Corpos Rígidos

1- Introdução

A mecânica de Newton é uma mecânica voltada para o estudo do movimento de um objeto puntiforme. Diz-se que a mecânica de Newton é a mecânica do ponto.

O caso de maior interesse é aquele em que estudamos não uma partícula (um ponto) mas um sistema de partículas, ou seja, estudamos um conjunto muito grande de objetos puntiformes. As leis de Newton valem para cada um deles.

O corpo rígido é um sistema constituído de partículas (átomos, por exemplo) agregadas de um modo tal que a distância entre as várias partes que constituem o corpo (ou o sistema) não varia com o tempo (não mudam), ou seja, as distâncias entre as várias partes que compõem o corpo são rigorosamente constantes.

Um corpo rígido executa basicamente dois tipos de movimento: movimento de translação e movimento de rotação.

2-Movimento de translação

O movimento de translação pode ser analisado observando-se exclusivamente o centro de massa do corpo. O corpo executa movimento de translação se o seu centro de massa se desloca à medida que o tempo passa. Assim, o movimento de translação do corpo rígido está associado ao movimento do centro de massa.

O que provoca o **movimento de translação** são as **forças externas** agindo sobre o corpo rígido. O corpo rígido se desloca de tal forma que tudo se passa como se todas as forças estivessem atuando sobre o centro de massa.

Nos movimentos de translação valem as leis de Newton e a conservação da quantidade de movimento.

3- Movimento de rotação

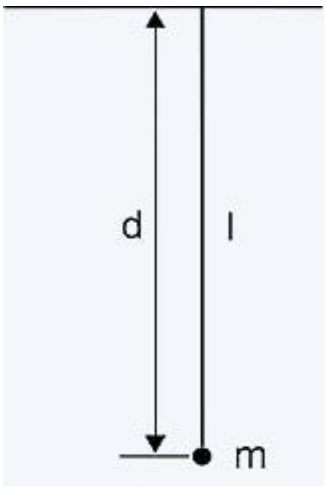
O outro movimento do corpo rígido é o **movimento de rotação**, que se observa sempre que um torque é a ele aplicado, como num pião.

Relembrando alguns corpos em movimento de rotação, atentem para os detalhes destacados no seguinte exemplo. Em espetáculos de patinação artística no gelo, frequentemente se vê uma patinadora girar em torno de si mesma com os braços abertos na horizontal. Ao encolher os braços sobre o peito, nota-se que a sua velocidade angular aumenta consideravelmente. A distribuição de massa do corpo no espaço afeta a rotação.

No movimento de translação, quando a mesma força é aplicada a objetos de **massas** diferentes, observam-se **acelerações** diferentes. No movimento de rotação, quando o mesmo **torque** é aplicado em objetos idênticos com **distribuição diferente de massa**, observam-se **acelerações angulares** diferentes. Não é a massa que afeta a velocidade angular da patinadora, mas a distribuição da massa do seu corpo. Essa distribuição pode ser expressa através de uma quantidade denominada momento de inércia.

Movimento de inércia

O momento de inércia I de um corpo é definido em relação a um eixo de rotação. Suponhamos, por exemplo, uma bola de massa m presa a um fio de comprimento d. Uma pessoa gira o fio e faz a bola rodar em torno de um ponto O. O momento de inércia da bola, em relação a um eixo vertical que passa por O, é dado por $I = m.r^2$.



Se for um corpo extenso, é necessário subdividi-lo em pequenas porções de massas $m_1, m_2, ..., m_i$, cujas distâncias ao eixo de rotações são respectivamente $r_1, r_2, ..., r_i$. O momento de inércia do corpo subdividido em n partes, em relação ao eixo de rotação, é dado por

$$I = m_1 r_1^2, + m_2 r_2^2, ... + m_i r_i^2 + m_n r_n^2$$

ou seja,

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_1 r_1^2$$

O símbolo $\sum$ é denominado somatória e é utilizado para indicar a soma de vários termos, todos com a mesma forma. Cada termo corresponde a um valor diferente do índice i, que pode variar de 1 a n.

Recordando, então, nas translações, as forças provocam uma aceleração, enquanto nas rotações os torques provocam aceleração angular. Nas translações, a massa do objeto é um parâmetro importante e, nas rotações, é o momento de inércia que é o parâmetro correspondente.

Quantidade de movimento angular

E a quantidade de movimento corresponde a que parâmetro na rotação?

