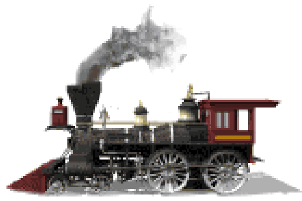
Autor: Gil da Costa Marques

1: O objetivo da mecânica

A **Mecânica** é a área da Física que estuda o movimento dos objetos. Por razões de organização do conhecimento, a Mecânica é separada em duas subáreas: a **Cinemática** e a **Dinâmica**.

Na Cinemática, analisamos os conceitos utilizados para descrever o movimento: **velocidade**, **aceleração** e **trajetória**. Na Dinâmica, estudamos as leis do movimento, isto é, as leis que determinam que tipo de movimento terá um objeto, conhecidas as **forças** que atuam sobre ele.



Estudaremos nesse capítulo a Cinemática e, a partir dos capítulos 9 e 10 iniciaremos o estudo da Dinâmica.

2: Sistema de referência

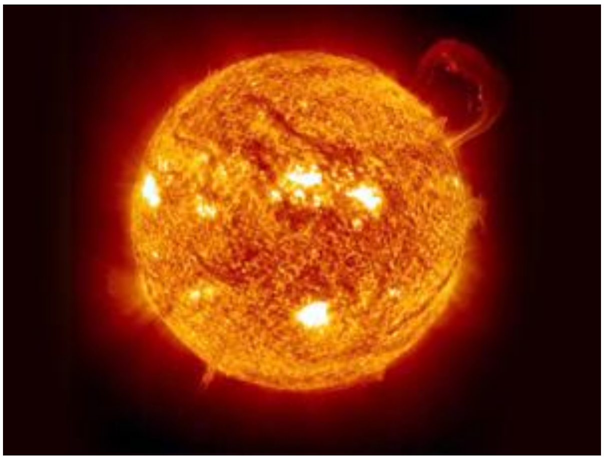
Quando dizemos que um objeto está em movimento, isto significa que sua posição está mudando com o passar do tempo. No entanto, é fácil constatar que o **conceito de movimento é relativo**, isto é, um objeto pode estar em movimento em relação a um outro mas pode estar em repouso em relação a um terceiro objeto.

Consideremos uma xícara sobre uma mesa de um vagão-restaurante que se encontra movimento. Em relação ao vagão, a xícara (e a mesa) está em repouso (e assim ela é vista pelos passageiros). No entanto, em relação à Terra, a xícara está em movimento.

Percebe-se aqui a importância de um sistema tido como a referência para o estudo do movimento dos objetos e, portanto, no estudo da Mecânica. Além de o conceito de movimento ser **relativo** (isto é, depender do sistema de referência), outras grandezas físicas são também relativas. Esse é o caso da posição de uma partícula. Einstein foi o primeiro a perceber que o intervalo de tempo entre a ocorrência de dois eventos é igualmente uma grandeza relativa, ao contrário do que é suposto na Mecânica Clássica.

A Terra muitas vezes é empregada como um sistema de referência. A posição de um navio no oceano, por exemplo, pode ser determinada atribuindo-se a ele a sua latitude e longitude.

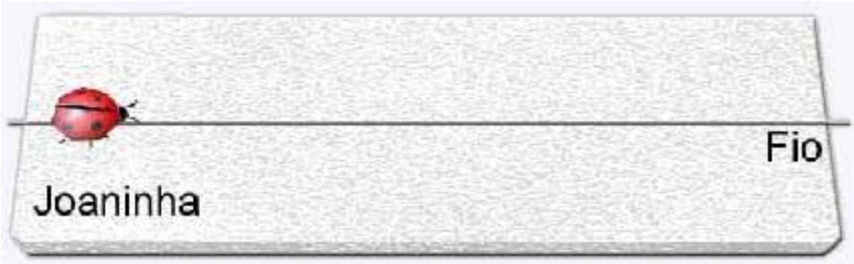
O ideal é adotarmos um sistema de referência que esteja "fixo". Como veremos depois, sistemas em movimento não uniforme são sistemas não muito convenientes, pois neles surgem forças ditas não inerciais dificultando assim o estudo do movimento. Pelo fato de a Terra estar em movimento de rotação e translação, tem-se que admitir que ela não é um bom referencial.



