v}_{4x}$$

$$\vec{v}_y = \vec{v}_{1y} + ... \vec{v}_{4y}$$

isto é, a componente do vetor resultante é a soma das componentes dos vetores que o compõem.

11- Vetores no cotidiano

No carro

Quando um automóvel fica sem partida e é necessário empurrá-lo com a ajuda de várias pessoas, obviamente, todos empurram na mesma direção! Estão somando forças com a mesma direção e sentido.

Em casa

Às vezes é necessário empurrar um móvel relativamente pesado de um lugar para outro, sem a ajuda de outras pessoas. Dificilmente se consegue dar, de uma vez, a direção certa e vamos fazendo um ziguezague até chegar à posição final.

Na estrada

Para viajar de uma cidade a outra de automóvel é necessário seguir por ruas e estradas com orientações variadas até chegar ao destino final.

Levantamento objetos

Para carregar um cesto pesado em duas pessoas o que fazemos é compor forças adequadamente.

Bate-estaca

Um bate-estaca vai afundando um pilar em golpes sucessivos. Cada vez vai aplicando uma força na direção normal.