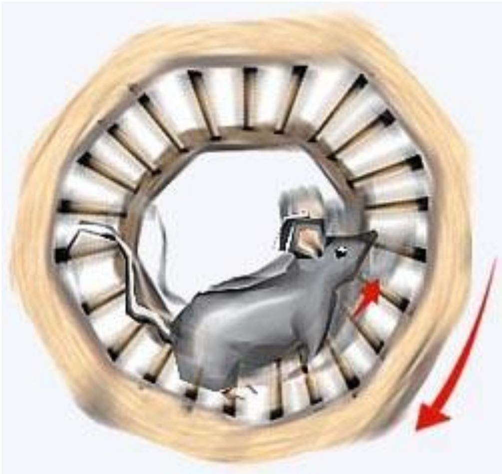
Em gaiolas para criar preás e ratinhos, existe um tambor girante que começa a rodar assim que o bichinho começa a andar dentro dele. Se o animal andar em sentido anti-horário, o tambor girará para o sentido contrário, isto é, sentido horário (o dos ponteiros de um relógio).

Existe uma compensação, existe uma conservação de alguma grandeza.

Também no exemplo da patinadora, quando o momento de inércia muda, observa-se uma variação na velocidade angular.

Define-se uma grandeza, a quantidade de movimento angular do corpo em rotação $\vec{L}$, que é vetorial e é dada por $\vec{L} = I.\vec{\omega}$, onde I é o momento de inércia do corpo e $\vec{\omega}$ é a velocidade angular. O seu módulo é dado por $\omega = \frac{v}{R}$, como foi visto em Movimento Circular. Relembrando, v é a velocidade tangencial e R é o raio da trajetória. A grandeza $\vec{\omega}$ é um vetor, a sua direção e sentido são definidos.

Note que, nos exemplos acima citados, observamos o movimento do rato numa direção e o tambor na outra.



Legenda:

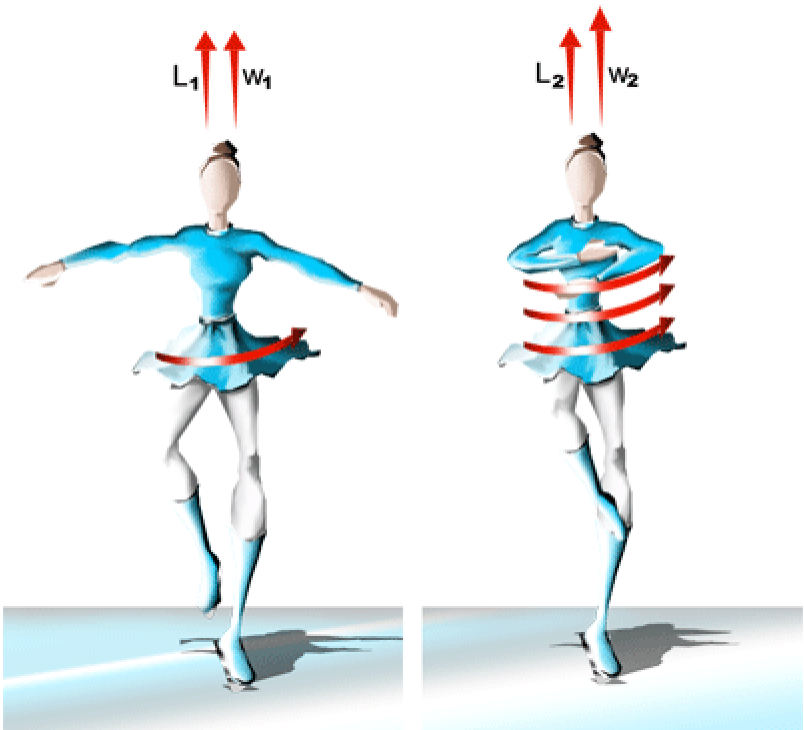
$$\vec{L}_{rato} = I_{rato}\vec{\omega}_{rato}$$

$$\vec{L}_{tambor} = I_{tambor}\vec{\omega}_{tambor}$$ $\vec{\omega}_{rato}$ $\vec{L}_{rato}$

$$\vec{L}_{rato} + \vec{L}_{tambor} = 0$$ $\otimes\vec{\omega}_{tambor}$ $\otimes\vec{L}_{tambor}$

$\vec{L}_{rato}$ e $\vec{L}_{tambor}$ têm o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos contrários.