Nesse sentido, o Sol é melhor e, por isso, ele é tido na Astronomia como um **sistema de referência** melhor do que a Terra

3: Posição: coordenadas cartesianas

A forma mais utilizada, do ponto de vista matemático, de especificarmos a posição de um objeto é devida ao matemático francês René Descartes. Vamos ilustrar esse procedimento, analisando o caso de um besouro que se movimenta ao longo de um fio retilíneo. Nesse caso, dizemos que o movimento é unidimensional.



Para especificarmos a posição do besouro no fio, adotamos um ponto como **referência**. Chamamos esse ponto simplesmente de origem O (origem do sistema de coordenadas). A partir desse ponto de origem, especificamos a coordenada do objeto da seguinte forma: primeiramente, determinamos a distância do objeto até a origem. A coordenada será o valor dessa distância se o objeto estiver à direita da origem, ou será o valor dela precedido pelo sinal menos se ele estiver à esquerda. Claramente, *isso é uma convenção*. Se adotarmos outra, devemos especificá-la. Para especificar a convenção que adotamos, fazemos uso de uma flecha. O sentido da flecha apenas indica o sentido no qual a coordenada terá um valor positivo. As coordenadas terão valores negativos quando a posição estiver na direção oposta à da flecha a partir da origem.

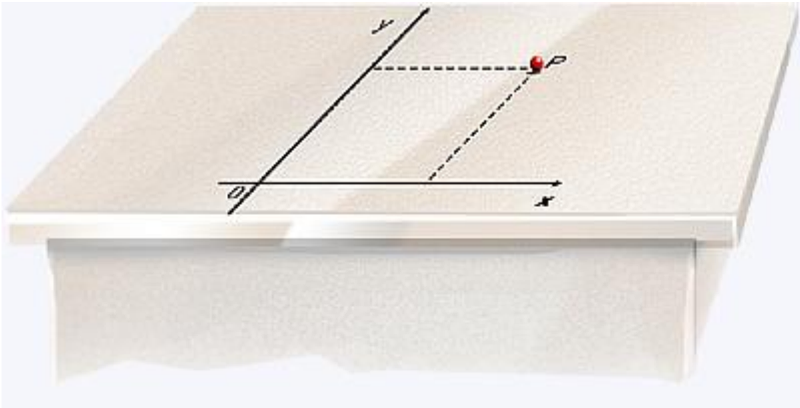
Autor: Gil da Costa Marques

Extensão para duas e três dimensões

A extensão para o caso de duas dimensões pode ser entendida a partir do movimento de uma bola sobre uma mesa. As duas coordenadas (x e y) da posição P da bola seriam determinadas da seguinte forma:

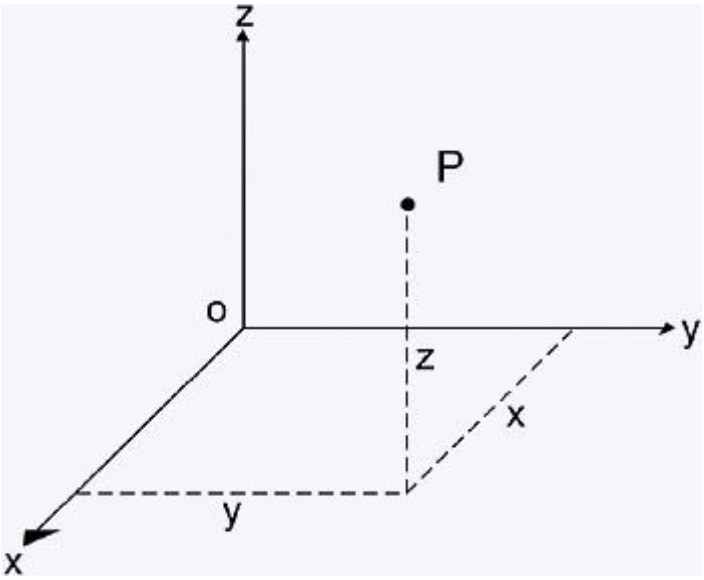
Primeiramente, adota-se uma origem (O) do sistema de coordenadas. Em seguida, faz-se passar pela origem dois eixos ortogonais (isto é, retas perpendiculares) e para cada um dos eixos damos uma orientação.

Agora traçamos, a partir de P, duas retas paralelas aos eixos e tracejadas, até elas encontrarem os eixos Ox e Oy, respectivamente. Estes pontos de encontro das retas tracejadas com os eixos definem as coordenadas da posição do corpo.



No caso do movimento no espaço tridimensional, é suficiente acrescentarmos mais um eixo (z) (fig. 5). Primeiramente, traçamos uma reta paralela ao eixo z até encontrar o plano xy em P'. Para a coordenada z, adota-se o mesmo procedimento do caso unidimensional ao longo dessa reta paralela z. Para as demais coordenadas, adota-se o ponto onde a reta intercepta o plano xy. Podemos, então, concluir que, utilizando um sistema de coordenadas cartesianas, a posição P de um objeto pode ser inteiramente especificada através do conjunto de coordenadas x, y, z:

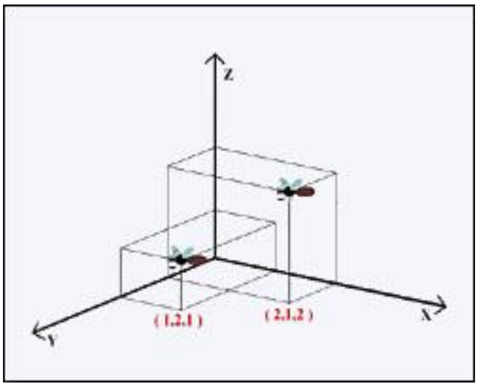
$$\mathbf{P = (x, y, z)}$$



4: Movimento e repouso

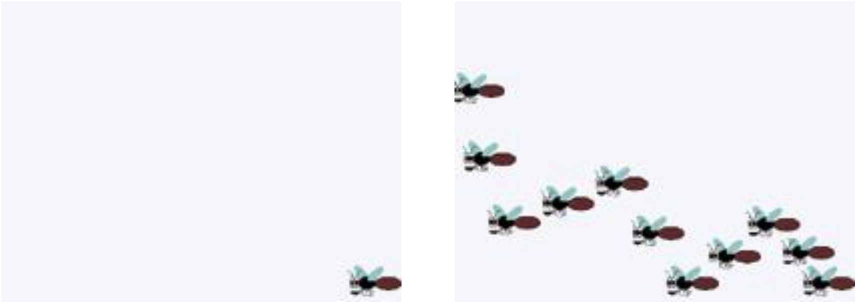
A partir do que foi exposto anteriormente, podemos definir melhor agora os principais conceitos da Mecânica. Em primeiro lugar, trataremos de um objeto de dimensões muito pequenas e, por isso, nós o representaremos como um ponto no espaço e o chamaremos de **ponto material** ou **partícula**. Um objeto menos idealizado pode ser tratado como uma coleção de pontos materiais e nós lidaremos com ele mais adiante. Em seguida, introduzimos um sistema de referência e, para tal, utilizaremos um conjunto de três eixos ortogonais (perpendiculares entre si). Tal sistema, um tanto quanto abstrato, é absolutamente fundamental na Mecânica.

Dizemos que um corpo está em repouso se a sua posição não muda com o tempo. Se, no entanto, sua posição variar com o tempo, ele estará em movimento. Observe que, se um objeto estiver em movimento, à medida que o tempo passa, suas coordenadas (x, y, z) (ou pelo menos uma delas) mudarão.



5: Trajetória

Para entendermos a noção de trajetória, basta considerarmos um exemplo simples: imaginemos o movimento de uma mosca voando no espaço. Agora, tiremos fotos em intervalos de tempo regulares e muito curtos e superponhamos as fotos. O resultado seria o que se vê na figura.



Quando interligamos os diversos pontos pelos quais a mosca passou, obtemos uma curva no espaço. Essa curva é a trajetória percorrida pela mosca. Cada ponto da trajetória representa um ponto pelo qual a mosca passou em algum instante de tempo.

A trajetória é, portanto, o lugar geométrico dos pontos pelos quais a partícula passou ao longo do tempo.

A maneira formal de determinarmos a trajetória é a seguinte. A partir da determinação de x, y e z como funções do tempo