No caso da patinadora, veja o desenho abaixo:



Legenda:

$\omega_2 \neq \omega_1$

$l_2 \neq l_1$

Mas $\vec{L}_2 = \vec{L}_1$, já que não houve um torque adicional para alterar o movimento da bailarina. L é a quantidade que se conserva.

O momento angular ou quantidade de movimento angular $\vec{L}$ corresponde, na rotação, à grandeza $\vec{p}$ na translação. $\vec{p}$ de um móvel não muda se não aplicarmos uma força. Na rotação $\vec{L}$, não muda se não aplicarmos um torque.

Pode-se mostrar que o momento angular ou quantidade de movimento angular está relacionado ao torque por

$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \vec{\tau}$$

$\Delta\vec{L}$ é a variação da quantidade de movimento angular.

Δt é o intervalo de tempo em que o torque é aplicado.

Existem outros paralelos entre translação e rotação:

Se m é constante (não há nem perda nem ganho de massa),

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta m\vec{v}}{\Delta t} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$$

que é a 2ª lei de Newton da translação.

Se I é constante,

$$\vec{\tau} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \frac{\Delta l\vec{\omega}}{\Delta t} = I\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = m\vec{a}$$

onde é $\vec{\alpha}$ aceleração angular.

Tente lembrar agora qual a sensação vivenciada quando você passa uma enceradeira de apenas uma escova ou, então, ao furar algum objeto com uma furadeira elétrica. Sente-se claramente uma reação à rotação. Vocês se lembram da ação e reação de uma força. Na rotação também existe o mesmo efeito.

Resumindo, é possível fazer um paralelo entre translação e rotação e enunciar leis análogas às Leis de Newton da translação.

Primeira lei: A rotação de um corpo é mantida na ausência de torques.

Segunda lei: A variação da quantidade de movimento angular é proporcional ao torque e ao intervalo de tempo em que o torque é exercido.

Terceira lei: A toda ação de um torque corresponde um torque de reação, de mesma intensidade, mesma direção mas sentidos opostos. (Também nas rotações, a ação e a reação de um torque são aplicadas em corpos diferentes.)

Quantidades análogas:

Translação	Rotação
Massa m	Momento de inércia I
Velocidade linear $\vec{v}$	Velocidade angular $\vec{\omega}$
Quantidade de movimento linear $\vec{p}$	Quantidade de movimento angular $\vec{L}$
Força $\vec{F}$	Torque $\vec{\tau}$
Aceleração linear a	Aceleração angular $\vec{\alpha}$
Energia cinética $\frac{mv^2}{2}$	Energia na rotação $I\frac{\omega_2}{2}$

Observação:

Veja no livro Física I - Mecânica - GREF, muitos exemplos, texto e apêndice sobre rotações e momento de inércia.

4-Corpos rígidos no cotidiano

1. Fazendo um pião girar

Um menino, para soltar o pião e fazê-lo girar, enrola uma cordinha cuidadosamente sobre o pião, deixa uma pontinha presa entre os dedos e atira o pião ao chão. A corda, ao desenrolar, aplica um torque no pião, que sai girando graciosamente.

2. Sistema solar

O Sol exerce uma força atrativa sobre a Terra, de modo que o centro de massa da Terra descreve uma elipse em torno do centro do Sol. Os demais planetas também sofrem a ação gravitacional do Sol, resultando no movimento conhecido do sistema solar.

3. Rotação da Terra

No movimento da Terra em torno do Sol, alem da translação acima referida, existe o movimento de rotação da Terra em torno de um eixo que o atravessa de norte a sul, passando pelo seu centro. O que fez a Terra girar? Quem ou o que provocou o torque? Na verdade, isso remonta a como a Terra foi formada. As leis de conservação dão conta do modelo atribuído aos movimentos de rotação e de translação da Terra.

4. Movimento de inércia no plano inclinado

Se colocarmos uma casca cilíndrica de ferro e um cilindro de madeira de mesmo peso, volume externo, diâmetro e mesma altura num plano inclinado, a casca cilíndrica de ferro chegará primeiro. Se tem o mesmo peso, tem a mesma massa e a aceleração da gravidade age da mesma forma. Mas, a distribuição de massa da casca cilíndrica de ferro corresponde a um momento de inércia maior que a do cilindro de madeira. O cilindro que tem maior momento de inércia ganha mais energia de rotação. Daí a sua velocidade maior.

5. Cilindro numa rampa

Um cilindro desce uma rampa rolando. Ele ganha energia potencial por causa da descida e energia de rotação porque desce girando.