$$x = x(t)$$
$$y = y(t)$$
$$z = z(t)$$

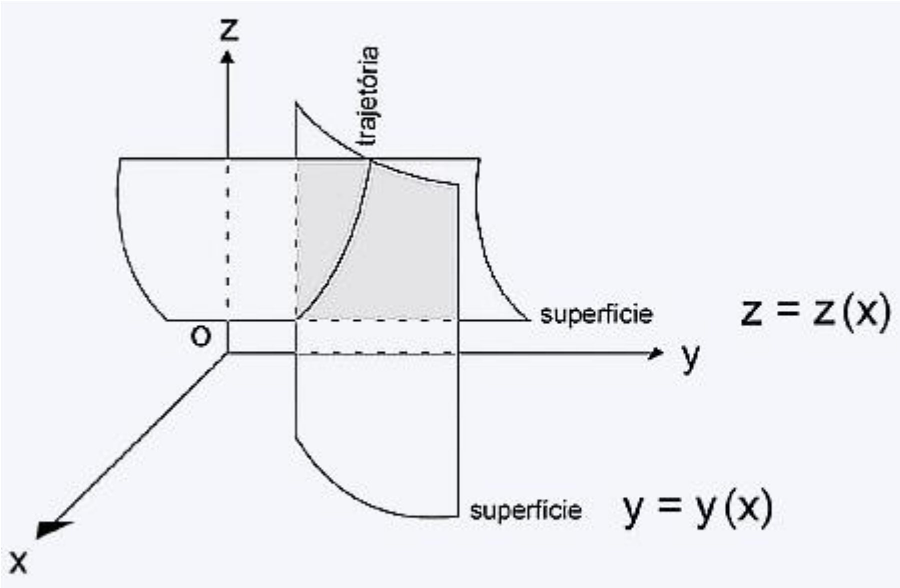
poderemos, em princípio, inverter a equação $x = x(t)$ e escrever:

$$t = t(x) \text{ .}$$

Substituindo essa relação nas equações anteriores, obtemos

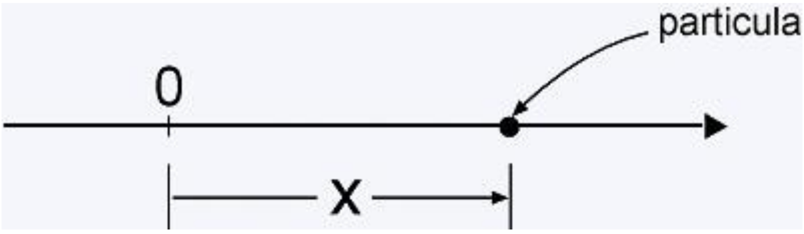
$$y = y(x)$$
$$z = z(x)$$

que são equações de duas superfícies. A curva que resulta da interseção dessas duas superfícies é a trajetória (veja a figura).



6: Cinemática do movimento unidimensional

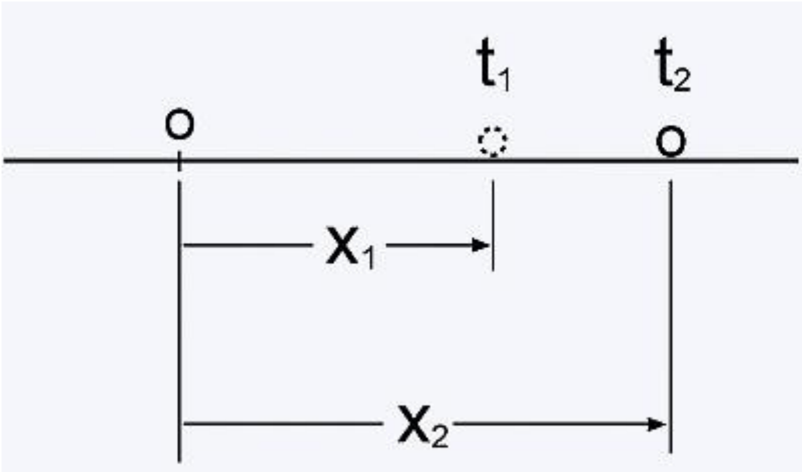
Consideremos primeiramente o caso do movimento de uma partícula deslocando-se ao longo de uma linha reta. Nesse caso sua posição fica inteiramente caracterizada atribuindo-se à partícula sua coordenada.



Como a partícula é admitida como estando em movimento, escrevemos x = x(t).

7: Velocidade escalar

O conceito de velocidade está intimamente ligado à **variação da posição**. Se a posição de um objeto muda com o tempo, ele está animado de velocidade. Se ele está em repouso, sua velocidade é nula.



Digamos que, no tempo t_1 a partícula estava em x_1 e que, no instante t_2, ele está em x_2. Admitiremos $t_2 > t_1$.

Assim, no **intervalo de tempos** t_1 dado por

$$\Delta t = t_2 - t_1 \ ,$$

houve uma **variação da posição**, Δx, dada por

$$\Delta x = x_2 - x_1 \ .$$

Definimos então a **velocidade escalar média** como a razão entre a variação da coordenada e o intervalo de tempo decorrido:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \ .$$

Observe-se que a velocidade escalar média sempre faz referência a **dois** instantes de tempo (por isso, falamos em média). No entanto, a velocidade na qual temos maior interesse é a velocidade num determinado instante de tempo. Tal velocidade é denominada **velocidade instantânea**.

Para definirmos a velocidade instantânea, devemos recorrer a um conceito matemático conhecido como **limite**.

Observemos que a velocidade média é definida tomando-se dois instantes de tempo. Para defini-la num determinado instante, basta tomarmos intervalos de tempo cada vez menores. Dessa forma estamos assegurando que, cada vez mais, não exista diferença entre t_2 e t_1. Portanto, estaremos falando, ao tomarmos o limite no qual Δt tende a zero, de um só instante de tempo.

Definimos, portanto, a velocidade instantânea no instante t_1 através do processo limite:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

*O process*o limite definido acima tem o nome de **derivada da função** x(t) com respeito ao tempo e se representa:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}.$$

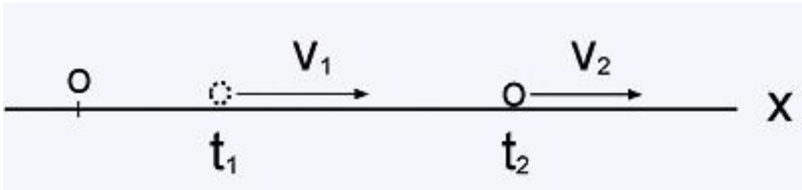
8: Aceleração escalar

Se a velocidade de um objeto varia com o tempo, diz-se que ele tem **aceleração**. Se a velocidade é constante (isto é, não varia com o tempo), a sua aceleração é nula.

Formalmente, isto é, matematicamente, definimos a **aceleração escalar média** de uma partícula como o quociente entre a variação de velocidade e o intervalo de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

onde Δv é a diferença de velocidades da partícula nos instantes t_2 e t_1, isto é,



$$\Delta v = v_2 - v_1$$

De maior importância do que a aceleração média é a aceleração **instantânea**. Como o nome indica, o interesse é a obtenção da aceleração num determinado instante de tempo. A maneira de defini-la, a partir da aceleração média, é tomarmos intervalos de tempo cada vez menores, isto é, tomarmos o limite em que o intervalo se aproxima de zero. Esta é a situação na qual t_2 é muito próximo de t_1. Referimos, portanto, à **aceleração escalar instantânea** através do processo limite:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

A partir da velocidade instantânea (v (t)), podemos calcular a aceleração instantânea. Primeiramente, calculamos a aceleração média entre os instantes t e $t + \Delta t$:

$$a_m = \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

e, em seguida, fazemos $\Delta t = 0$.

Esse processo limite define a função derivada de v (t) (com respeito ao tempo t) e se representa:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

9: Exercícios Propostos

1) Transformar as velocidades máximas de alguns animais, que são dadas a seguir, em m/s, sabendo-se que 1 milha equivale a $1{,}609 \times 10^5 cm$.

a) caracol $3 \times 10^{-2} milhas / hora$

b) aranha $3 \times 10^{-2} milhas / hora$

c) coelho $35 milhas / hora$

d) leopardo $70 milhas / hora$

e) humano $23 milhas / hora$

2) Um avião a jato de grande porte precisa atingir uma velocidade de aproximadamente 250 km/h para decolar. Considerando que o avião mantenha uma aceleração média de $4m / s^2$, quanto tempo ele leva para decolar e qual a distância que percorre neste processo?

3) Uma pedra solta, a partir do repouso, do alto de um prédio. Após 3 segundos ouve-se o som do contato da pedra com o solo. Considerando que a velocidade do som no ar é $340m / s$, qual é a altura do prédio?

4) Um carro mantém por 5 segundos uma aceleração dada por $a + 0{,}8ms^{-3}t$. Considerando que o carro estava a 72 km/h, qual é sua velocidade final após este período de 5 segundos e qual é a taxa média de desaceleração para que ele chegue, a partir da velocidade final após a aceleração, ao repouso em 8 segundos?

Solução

Cálculo da variação de velocidade:

$$\Delta v = \int_0^5 a dt = 0,8ms^{-3} \int_0^5 t dt = 0,8ms^{-3} \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^5$$

$$\Delta v = 10m/s = 36km/h$$

Portanto a velocidade do carro após a aceleração é $108km/h$.

Taxa média de desaceleração para que o carro chegue ao repouso em $8s$ a partir de $108km/h$:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{108km/h}{8s} = 3,75m/s^2$$